PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2020

Taller 07

Impulso y Momentum

Problema 1.

Un bloque de masa $m = 50\,kg$ es conectado a dos cuerdas mediante el sistema mostrado en la figura. En cada cuerda se aplica una fuerza distinta que varía en el tiempo, tal como muestra el gráfico. Si el cuerpo comienza en reposo en $t = 0\ s$, determine:

a) La velocidad de la masa en $t = 6\ s$.

b) Suponga que luego de los 6 segundos analizados en la pregunta anterior, se repite la gráfica para la fuerza F_1 (desde $t = 6\ s$ hasta $t = 12\ s$), mientras que la fuerza F_2 se mantiene en cero. ¿Cuál será la velocidad de la caja en $t = 12\ s$?

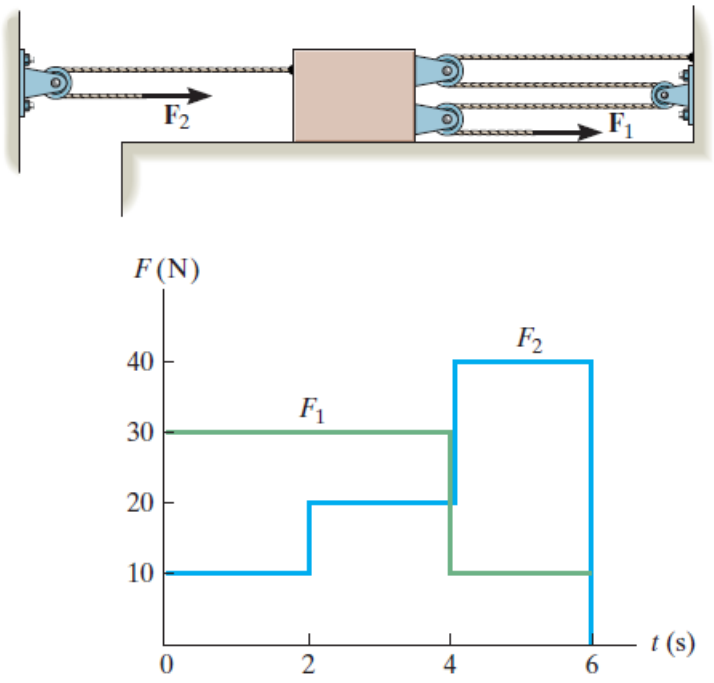


Figura 1: Sistema y gráfico de fuerzas

Repuesta
Se sabe que el principio de Impulso y Momentum plantea:

$$\int \sum F_{ext} dt = \Delta p$$

Por lo tanto, considerando como positivo hacia la derecha, se tiene:

$$(\rightarrow^{+}) \int_0^6 4F_1 - F_2 dt = p_f - p_i$$

La integral mostrada corresponde a tomar el área bajo la curva del gráfico mostrado, luego:

$$m * v_f - m * 0 = 4 * (30 * 4 + 2 * 10) - (2 * 10 + 2 * 20 + 2 * 40) \longrightarrow v_f = 8{,}4\ m/s$$

Ahora se repite el mismo procedimiento anterior, pero en este caso el momentum lineal inicial no será igual a cero. Entonces:

$$m * v_f - m * v_i = \int 4F_1\ dt \Longrightarrow 50 * v_f - 420 = 4 * (30 * 4 + 2 * 10)$$

Entonces, la velocidad de la caja a los 12 s es

$$v_f = 19{,}6\ m/s$$

Problema 2.

Se tiene una cuña de masa $m_1 = 50\ kg$ y sobre la cuña desliza una caja de masa $m_2 = 5\ kg$, tal como muestra la figura. Asumiendo que todas las superficies son completamente lisas (sin roce), que $\alpha = 30°$ y que $g = 9{,}81\ m/s^2$, determine:

a) La velocidad de la caja de masa m_2 cuando ésta ha descendido $d = 10\ m$

b) La velocidad de la cuña de masa m_1 cuando la caja ha descendido $d = 10\ m$.

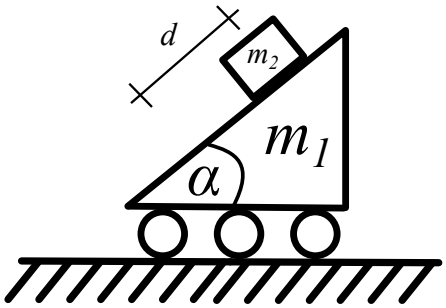


Figura 2: Cuña y caja

Respuesta

Debido a que no hay fuerzas externas en el eje horizontal, el momentum lineal se conserva en este eje. Por lo tanto:

$$\Delta p_x = 0 \longrightarrow p_{xi} = p_{xf}$$

Considerando que inicialmente ambos objetos estaban en reposo se tiene $p_{xi} = 0$. Luego, suponiendo que la cuña se mueve hacia la derecha y el bloque se debe desplazar por la cuña:

$$(\rightarrow^{+}) \quad p_{xf} = m_1 v_1 - m_2 v_2 \cos\alpha = 0$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \cos\alpha$$

Además, puede verse que la energía del sistema se conserva ya que no existe roce entre ninguna superficie y no hay fuerzas externas no conservativas. Entonces, tomando como nivel de referencia el punto inicial del centro de masa de la caja, se tiene:

$$0 = -m_2 g d \sin\alpha + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \longrightarrow m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = 2 m_2 g d \sin\alpha$$

Por lo tanto el sistema a resolver es:

$$\begin{cases} m_1 v_1 - m_2 v_2 \cos\alpha = 0 \\ m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = 2 m_2 g d \sin\alpha \end{cases}$$

Solucionando sistema:

$$v_1 = 0{,}83\ m/s \qquad v_2 = 9{,}55\ m/s$$