PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas

| | |
|---|---|
| Curso: | ICS1113 - Optimización |
| Semestre: | 2025 - 1 |
| Profesores: | G. Angulo - C. Balbontin - M. Castro<br>R. Cuadrado - G. Pérez |

**Interrogación 1**
Duración: 150 minutos.

# Instrucciones

- **Identificarse:** Escribir nombre completo, sección, número de lista en la primera hoja. Además, escribir número de lista en cada hoja. La falta de esta información será penalizada con 2 décimas en la prueba.
- Durante la prueba debe **poseer una identificación oficial** (con foto), por ejemplo: CI, TUC, pase escolar, etc. También debe firmar la lista de asistencia a la prueba.
- Al finalizar la prueba: cada estudiante debe **escanear su prueba y cargarla como PDF a CANVAS** en el buzón "Interrogación 1" y **entregar la prueba física** al ayudante. El buzón estará abierto desde el inicio de la evaluación hasta 15 minutos después de su hora de término. Procure que el escaneo sea legible, ya que se corregirá sobre el documento escaneado. Sin embargo, si el equipo docente no recibe el respaldo físico de la prueba, entonces podría asignarle nota mínima. Se penalizará hasta con 2 décimas por escaneos poco legibles o incompletos.
- La prueba es estrictamente individual. Otra forma de abordarla es una falta a la ética y será evaluada con nota mínima en la prueba.
- Escribir respuestas en la prueba después del tiempo de término o escribir solicitudes de puntaje o similares a los correctores se penaliza con nota mínima en la pregunta en cuestión o, incluso, en toda la prueba.
- Está prohibido el uso de dispositivos electrónicos (celular, calculadoras, computador, smart watch, etc.) durante la prueba. Solo se permite ocupar un dispositivo electrónico para escanear y subir su prueba a CANVAS. El uso de un dispositivo en otra circunstancia se considera una falta a la ética y se penaliza con nota mínima en la prueba.
- Si termina antes de tiempo, entonces favor avisar a un miembro del equipo docente para escanear y subir su prueba.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas

Curso: ICS1113 - Optimización
Semestre: 2025 - 1
Profesores: G. Angulo - C. Balbontin - M. Castro R. Cuadrado - G. Pérez

**Interrogación 1**
Duración: 150 minutos.

## Pregunta 1 (20 puntos)

Una empresa textil desea planificar su producción para un único periodo. La empresa dispone de un conjunto de productos $I$ (diseños de ropa) y un conjunto de materiales $J$ (tipos de telas, botones, cierres, etc.).

Para confeccionar cada producto $i \in I$ se requiere una cantidad $a_{ij}$ de cada material $j \in J$. La empresa cuenta con un presupuesto de $\$W$ para comprar materiales y, además, ya dispone de una cantidad $b_j$ de cada material $j \in J$. Cada unidad de material $j$ puede ser comprada a un costo $\$c_j$.

Cada unidad producida del producto $i \in I$ se vende en un precio de $\$r_i$ (asuma que todo lo que se produce se vende). Además, para producir cada producto $i$ se tiene un costo de $\$\rho_i$ por unidad de producto producida y un costo fijo de $\$F_i$ asociado a producir el producto $i$. Considere también que, por motivos de capacidad de producción, solo puede producir hasta $N$ productos distintos.

Por otra parte, si se produce el producto $i$, **no** se pueden producir aquellos productos definidos por el conjunto $P_i \subseteq I$ (asuma que $i \notin P_i$).

(a) (12 puntos) Formule un modelo de programación lineal entera mixta que le permita a la empresa definir su producción de manera de maximizar sus utilidades. En su modelación, asuma que tanto las cantidades producidas de productos como los materiales comprados pueden ser cantidades decimales.

(b) (8 puntos) Incorpore los siguientes elementos adicionales a su modelo. No es necesario que vuelva a escribir el modelo completo, pero debe detallar cada cambio que sea necesario hacer. Puede agregar las variables y restricciones que estime pertinentes. Además, considere que estos nuevos elementos son independientes entre sí.

(i) (4 puntos) Al comprar $Q_j$ o más unidades de un material $j$ se tiene un descuento del $d_j$ % que aplica sobre toda la compra de ese material.

(ii) (4 puntos) Para asegurar una variedad y equilibrio en el catálogo de los productos que decida producir, el producto que sea producido en mayor cantidad no puede superar en más de 3 veces la cantidad producida del producto producido en menor cantidad.

**Solución:**

(a) A continuación definimos los parámetros, variables, restricciones y función objetivo para el modelo propuesto:

Parámetros:

- $I$: conjunto de productos.
- $J$: conjunto de materiales.
- $P_i$: conjunto de productos que no pueden producirse si se produce el producto $i$.
- $r_i$: ingreso por unidad producida del producto $i$.
- $a_{ij}$: cantidad del material $j$ requerida por unidad confeccionada del producto $i$.
- $b_j$: cantidad inicial disponible del material $j$.
- $c_j$: costo por unidad del material $j$ (sin descuento).
- $W$: presupuesto total para comprar materiales.
- $\rho_i$: costo variable de producción por unidad de producto.
- $F_i$: costo fijo por producir el producto $i$.
- $N$: cantidad máxima de productos diferentes que se pueden producir.
- $M$: Constante de tipo "Big-M", suficientemente grande.

Variables:

- $x_i \in \mathbb{R}_+$: cantidad a producir del producto $i$.
- $y_j \in \mathbb{R}_+$: cantidad a comprar del material $j$.
- $w_i \in \{0, 1\}$: 1 si se produce el producto $i$, 0 si no.

Restricciones:

R1) Relación entre $x$ y $w$ (si se produce cualquier cantidad mayor a 0 de un producto, se debe considerar que se produce de ese producto):

$$x_i \leq M w_i \quad \forall i \in I$$

R2) Disponibilidad de materiales:

$$\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \leq b_j + y_j \quad \forall j \in J$$

R3) Compatibilidad de produción de productos:

$$w_i + w_k \leq 1 \quad \forall i \in I,\ \forall k \in P_i$$

R4) Respetar el presupuesto total para comprar materiales:

$$\sum_{j \in J} y_j c_j \leq W$$

R5) Límite de cantidad de productos distintos producidos:

$$\sum_{i \in I} w_i \leq N$$

Función objetivo:

$$\text{máx} \quad \left( \sum_{i \in I} [(r_i - \rho_i) x_i - F_i w_i] \right) - \sum_{j \in J} y_j c_j$$

**Nota de corrección**: El puntaje se divide en variables, objetivo y restricciones y no se dará puntaje fraccionario. En cada caso, se da puntaje por una modelación correcta. Puede haber varias formas de modelar lo mismo (no se descuentan puntos por utilizar más variables de decisión, siempre y cuando estén adecuadamente planteadas y el problema sea equivalente).

- ◇ En la definición de variables de decisión se dan 2 puntos si todas las decisiones relevantes están modeladas. Se descuenta 1 pto si no se tiene el detalle requerido (por ejemplo, qué significa esta variable o qué son los subíndices).
- ◇ En la función objetivo se asignan 3 pts si está correcta (completa), 1-2 pto si se tienen errores pequeños, 0 en otro caso (y si hay un error grave de modelación como poner una desigualdad en la función objetivo por ejemplo).
- ◇ En la definición de restricciones hay 7 puntos a repartir: 2 pts por R1; 2 pts por R2; 1 pto por R3; 1 pto por R4; 1 pto por R5.
- ◇ Se descuenta 1 pto si no se define la naturaleza de las variables. Esta puede estar expresada en las restricciones o directo en la definición de las variables pero debe estar explícito en alguna parte.

Se aplican descuentos por errores:

- ◇ Errores estructurales en una restricción (si no modela lo que se quiere modelar). Se pierde el puntaje asociado.
- ◇ Errores menores: Índices corridos en sumas, definición de pertenencia de un índice sobre un conjunto incompleta, rangos con error en las restricciones descuentan un punto cada uno a partir del segundo error menor.
- ◇ Agregar restricciones innecesarias que **sobrerestringen** el problema: se descuenta 1 pto o más, a criterio del corrector.

(b) A continuación se detallan las modificaciones que deben hacerse para incorporar esos nuevos elementos:

(i) Realizamos las siguientes modificaciones al modelo:

Parámetros adicionales:

- ◇ $d_j$: porcentaje de descuento por volumen del material $j$.
- ◇ $Q_j$: volumen requerido para obtener el descuento en la compra del producto $j$.

Variables adicionales:

- ◇ $z_j \in \{0, 1\}$: 1 si se activa el descuento para el material $j$, 0 si no.
- ◇ $g_j \in \mathbb{R}_+$: descuento obtenido al comprar el material $j$.

Restricciones adicionales:

R6) Activación del descuento:

$$y_j \geq Q_j z_j \quad \forall j \in J$$

R7) Definición del descuento (1):

$$g_j \leq M z_j \quad \forall j \in J$$

R8) Definición del descuento (2):

$$g_j \leq y_j c_j d_j \quad \forall j \in J$$

R9) Definición del descuento (3) (esta restricción no es estrictamente necesaria pero si la ponen está ok también):

$$g_j \geq y_j c_j d_j - M(1 - z_j) \quad \forall j \in J$$

R10) Actualización de la restricción de presupuesto:

$$\sum_{j \in J} (y_j c_j - g_j) \leq W$$

Nueva función objetivo:

$$\text{máx} \quad \left( \sum_{i \in I} [(r_i - \rho_i) x_i - F_i w_i] \right) - \sum_{j \in J} (y_j c_j - g_j)$$

**Nota de corrección**:

- ◇ 3 pts por la correcta definición de las restricciones que modelan el descuento. Se asigna puntaje parcial a criterio del corrector. Por ejemplo, se asigna solo 1 pto si se incluye solamente la restricción de activación de descuento. Por otro lado, se descuenta 1 pto de los 3 ptos asociados a las restricciones, si es que no se actualizó la restricción de presupuesto.
- ◇ Se asigna 1 pto por la actualización de la función objetivo.

(ii) Realizamos las siguientes modificaciones al modelo:
Variables adicionales:

- ◇ $x^{max} \in \mathbb{R}_+$: producción máxima (de un producto).
- ◇ $x^{min} \in \mathbb{R}_+$: producción mínima (de un producto).

Restricciones adicionales:

R11) Definición de la variable $x^{max}$:

$$x_i \leq x^{max} \quad \forall i \in I$$

R12) Definición de la variable $x^{min}$:

$$x_i \geq x^{min} - M(1 - w_i) \quad \forall i \in I$$

R13) Balance de proporción en la producción:

$$x^{max} \leq 3x^{min}$$

**Nota de corrección**:

- ◇ 1 pto por variables de decisión.
- ◇ 3 pts por restricciones: 1 pto por definición de producción máxima (R10); 1 pto por definición de producción mínima (R11); 1 pto por balance de proporción en producción (R12).
- ◇ Si se incluye solamente la restricción de limitación de balance de proporción en la producción, sin crear variables de producción máxima y mínima, se asignan 2 pts.

## Pregunta 2 (20 puntos)

La municipalidad de una ciudad de Chile quiere transformar una de sus calles en un paseo peatonal y para esto requiere organizar los trabajos que se realizarán en dicha calle. La obra del paseo peatonal requiere que se realicen un conjunto $\mathcal{J}$ de trabajos en la calle (por ejemplo, sacar pavimento, aplanar superficie, poner nueva luminaria, etc.). Cada uno de estos trabajos debe ser realizado por un equipo de trabajadores del conjunto $\mathcal{E}$ en alguno de los períodos de tiempo del conjunto $\mathcal{P} = \{1, ..., T\}$.

Cada trabajo requiere un cierto tiempo para ser completado y dicho tiempo depende del equipo que realiza el trabajo, es decir, $d_{je} \geq 0$ representa las horas que demora el equipo $e \in \mathcal{E}$ en realizar el trabajo $j \in \mathcal{J}$. Asumiremos que las horas que le toma a cada equipo realizar cada trabajo es menor o igual a un periodo de tiempo del conjunto $\mathcal{P}$. Además, cada equipo $e \in \mathcal{E}$ puede realizar uno o más trabajos en un mismo periodo $t \in \mathcal{P}$, pero las horas totales trabajadas en dicho periodo $t$ debe ser menor o igual a $K_{et}$ horas. Finalmente, se le debe pagar $c_{et}$ a cada equipo $e \in \mathcal{E}$ por cada hora trabajada en el periodo $t \in \mathcal{P}$.

Por otro lado, los trabajos deben cumplir cierto orden para poder ser realizados. Específicamente, cada trabajo $j \in \mathcal{J}$ tiene un conjunto $\mathcal{J}_j \subseteq \mathcal{J}$ que representa todos los trabajos que deben realizarse al menos un periodo antes del periodo en que se decide realizar el trabajo $j$. Por ejemplo, si $j \in \mathcal{J}$ se quiere realizar en el periodo $t = 5$, entonces todos los $i \in \mathcal{J}_j$ deben realizarse en algún periodo $t' \leq 4$.

(a) (11 puntos) Cree un modelo de programación lineal entera mixta que minimice los costos de la obra para transformar la calle en un paseo peatonal. Explique claramente todos los componentes de su modelo (variables, restricciones, etc.).

**Solución:** Las variables del modelo son:

$$x_{jet} = \begin{cases} 1 & \text{el equipo } e \in \mathcal{E} \text{ realiza el trabajo } j \in \mathcal{J} \text{ en el periodo } t \in \mathcal{P} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$y_{et} = \text{cantidad de horas trabajada del equipo } e \in \mathcal{E} \text{ en el periodo } t \in \mathcal{P}$$

El modelo esta dado por:

$$\text{mín} \quad \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{t \in \mathcal{P}} y_{et} c_{et} \tag{1a}$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{t \in \mathcal{P}} x_{jet} = 1 \qquad \forall j \in \mathcal{J} \tag{1b}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} x_{jet} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{k=1}^{t-1} x_{iek} \qquad \forall j \in \mathcal{J},\ i \in \mathcal{J}_j,\ t \in \{2, ..., T\} \tag{1c}$$

$$y_{et} = \sum_{j \in \mathcal{J}} d_{je} x_{jet} \qquad \forall e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{1d}$$

$$0 \leq y_{et} \leq K_{et} \qquad \forall e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{1e}$$

$$x_{jet} \in \{0, 1\} \qquad \forall j \in \mathcal{J},\ e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{1f}$$

Modelo alternativo que no ocupa $y_{et}$ y modela levemente diferente las precedencias:

$$\text{mín} \sum_{e\in\mathcal{E}}\sum_{t\in\mathcal{P}}\sum_{j\in\mathcal{J}} d_{je}x_{jet}c_{et} \tag{2a}$$

$$\text{s.a.} \sum_{e\in\mathcal{E}}\sum_{t\in\mathcal{P}} x_{jet} = 1 \qquad \forall j \in \mathcal{J} \tag{2b}$$

$$x_{jet} \leq \sum_{e'\in\mathcal{E}}\sum_{k=1}^{t-1} x_{ie'k} \qquad \forall j \in \mathcal{J},\ i \in \mathcal{J}_j,\ e \in \mathcal{E},\ t \in \{2,...,T\} \tag{2c}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{J}} d_{je}x_{jet} \leq K_{et} \qquad \forall e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{2d}$$

$$x_{jet} \in \{0,1\} \qquad \forall j \in \mathcal{J},\ e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{2e}$$

**Nota de corrección**: El puntaje se divide en variables, objetivo y restricciones y no se dará puntaje fraccionario. En cada caso, se dará puntaje por una modelación correcta. Puede haber varias formas de modelar lo mismo (no se descuentan puntos por utilizar más variables de decisión, siempre y cuando estén adecuadamente planteadas y el problema sea equivalente).

- ◇ En la definición de variables de decisión dar 2 puntos si todas las decisiones relevantes están modeladas. Descontar 1 pto si no tiene el detalle requerido (por ejemplo, qué significa esta variable, subíndices).
- ◇ En función objetivo dar 2 pts si es correcto, 1 pto por errores pequeños, 0 en otro caso.
- ◇ En la definición de restricciones hay 7 puntos a repartir: 3 pts por la restricción de precedencia; 2 pts por restricciones de capacidad; 2 pts por restricción de asignar un trabajo a un equipo en un único período.
- ◇ Descontar 1 pto si no se definen naturaleza de las variables.

Descuento por errores:

- ◇ Errores estructurales en una restricción (es decir, no hace el trabajo que busca modelar). Se pierde el puntaje asociado.
- ◇ Errores menores: Indices corridos en sumas, rangos con error en las restricciones descuentan un punto cada uno a partir del segundo error menor.
- ◇ Agregar restricciones innecesarias que **sobrerestringen** el problema: descuenta al menos 1 pto o más, a criterio del corrector.

(b) (9 puntos) Incorpore las siguientes condiciones adicionales a tu modelo. No es necesario que vuelva a escribir el modelo descrito en la parte anterior, pero debe explicar cada cambio que hay que hacer al modelo (variables, restricciones, función objetivo, etc.). Además, considere que estas nuevas condiciones son independientes entre sí.

(i) (3 puntos) Por temas de contratos legales, la municipalidad puede ocupar a lo más $R$ equipos diferentes durante toda la duración de la obra (asuma $R < |\mathcal{E}|$).

**Solución:** Variable nueva para el modelo:

$$z_e = \begin{cases} 1 & \text{el equipo } e \in \mathcal{E} \text{ realiza algún trabajo en algún periodo de tiempo} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Restricciones para esta nueva condición:

$$x_{jet} \leq z_e \qquad \forall j \in \mathcal{J},\ e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{3a}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} z_e \leq R \qquad \forall e \in \mathcal{E} \tag{3b}$$

$$z_e \in \{0,1\} \qquad \forall e \in \mathcal{E} \tag{3c}$$

**Nota de corrección**:

- ◇ 1 pto por definir variable adicional (si no se definió en la parte a).
- ◇ 2 pts por modelar restricción de número de equipos diferentes

(ii) (3 puntos) Cada equipo de trabajo $e \in \mathcal{E}$ puede trabajar a lo más 3 periodos consecutivos antes de tomarse un periodo de descanso (asuma $T > 3$). Por ejemplo, si el equipo $e \in \mathcal{E}$ realizó trabajos en $t = 2$, $t = 3$ y $t = 4$, entonces no puede realizar trabajos en $t = 5$.

**Solución:** Variable nueva para el modelo:

$$w_{et} = \begin{cases} 1 & \text{el equipo } e \in \mathcal{E} \text{ realiza algún trabajo en el periodo } t \in \mathcal{P} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Restricciones para esta nueva condición:

$$x_{jet} \leq w_{et} \qquad \forall j \in \mathcal{J},\ e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{4a}$$

$$\sum_{k=t}^{t+3} w_{ek} \leq 3 \qquad \forall e \in \mathcal{E},\ t \in \{1, ..., T-3\} \tag{4b}$$

$$w_{et} \in \{0,1\} \qquad \forall e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{4c}$$

**Nota de corrección**:

- ◇ 1 pto por definir variable adicional (si no se definió en la parte a).
- ◇ 2 pts por modelar condición correctamente.

(iii) (3 puntos) Ahora considere que a la municipalidad solo le importa terminar los trabajos para crear el paseo peatonal lo antes posible, por lo que pide minimizar la cantidad de periodos para terminar la obra completa.

**Solución:** Variable nueva para el modelo:

$$v = \text{periodo de tiempo en que se terminan la obra}$$

La nueva función objetivo es:

$$\text{mín } v$$

Restricciones para esta nueva condición:

$$x_{jet} \cdot t \leq v \qquad \forall j \in \mathcal{J},\ e \in \mathcal{E},\ t \in \mathcal{P} \tag{5a}$$

$$v \geq 0 \tag{5b}$$

**Nota de corrección**:

- ◇ 1 puntos definir variable adicional (si no se definió en la parte a).
- ◇ 2 puntos modelar condición (restricción y f.o) correctamente.

## Pregunta 3 (20 puntos)

Julio César le ha pedido ayuda para la construcción de un nuevo acueducto para la ciudad de Roma, el cual debe transportar agua para distintos usos. Un uso $u$ puede ser, por ejemplo, uso residencial, uso en plazas públicas o para riego. Los distintos usos se encuentran definidos en el conjunto $U$.

Julio le ha entregado el grafo dirigido $G = (N, A)$, con $N$ el conjunto de puntos de interés en Roma y $A$ el conjunto de posibles cañerías a construir que conecten a los puntos $i, j \in N$ de la ciudad para transportar agua para los distintos usos. Adicionalmente, se le ha entregado el parámetro $b_i^u$, con $b_i^u > 0$ para los puntos $i \in N$ donde se encuentran pozos que extraen $b_i^u$ litros de agua para el uso $u$. De manera análoga, se tienen puntos con $b_i^u < 0$ que corresponden a puntos de demanda en donde se requieren $b_i^u$ litros de agua para el uso $u$. Por último, también se tienen puntos con $b_i^u = 0$ por donde simplemente puede pasar el agua.

Es necesario definir la construcción de cañerías para cada uso $u$ para transportar el agua del punto $i$ al punto $j$, las cuales tienen un costo de construcción de $\beta_{ij}$ pesos más un costo de mantención de $c_{ij}$ pesos por cada litro de agua enviado a través de esa cañería. Considere que el agua para diferentes usos no debe ser mezclada, por lo que debe ir por cañerías distintas. Un punto $i$ puede estar conectado a un punto $j$ por más de una cañería (una para cada uso $u$). Por último, cada cañería tiene una capacidad máxima de $K$ litros de agua que pueden transportar, pero se puede pagar un precio extra de $\theta$ pesos para ampliarlas de manera que puedan transportar un extra de $\gamma$ litros (lo que puede ser realizado una única vez por cañería). Además, considere que no puede ampliar más de $Q$ cañerías. Para asegurar la robustez del sistema de distribución de agua, se le pide también que cada punto de interés tenga al menos dos entradas de agua del acueducto (cañerías conectadas) para cada uso.

Asuma que, para cada uso, la suma total del agua que extraen los pozos es igual a la suma total del agua que se demanda en los puntos, es decir, que la red está balanceada.

Construya un modelo de programación lineal entera mixta con el cual pueda satisfacer la demanda de agua de la ciudad al menor costo posible.

**Solución:** Conjuntos

- $N$: Conjunto de nodos de la red.
- $A$: Conjunto de arcos posibles de la red.
- $U$: Conjunto de usos de agua.

Variables (3 puntos)

- $x_{iju}$: Cantidad de flujo de agua a enviar por la cañería que va desde $i$ hasta $j$ para uso $u$.
- $y_{iju} \in \{0, 1\}$: 1 si se construye la cañería que va desde $i$ hasta $j$ para transportar agua para el fin $u$, 0 en otro caso.
- $z_{iju} \in \{0, 1\}$: 1 si se amplia la capacidad de la cañería que va desde $i$ hasta $j$ para transportar agua para el fin $u$.

Función objetivo: (2 puntos)

$$\text{mín} \quad \sum_{(i,j)\in A} \sum_{u\in U} (c_{ij} x_{iju} + \beta_{i,j} y_{iju} + \theta z_{iju})$$

Restricciones:

R1) Flujo de producto (4 puntos):

$$\sum_{j:(i,j)\in A} x_{iju} - \sum_{j:(j,i)\in A} x_{jiu} = b_i^u \quad \forall i \in N,\ \forall u \in U$$

R2) Activar flujo si se construye cañería (3 puntos):

$$x_{iju} \leq M y_{iju} \quad \forall (i,j) \in A,\ \forall u \in U$$

R3) Limitar capacidad máxima (3 puntos):

$$x_{iju} \leq K + \gamma z_{iju} \quad \forall (i,j) \in A,\ \forall u \in U$$

R4) Conexión mínima de cañerías (3 puntos):

$$\sum_{j:(j,i)\in A} y_{jiu} \geq 2 \quad \forall i \in N,\ \forall u \in U : b_i^u < 0$$

**Nota de Corrección:** Debido a ambigüedad en en el enunciado, se considerará como correcta las variantes en donde se haya modelado que exista robustez considerando solo los arcos de entrada, arcos de salida o ambos (2 de entrada y 2 de salida). Esto también aplica para los puntos de interés que sean de oferta, demanda o todos.

R5) Restricción de cantidad de expansiones (2 puntos):

$$\sum_{(i,j)\in A} \sum_{u\in U} z_{iju} \leq Q$$

R6) Naturaleza de variable:

$$x_{iju} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A, \forall u \in U$$

$$y_{iju}, z_{iju} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, \forall u \in U$$

**Nota de corrección**: El puntaje se divide en variables, objetivo y restricciones y no se dará puntaje fraccionario. En cada caso, se dará puntaje por una modelación correcta. Puede haber varias formas de modelar lo mismo (no se descuentan puntos por utilizar más variables de decisión, siempre y cuando estén adecuadamente planteadas y el problema sea equivalente).

- ◇ En la definición de variables de decisión dar 3 puntos si todas las decisiones relevantes están modeladas, 2 puntos si falta una, 1 pto si faltan dos y 0 pts si ninguna está bien. Descontar 1 pto si no tiene el detalle requerido (por ejemplo, qué significa esta variable, subíndices).
- ◇ En función objetivo dar 2 pts si es correcto, 1 pto por errores pequeños, 0 en otro caso.
- ◇ En la definición de restricciones hay 15 puntos a repartir: 4 pts por la restricción de flujo (R1); 3 pts por la restricción de activar flujo (R2); 3 pts por limitar la capacidad (R3); 3 pts por conexión mínima cañerías (R4); 2 pts por límite expansiones (R5).

- ◇ Descontar 1 pto si no se definen naturaleza de las variables.

Descuento por errores:

- ◇ Errores estructurales en una restricción (es decir, no hace el trabajo que busca modelar). Se pierde el puntaje asociado.
- ◇ Errores menores: Indices corridos en sumas, rangos con error en las restricciones descuentan un punto cada uno a partir del segundo error menor.
- ◇ Agregar restricciones innecesarias que **sobrerestringen** el problema: descuenta al menos 1 pto o más, a criterio del corrector.