Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS1513 - Introducción a la economía
Segundo semestre 2024

Ayudantía 6

Ayudante: Pedro Sanzana - psanzana@uc.cl
Profesor: Manuel Pérez - maperez3@uc.cl

Repaso

Teoría del productor

Función de producción

$q = f(k, l)$ Asigna una cantidad producida al capital k y fuerza laboral l.

Productividad marginal

Cambio en la producción al modificar marginalmente uno de los factores de producción.

$$PMG_k = \frac{\partial q}{\partial k} \quad , \quad PMG_l = \frac{\partial q}{\partial l} \tag{0.1}$$

Productividad media

$$PMe_k = \frac{q}{k} \quad , \quad PMe_l = \frac{q}{l} \tag{0.2}$$

Isocuantas

Todas las combinaciones de factores de producción que generan una producción dada, matemáticamente son las curabas de nivel de la función de producción, tienen pendiente negativa dentro de los rangos eficientes de producción, son convexas al origen, no se intersectan y su mapa es denso.

Tasa marginal se sustitución técnica

Relación a la que se puede intercambiar un factor de producción por otro sin modificar la cantidad producida.

$$TMST_{l,k} = \frac{PMg_l}{PMg_k} = -\frac{dk}{dl}\Big|_{q=q_0} \tag{0.3}$$

Retornos a escala

- Rendimientos constantes: $f(\alpha k, \alpha l) = \alpha f(l, k)$
- Rendimientos crecientes: $f(\alpha k, \alpha l) > \alpha f(l, k)$
- Rendimientos decrecientes: $f(\alpha k, \alpha l) < \alpha f(l, k)$

Tipos de costos

- Costos Contables: Son los gastos reales más los gastos de depreciación del capital de la firma.
- Costos Económicos: Son los costos derivados de usar recursos económicos en la producción, incluido el costo de oportunidad, para una firma.
- Costos de Oportunidad: Son los costos correspondientes a las oportunidades que se pierden cuando no se utilizan los recursos de la firma para el fin para el que tienen más valor.
- Costos Irrecuperables (o costos hundidos): son los gastos de la firma que no se pueden recuperar una vez que se realizan.

Función de costos

$CT = rk + wl$ Donde r indica el precio unitario de k y w el de l.

Problema del productor

$$\text{Min } CT = rk + wl \tag{0.4}$$
$$\text{s.a. } q(k,l) = q_0 \tag{0.5}$$

Solución:

$$TMST_{l,k} = \frac{w}{r} \tag{0.6}$$

Costos

- Costo total: $CT = CF + CV$
- Costo medio: $CMe = \dfrac{CT}{q}$
- Costo medio variable: $CVMe = \dfrac{CV}{q}$
- Costo marginal: $\dfrac{dCT}{dq}$

Condiciones de producción

- Corto plazo: $p > CVMe$
- Largo plazo: $p > CMe$

Propiedades

- El CMe es mínimo cuando CMe = CMg
- La función de costos de largo plazo es la envolvente de las funciones de corto plazo, es decir, que la función de costos de largo plazo es tangente a todas las funciones de costos de corto plazo, siendo en particular, tangente en el punto mínimo de la función de costos de corto plazo mínima.

1. Comnete

a)

Aunque distintas curvas de indiferencia se puedan cruzar entre ellas, existirá una solución única al problema del consumidor, dado que no es posible que existan infinitas combinaciones de bienes que solucionen el problema del consumidor. [I2 2022-2]

Solución

- Distintas curvas de indiferencia no se pueden cruzar entre ellas.
- El problema del consumidor siempre tiene solución.
- Si la curva de indiferencia tiene la misma pendiente que la restricción presupuestaria, existen infinitas soluciones al problema del consumidor.

b)

Si en promedio me cuesta $10 producir un producto y el precio de mercado es de $5 me conviene dejar de producir.

Solución

Incierto, en el corto plazo solo debo dejar de producir si es que el precio de venta es menor a mi costo medio variable, pues ya incurrí en los costos fijos.

c)

Si el arancel de una carrera es de $9.000.000 su costo económico es mayor.

Solución

Verdadero, se debe sumar el coste de oportunidad, en caso de no estudiar, se puede tener un trabajo de personal no calificado.

d)

Las empresas mantienen sus retornos a escala en el tiempo.

Solución

Falso, estos pueden variar en el tiempo, pues la tendencia de los costos medios también lo hace.

e)

Las isocuantas no se pueden cruzar debido a que la TMST es negativa.

Solución

Falso, la TMST sí es negativa, pero las isocuantas no se pueden cruzar porque indicaría que la misma combinación de k y l pueden llevar a dos producciones distintas. Además, las isocuantas son curvas de nivel, por lo que es matemáticamente imposible.

2. Problema 2

Una empresa que produce vacunas tiene la siguiente función de producción semanal:

$$f(k,l) = 4 \cdot k \cdot l \tag{2.1}$$

Donde k es el número de líneas de producción y l es el número de trabajadores necesarios en la producción de la vacuna. Suponga que el que cada línea de producción es arrendada en $r = 12{,}000$ a la semana y que el salario de cada trabajador es $w = 3{,}000$ a la semana. En el corto plazo, el número de líneas de producción es fijo e igual a dos. [I2 2022-1]

a)

Encuentre, para el corto plazo, las curvas de costo total, costo medio, costo medio variable y costo marginal. Grafíquelas.

Solución

Dado que $k_{CP} = 2$, el problema de minimización es:

$$\text{Min } rk_{CP} + wl \tag{2.2}$$

$$\text{s.a. } 4k_{CP}l = q \tag{2.3}$$

$$\implies l = \frac{q}{4 \cdot k_{CP}} = \frac{q}{4 \cdot 2} = \frac{q}{8} \tag{2.4}$$

$$\implies CT_{CP}(q) = r \cdot k_{CP} + w \cdot l = 12{,}000 \cdot 2 + 3{,}000 \cdot \frac{q}{8} \tag{2.5}$$

$$\implies CT_{CP}(q) = 24{,}000 + 375q \tag{2.6}$$

$$\implies CMe_{CP}(q) = \frac{CT_{CP}(q)}{q} = \frac{24{,}000}{q} + 375 \tag{2.7}$$

$$\implies CMg_{CP} = \frac{\partial CT_{CP}(q)}{\partial q} = 375 \tag{2.8}$$

$$\implies CVMe_{CP}(q) = \frac{CV_{CP}(q)}{q} = 375 \tag{2.9}$$

b)

Encuentre, para el largo plazo, las curvas de costo total, costo medio y costo marginal. Grafíquelas.

Solución

$$\text{Min } rk + wl \tag{2.10}$$

$$\text{s.a. } 4kl = q \tag{2.11}$$

$$TMST_{l,k} = \frac{PMg_l}{PMg_k} = \frac{4k}{4l} = \frac{k}{l} \tag{2.12}$$

$$\tag{2.13}$$

En el óptimo:

$$TMST = \frac{w}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{k}{l} = \frac{w}{r} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{w \cdot l}{r} \tag{2.14}$$

$$4 \cdot k \cdot l = q \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot \frac{w \cdot l^2}{r} = q \tag{2.15}$$

$$l = \sqrt{\frac{q \cdot r}{4 \cdot w}} \tag{2.16}$$

$$k = \frac{w \cdot l}{r} = \frac{w \cdot \sqrt{\frac{q \cdot r}{4 \cdot w}}}{r} = \sqrt{\frac{q \cdot w}{4 \cdot r}} \tag{2.17}$$

$$CT_{LP} = r \cdot k + w \cdot l = r \cdot \sqrt{\frac{q \cdot w}{4 \cdot r}} + w \cdot \sqrt{\frac{q \cdot r}{4 \cdot w}} \tag{2.18}$$

$$CT_{LP} = 2 \cdot \sqrt{q \cdot w \cdot r} \tag{2.19}$$

$$CT_{LP} = 2 \cdot 3{,}000 \cdot \sqrt{q} = 6{,}000\sqrt{q} \tag{2.20}$$

$$CMg_{LP} = \frac{\partial CT_{LP}}{\partial q} = 3000 \cdot q^{-1/2} \tag{2.21}$$

$$CMe_{LP} = \frac{CT_{LP}}{q} = 6000 \cdot q^{-1/2} \tag{2.22}$$

c)

Analice las economías de escala de esta empresa en el largo plazo.

Solución

Es posible observar que la función de costo medio es decreciente a largo plazo. Esto indica que a medida que más se produce, más económico es por unidad. Esto nos dice que a largo plazo es una economía a escala.

3. Prolema 3

Demuestre que el costo medio es mínimo cuando $CMg = CMe$

Solución

La función de costo medio es convexa, luego, si su derivada es 0, estamos en su mínimo.

$$\frac{d}{dq}\frac{CT}{q} = \frac{q\frac{dCT}{dq} - CT \cdot 1}{q^2} = 0 \tag{3.1}$$

$$\implies q\frac{dCT}{dq} - CT = 0 \tag{3.2}$$

$$qCMg - CT = 0 \tag{3.3}$$

$$CMg = \frac{CT}{q} \tag{3.4}$$

$$CMg = CMe \tag{3.5}$$