PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2025

Nombre: _____

RUT: _____ N lista: _____

Control 03

Duración total: 70 minutos

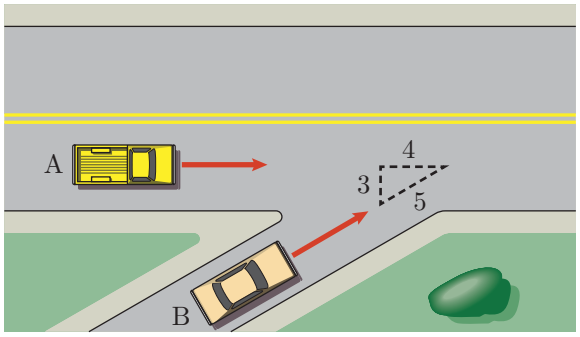
Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Las mochilas se deben dejar en el área designada para ello.
3. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
4. No se podrá abandonar la sala hasta el término de la evaluación. Si necesita ir al baño se registrará su salida/entrada.
5. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
6. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
7. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y con la reprobación de ésta. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:
   - Cometer fraude en la evaluación.
   - Adulterar el acta de asistencia.
   - Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas.
   - Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica.
   - Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Nota El control tenía dos variantes de enunciado. La presente pauta de solución contiene la solución de todos los problemas utilizados.

Problema 1 [2.0 puntos]

La camioneta *pick-up* A de masa $m_A = 2100\,\text{kg}$ se mueve a $12\,\text{m/s}$ e impacta con el automóvil B de masa $m_B = 1500\,\text{kg}$ que se mueve a $9\,\text{m/s}$. La colisión es perfectamente plástica. Determine la velocidad de ambos después del impacto.



Solución

El choque es perfectamente plástico (i.e. $e = 0$), y con ello ambos automóviles quedan unidos y con el mismo vector de velocidad $\overline{\mathbf{v}}$. Utilizando el principio de conservación del momentum (lineal) antes y después de la colisión, se tiene que:

$$m_A\,\mathbf{v}_A + m_B\,\mathbf{v}_B = (m_A + m_B)\,\overline{\mathbf{v}}$$

$$(2100)\,(12)\begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix} + (1500)\,(9)\begin{Bmatrix}4/5\\3/5\end{Bmatrix} = 3600\begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix}$$

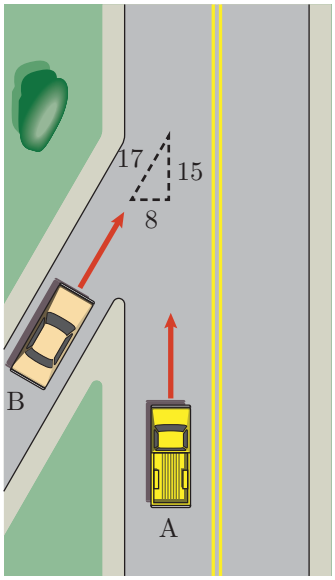
$$84\begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix} + 45\begin{Bmatrix}4/5\\3/5\end{Bmatrix} = 12\begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}120\\27\end{Bmatrix} = 12\begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{v}} = \begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}10\\9/4\end{Bmatrix}\quad [\text{m/s}]$$

Problema 2 [2.0 puntos]

La camioneta *pick-up* A de masa $m_A = 2300\,\text{kg}$ se mueve a $10\,\text{m/s}$ e impacta con el automóvil B de masa $m_B = 1700\,\text{kg}$ que se mueve a $6\,\text{m/s}$. La colisión es perfectamente plástica. Determine la velocidad de ambos después del impacto.



Solución

El choque es perfectamente plástico (i.e. $e = 0$), y con ello ambos automóviles quedan unidos y con el mismo vector de velocidad $\overline{\mathbf{v}}$. Utilizando el principio de conservación del momentum (lineal) antes y después de la colisión, se tiene que:

$$m_A\,\mathbf{v}_A + m_B\,\mathbf{v}_B = (m_A + m_B)\,\overline{\mathbf{v}}$$

$$(2300)\,(10)\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix} + (1700)\,(6)\begin{Bmatrix}8/17\\15/17\end{Bmatrix} = 4000\begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix}$$

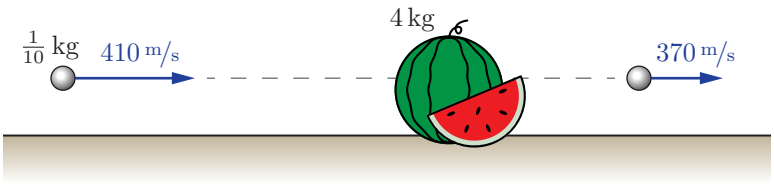
$$(23)\,(5)\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix} + (17)\,(3)\begin{Bmatrix}8/17\\15/17\end{Bmatrix} = 20\begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}24\\160\end{Bmatrix} = 20\begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{v}} = \begin{Bmatrix}\overline{v}_x\\\overline{v}_y\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}6/5\\8\end{Bmatrix}\quad [\text{m/s}]$$

Problema 3 [1.5 puntos]

Una partícula (perdigón o bala) de masa $m_b = 0{,}1\,\text{kg} = \frac{1}{10}\,\text{kg}$ tiene una velocidad de $410\,\text{m/s}$ cuando colisiona una sandía de masa $m_c = 4\,\text{kg}$. La partícula atraviesa la sandía escapando con una velocidad de $370\,\text{m/s}$. Determine el coeficiente de restitución de la colisión entre ambos objetos.



Nota: La tabla de multiplicación del 41 le podría ser útil

$2 \cdot 41 = 82$	$3 \cdot 41 = 123$	$4 \cdot 41 = 164$	$5 \cdot 41 = 205$
$6 \cdot 41 = 246$	$7 \cdot 41 = 287$	$8 \cdot 41 = 328$	$9 \cdot 41 = 369$

Solución

Considerando el eje x positivo hacia la derecha, se tiene por conservación de momentum (lineal) que:

$$m_b\, v_b = m_c\, v_c' + m_b\, v_b'$$
$$\left(\frac{1}{10}\right)(410) = (4)\, v_c' + \left(\frac{1}{10}\right)(370)$$
$$v_c' = 1\,\text{m/s}$$

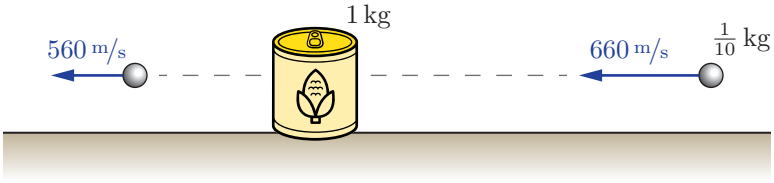
Con ello, el coeficiente de restitución pedido es:

$$e = \frac{v_c' - v_b'}{v_b - v_c} = \frac{1 - 370}{410 - 0} = \frac{-369}{410} = -\frac{9}{10}$$

El coeficiente de restitución es negativo, lo que es esperable para una colisión donde un objeto atraviesa al otro.

Problema 4 [1.5 puntos]

Una partícula (perdigón o bala) de masa $m_b = 0{,}1\,\text{kg} = \frac{1}{10}\,\text{kg}$ tiene una velocidad de $660\,\text{m/s}$ cuando colisiona una lata de verduras en conserva de masa $m_c = 1\,\text{kg}$. La partícula atraviesa la lata escapando con una velocidad de $560\,\text{m/s}$. Determine el coeficiente de restitución de la colisión entre ambos objetos.



Solución

Considerando el eje x positivo hacia la izquierda, se tiene por conservación de momentum (lineal) que:

$$m_b\,v_b = m_c\,v_c' + m_b\,v_b'$$
$$\left(\frac{1}{10}\right)(660) = (1)\,v_c' + \left(\frac{1}{10}\right)(560)$$
$$v_c' = 10\,\text{m/s}$$

Con ello, el coeficiente de restitución pedido es:

$$e = \frac{v_c' - v_b'}{v_b - v_c} = \frac{10 - 560}{660 - 0} = \frac{-550}{660} = -\frac{5}{6}$$

El coeficiente de restitución es negativo, lo que es esperable para una colisión donde un objeto atraviesa al otro.

Problema 5 [2.5 puntos]

La figura muestra una prueba de silla–cohete en la *Edwards Air Force Base*. La silla–cohete inicialmente tiene masa m_0, eyecta masa a tasa constante q, y rapidez constante b relativa a la silla–cohete. La silla-cohete está sobre rieles eficientes por lo que su fricción seca es despreciable, pero el roce viscoso es importante e igual a $f_v = c\,v$, donde v es la velocidad de la silla–cohete. Determine una expresión para $v(t)$ si la silla–cohete comienza su carrera desde el reposo.

Nota: Le podría ser de utilidad recordar que

$$\ln(a\,b) = \ln(a) + \ln(b)$$
$$\ln\left(a^k\right) = k\,\ln(a)$$



Solución

La masa de la silla cohete en el tiempo es:

$$m(t) = m_0 - q\,t$$

Utilizando la ecuación de un sistema de masa variable, se tiene que:

$$\sum f = m\,\dot{v} + v_{c/p}\,\dot{m}$$
$$-c\,v = (m_0 - q\,t)\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + (b)\,(-q)$$
$$\frac{\mathrm{d}t}{m_0 - q\,t} = \frac{\mathrm{d}v}{b\,q - c\,v}$$

Resolviendo la EDO, se obtiene:

$$\left(\frac{-1}{q}\right)\ln(m_0 - q\,t) = \left(\frac{-1}{c}\right)\ln(b\,q - c\,v) + C$$
$$\left(\frac{c}{q}\right)\ln(m_0 - q\,t) = \ln(b\,q - c\,v) + \ln(A)$$
$$\ln\left[(m_0 - q\,t)^{c/q}\right] = \ln\left[A\;(b\,q - c\,v)\right]$$
$$v = \frac{b\,q}{c} - A\,(m_0 - q\,t)^{c/q}$$

Utilizando la condición inicial $v\,(t=0) = 0$, se puede obtener la constante A:

$$0 = \frac{b\,q}{c} - A\,(m_0)^{c/q}$$
$$A = \frac{b\,q}{c}\,(m_0)^{-c/q}$$

Con ello, finalmente la expresión de la velocidad de la silla–cohete es:

$$v(t) = \frac{b\,q}{c} - \left(\frac{b\,q}{c}\right)(m_0)^{-c/q}\,(m_0 - q\,t)^{c/q}$$
$$v(t) = \frac{b\,q}{c}\left[1 - \left(\frac{m_0 - q\,t}{m_o}\right)^{c/q}\right] = \frac{b\,q}{c}\left[1 - \left(1 - \frac{q\,t}{m_o}\right)^{c/q}\right]$$