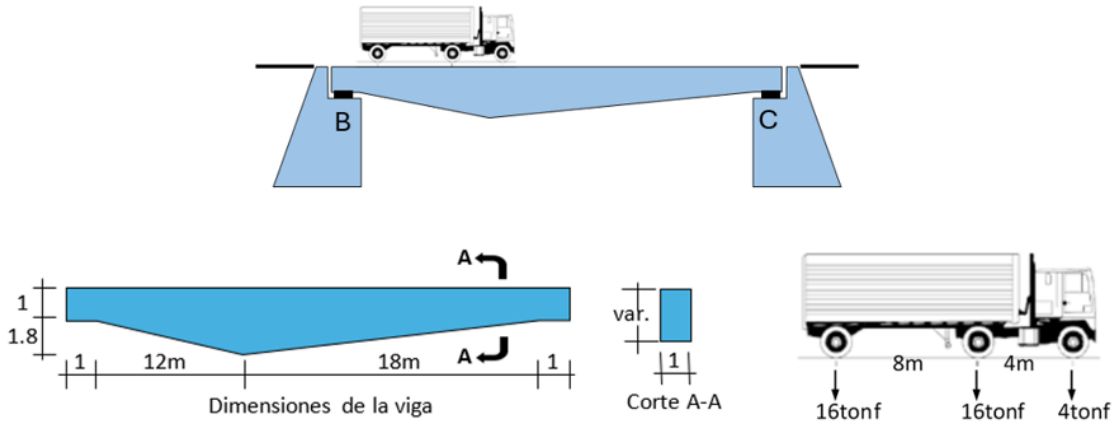
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica
ICE2006 Estática
Segundo Semestre 2026

# Pauta Interrogación 01

Fecha: 01 de Octubre de 2026

---

# Pregunta 01 (35 %)




**Supuestos.** Se mide $x$ desde el extremo izquierdo de la viga (largo total $32\,m$). Los apoyos B y C se ubican al centro de las zonas planas de $1\,m$ de los extremos, en $x = 0.5\,m$ y $x = 31.5\,m$. Así, la luz entre apoyos es $31\,m$ y queda un tramo libre de $0.5\,m$ en cada extremo. El camión circula entre los apoyos. El ancho de la sección es $b = 1\,m$.

## Mayoración de cargas

La combinación $q = 1.2\,q_{pp} + 1.6\,q_{sc}$ es lineal, por lo que se pueden mayorar las cargas desde el inicio y usar esos valores en todos los cálculos.

**Peso propio.** Basta con mayorar el peso específico del hormigón:

$$\gamma_u = 1.2 \cdot 2.5 = 3.0\ \frac{tonf}{m^3}$$

**Camión.** Se mayora cada eje:

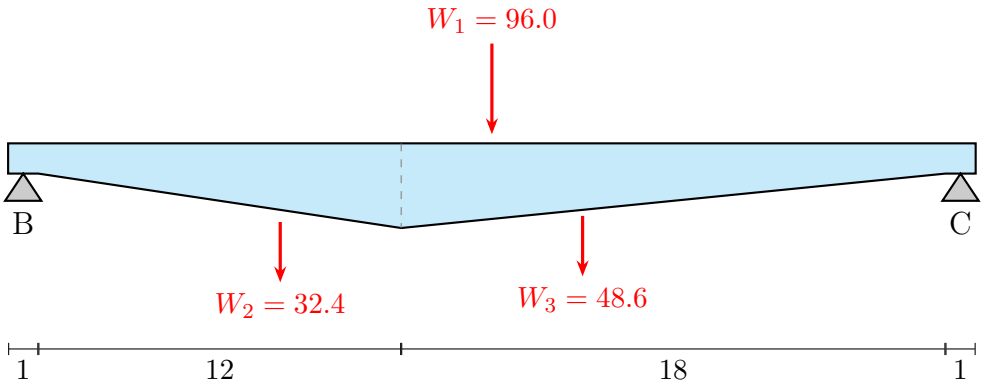
$$1.6 \cdot 16 = 25.6\ tonf, \qquad 1.6 \cdot 16 = 25.6\ tonf, \qquad 1.6 \cdot 4 = 6.4\ tonf \qquad \textbf{(0.35 pts)}$$

## Peso propio mayorado

La sección longitudinal de la viga se descompone en tres figuras: un rectángulo a todo lo largo y dos triángulos rectángulos cuyo ángulo recto está en $x = 13\,m$. El centroide de cada triángulo está a un tercio de su base, medido desde el cateto vertical:

$$\begin{aligned} W_1 &= 3.0 \cdot (32 \cdot 1) = 96.0\ tonf, & \bar{x}_1 &= \tfrac{32}{2} = 16\,m \\ W_2 &= 3.0 \cdot \left(\tfrac{1}{2} \cdot 12 \cdot 1.8\right) = 32.4\ tonf, & \bar{x}_2 &= 13 - \tfrac{12}{3} = 9\,m \\ W_3 &= 3.0 \cdot \left(\tfrac{1}{2} \cdot 18 \cdot 1.8\right) = 48.6\ tonf, & \bar{x}_3 &= 13 + \tfrac{18}{3} = 19\,m \end{aligned} \qquad \textbf{(0.5 pts)}$$

El peso propio mayorado total es $W_u = 177.0\ tonf$.

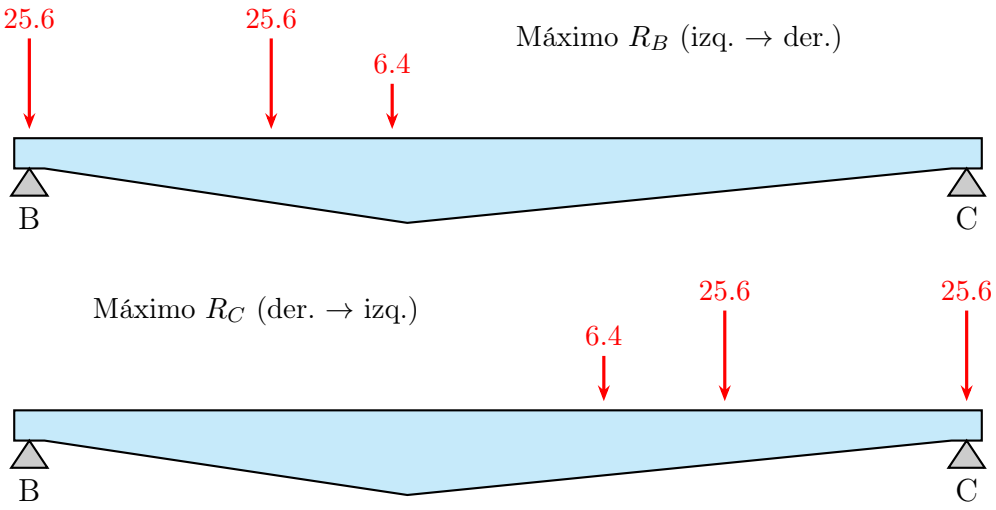



## Posición crítica del camión

Mientras más cerca está una carga de uno de los apoyos, mayor es la porción de esa carga que toma ese apoyo. Como el peso propio es fijo, la reacción en cada apoyo es máxima cuando el camión está en el extremo correspondiente a ese apoyo y mirando hacia adentro del puente, con la rueda trasera justo sobre el apoyo. En esa posición, el eje trasero completo es tomado por ese apoyo:

- **Máximo en B:** camión circulando de izquierda a derecha, con el eje trasero sobre B (25.6 en $x = 0.5$, 25.6 en $x = 8.5$, 6.4 en $x = 12.5$).
- **Máximo en C:** camión circulando de derecha a izquierda, con el eje trasero sobre C (25.6 en $x = 31.5$, 25.6 en $x = 23.5$, 6.4 en $x = 19.5$).

**(0.35 pts)**



### Reacción máxima en B

Con el camión en el extremo izquierdo, tomando momentos respecto a C ($x = 31.5\,m$):

$$R_B \cdot 31 = \underbrace{96.0 \cdot 15.5 + 32.4 \cdot 22.5 + 48.6 \cdot 12.5}_{\text{peso propio}} + \underbrace{25.6 \cdot 31 + 25.6 \cdot 23 + 6.4 \cdot 19}_{\text{camión}}$$

$$R_B \cdot 31 = 2824.5 + 1504 = 4328.5$$ **(0.35 pts)**

### Reacción máxima en C

Con el camión en el extremo derecho, tomando momentos respecto a B ($x = 0.5\,m$):

$$R_C \cdot 31 = \underbrace{96.0 \cdot 15.5 + 32.4 \cdot 8.5 + 48.6 \cdot 18.5}_{\text{peso propio}} + \underbrace{25.6 \cdot 31 + 25.6 \cdot 23 + 6.4 \cdot 19}_{\text{camión}}$$

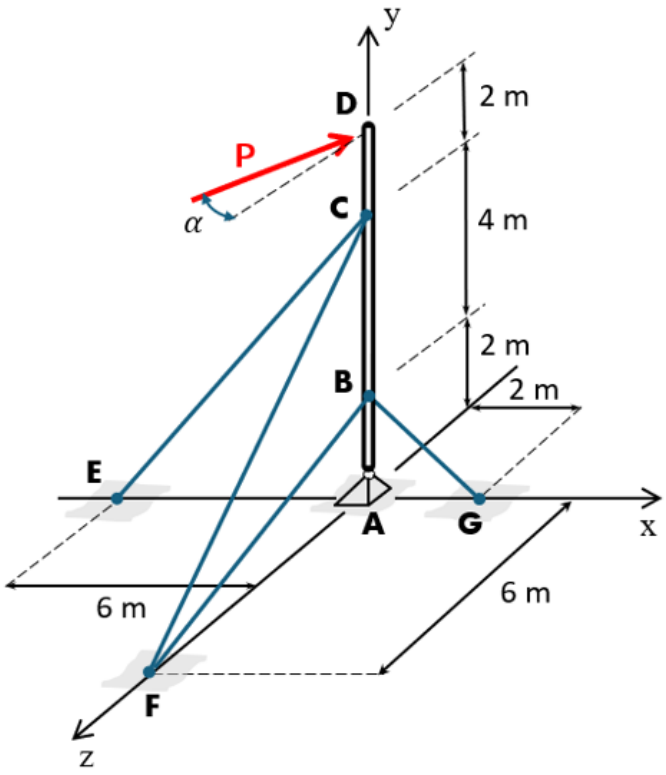
$$R_C \cdot 31 = 2662.5 + 1504 = 4166.5$$ **(0.35 pts)**

$$\boxed{R_B^{\text{máx}} = \frac{4328.5}{31} = 139.6\ tonf, \qquad R_C^{\text{máx}} = \frac{4166.5}{31} = 134.4\ tonf}$$ **(0.2 pts)**

## Nota sobre la corrección

La ubicación de los apoyos y la posición del camión en los extremos no está completamente definida en el enunciado. Por lo tanto si se uso algún supuesto ligeramente distinto, como considerar que el apoyo era al axtremo del elemento en vez del centro del sector plano, tambien es considerado correcto, siempre que esté debidamente justificado y el desarrollo se haya realizado bien.

# Pregunta 02 (35 %)




**Geometría.** Con origen en A:

$$B = (0, 2, 0), \qquad C = (0, 6, 0), \qquad D = (0, 8, 0)\ [m]$$
$$E = (-6, 0, 0), \qquad F = (0, 0, 6), \qquad G = (2, 0, 0)\ [m]$$

La carga es horizontal y forma un ángulo $\alpha$ con la dirección $-z$, medido positivo hacia $+x$:

$$\vec{P} = P\,(\sin\alpha,\ 0,\ -\cos\alpha)\,, \qquad P = 900\ N$$

Como las poleas no tienen fricción, cada cable tiene tensión constante: $T_1$ en el cable ECF y $T_2$ en el cable FBG. Vectores unitarios desde el mástil hacia los anclajes:

$$\hat{\lambda}_{CE} = \frac{(-6,-6,0)}{6\sqrt{2}} = \frac{(-1,-1,0)}{\sqrt{2}}, \qquad \hat{\lambda}_{CF} = \frac{(0,-6,6)}{6\sqrt{2}} = \frac{(0,-1,1)}{\sqrt{2}}$$
$$\hat{\lambda}_{BF} = \frac{(0,-2,6)}{2\sqrt{10}} = \frac{(0,-1,3)}{\sqrt{10}}, \qquad \hat{\lambda}_{BG} = \frac{(2,-2,0)}{2\sqrt{2}} = \frac{(1,-1,0)}{\sqrt{2}}$$

Fuerzas de los cables sobre el mástil:

$$\vec{F}_C = T_1\left(\hat{\lambda}_{CE} + \hat{\lambda}_{CF}\right) = \frac{T_1}{\sqrt{2}}\,(-1,\,-2,\,1)$$

$$\vec{F}_B = T_2\left(\hat{\lambda}_{BF} + \hat{\lambda}_{BG}\right)$$

$$= T_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\;-\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{2}},\;\frac{3}{\sqrt{10}}\right) \qquad \textbf{(0.35 pts)}$$

## Ecuaciones de equilibrio

Tomando momentos respecto a la rótula A, y como todas las fuerzas actúan sobre el eje $y$ ($\vec{r} = (0, y, 0)$), se tiene $\vec{r} \times \vec{F} = (y\,F_z,\;0,\;-y\,F_x)$:

$$\sum M_{A,x} = 0: \quad 6 \cdot \frac{T_1}{\sqrt{2}} + 2 \cdot \frac{3T_2}{\sqrt{10}} - 8P\cos\alpha = 0$$

$$\sum M_{A,z} = 0: \quad -6 \cdot \left(-\frac{T_1}{\sqrt{2}}\right) - 2 \cdot \frac{T_2}{\sqrt{2}} - 8P\sin\alpha = 0 \qquad \textbf{(0.35 pts)}$$

La ecuación $\sum M_{A,y} = 0$ se cumple idénticamente, porque ninguna fuerza genera momento respecto al eje del mástil.

Sumando ambas ecuaciones se elimina $T_1$:

$$T_2\left(\frac{6}{\sqrt{10}} + \sqrt{2}\right) = 8P\,(\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad T_2 = \frac{8P}{6/\sqrt{10} + \sqrt{2}}\,(\cos\alpha - \sin\alpha) = 2.416\,P\,(\cos\alpha - \sin\alpha)$$

y de la segunda ecuación:

$$T_1 = \frac{T_2}{3} + \frac{4\sqrt{2}}{3}\,P\sin\alpha = P\,(0.805\cos\alpha + 1.080\sin\alpha)$$

## a) Tensiones y reacción en A para $\alpha = 0$

$$T_2 = 2.416 \cdot 900 = 2174.2\ N, \qquad T_1 = \frac{T_2}{3} = 724.7\ N \qquad \textbf{(0.35 pts)}$$

Equilibrio de fuerzas, $\vec{A} = -\left(\vec{F}_C + \vec{F}_B + \vec{P}\right)$:

$$\sum F_x = 0: \quad A_x - \frac{T_1}{\sqrt{2}} + \frac{T_2}{\sqrt{2}} = 0 \qquad \Rightarrow \quad A_x = -1024.9\ N$$

$$\sum F_y = 0: \quad A_y - \frac{2T_1}{\sqrt{2}} - T_2\left(\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \quad A_y = 3249.8\ N$$

$$\sum F_z = 0: \quad A_z + \frac{T_1}{\sqrt{2}} + \frac{3T_2}{\sqrt{10}} - P = 0 \qquad \Rightarrow \quad A_z = -1675.1\ N$$

$$\boxed{T_{ECF} = 724.7\ N, \quad T_{FBG} = 2174.2\ N, \quad \vec{A} = (-1024.9,\ 3249.8,\ -1675.1)\ N}$$ **(0.35 pts)**

## b) Valores límite de $\alpha$

Ambos cables deben permanecer en tracción ($T_1 \geq 0$ y $T_2 \geq 0$):

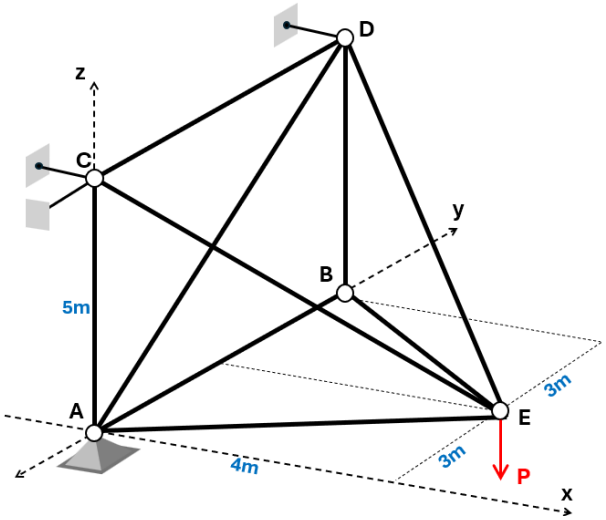
- $T_2 \geq 0 \ \Rightarrow\ \cos\alpha - \sin\alpha \geq 0 \ \Rightarrow\ \tan\alpha \leq 1 \ \Rightarrow\ \alpha \leq 45°$
- $T_1 \geq 0 \ \Rightarrow\ 0.805\cos\alpha + 1.080\sin\alpha \geq 0 \ \Rightarrow\ \tan\alpha \geq -\dfrac{\sqrt{5}}{3} = -0.745 \ \Rightarrow\ \alpha \geq -36.7°$

$$\boxed{-36.7° \leq \alpha \leq 45°}$$

**(0.7 pts)**

Para $\alpha = 45°$ se destensa el cable FBG, y para $\alpha = -36.7°$ se destensa el cable ECF.

# Pregunta 03 (30 %)




**Geometría** (consistente con la matriz `NODE` del código), con origen en A:

$$A = (0,0,0), \quad B = (0,6,0), \quad C = (0,0,5), \quad D = (0,6,5), \quad E = (4,3,0)\ [m]$$

## a) Reacciones **(1.0 pts)**

Apoyos: rótula en A ($A_x$, $A_y$, $A_z$), dos bielas en C ($C_x$, $C_y$) y una biela en D ($D_x$). Son 6 incógnitas para 6 ecuaciones de equilibrio. La carga es $\vec{P} = (0,0,-100)\ kN$ aplicada en E. **(0.1 pts)**

Momentos respecto a A:

$$\vec{r}_C \times \vec{F}_C = (0,0,5) \times (C_x, C_y, 0) = (-5C_y,\ 5C_x,\ 0)$$
$$\vec{r}_D \times \vec{F}_D = (0,6,5) \times (D_x, 0, 0) = (0,\ 5D_x,\ -6D_x)$$
$$\vec{r}_E \times \vec{P} = (4,3,0) \times (0,0,-100) = (-300,\ 400,\ 0)$$

$$\sum M_{A,x} = 0: \quad -5C_y - 300 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_y = -60\ kN$$
$$\sum M_{A,z} = 0: \quad -6D_x = 0 \quad \Rightarrow \quad D_x = 0$$
$$\sum M_{A,y} = 0: \quad 5C_x + 5D_x + 400 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_x = -80\ kN \qquad \textbf{(0.45 pts)}$$

Equilibrio de fuerzas:

$$\sum F_x = 0: \quad A_x + C_x + D_x = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = 80\ kN$$
$$\sum F_y = 0: \quad A_y + C_y = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = 60\ kN$$
$$\sum F_z = 0: \quad A_z - 100 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_z = 100\ kN \qquad \textbf{(0.45 pts)}$$

$$\boxed{A_x = 80,\ A_y = 60,\ A_z = 100,\ C_x = -80,\ C_y = -60,\ D_x = 0\ [kN]}$$

## b) Interpretación del código **(0.8 pts)**

**¿Qué representa M?** El código toma la fuerza externa aplicada en el nudo de índice 4 (`F[4]`, que corresponde al nudo E) y su posición (`NODE[4]`). Calcula su momento respecto al punto de referencia $(0, 0, 0)$, que es el nudo A:

$$\vec{M} = \vec{r}_{AE} \times \vec{P} = \vec{M}_A^P$$

Es decir, `M` es el momento que genera la carga $P$ respecto al apoyo A, en $kN{\cdot}m$. Corresponde al término de la carga externa en la ecuación $\sum \vec{M}_A = 0$ usada en la parte a). No es el momento total, que sería nulo por equilibrio. **(0.3 pts)**

**¿Qué imprime `print(M)`?**

$$\vec{M} = (4, 3, 0) \times (0, 0, -100) = \big(3 \cdot (-100) - 0,\ \ 0 - 4 \cdot (-100),\ \ 0 - 0\big) = (-300,\ 400,\ 0)$$

```
[-300  400    0]
```

**(0.5 pts)**