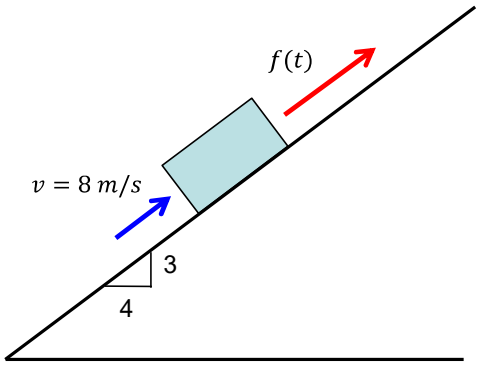
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica

ICE1514-S2 – Dinámica
Control 3- Forma A
4 de noviembre de 2022

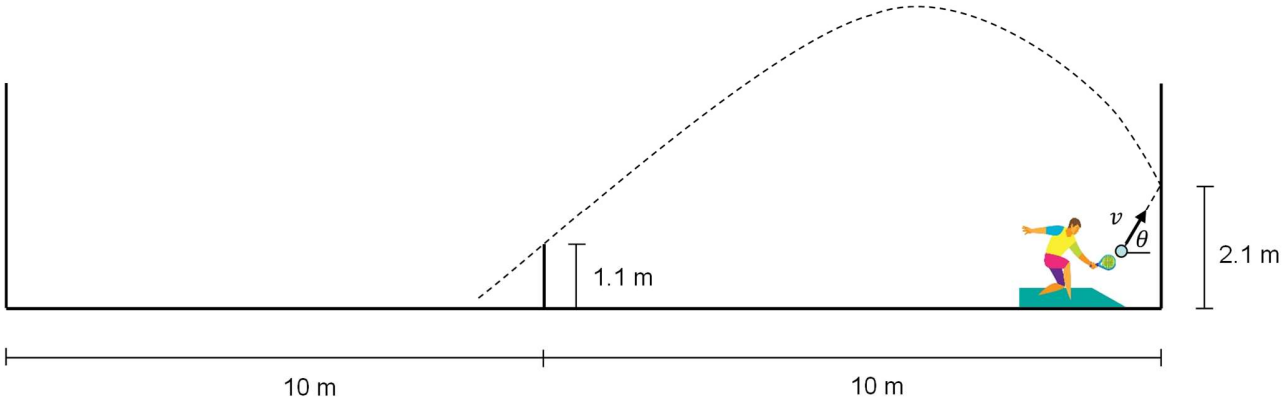
Problema 1 (3.0 puntos)
Un bloque de 10 kg de masa sube una pendiente con una velocidad inicial de 8 m/s. A partir de ese instante se ejerce una fuerza $f(t)$. Determine la velocidad del bloque en t = 1 segundo. El coeficiente de fricción dinámica entre el bloque y la superficie es μ_k = 0.2. Considere g = 10 m/s^2.



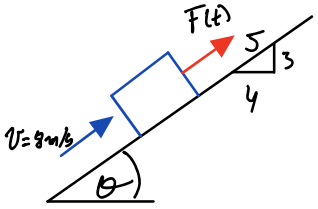
$$f(t) = \frac{90}{(t+1)^4}\ \text{(N)}$$

Problema 2 (3.0 puntos)
El profesor Matías jugó pádel el fin de semana largo. En este juego es posible que la pelota pegue en la pared de atrás y luego atraviese la red. El profesor le pega a la pelota y la lanza con una velocidad que tiene un ángulo θ = 30° respecto a la horizontal. Considere que la distancia entre el punto de impacto de la pelota con la pala (paleta) y el punto de impacto de la pelota con la pared es despreciable. Considere que la masa de la pelota es de 50 gramos, que el coeficiente de restitución del impacto de la pelota con la pared es e = 0.5 y que la aceleración de gravedad es g = 10 m/s^2.

a) Determine la pérdida de energía que se produce en el impacto de la pelota con la pared.
b) Determine la rapidez mínima v con que se debe lanzar la pelota para que justo alcance a pasar la red.



PROBLEMA 1

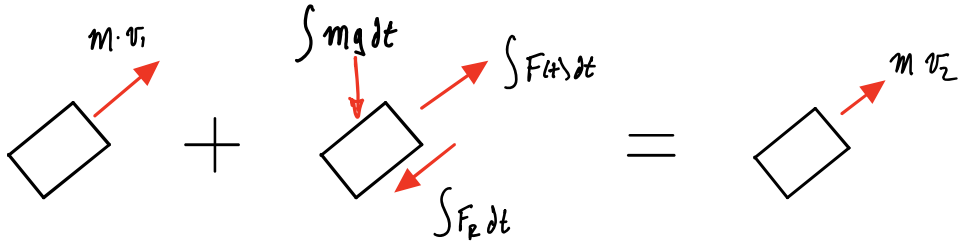


$F(t) = \frac{90}{(t+1)^4}$ $\quad m = 10\,kg$ $\quad \mu = 0.2$ $\quad \Delta t = 1s$

$N = mg\cos\theta$

$f_R = \mu N = \mu\, mg\cos\theta = 0.2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0.8 = 16N$

DIAGRAMA DE IMPULSO y MOMENTUM:



$$m v_1 - mg\cos\theta \cdot \Delta t - f_R \cdot \Delta t + \int_0^{\Delta t=1} \frac{90}{(t+1)^4}\,dt = m v_2 \quad (*)$$

$$\int_0^1 \frac{90}{(t+1)^4}\,dt = -\frac{30}{(t+1)^3}\Big|_0^1 = \frac{-30}{2^3} + 30 = \frac{-15+120}{4} = \frac{105}{4}\ N\text{-}s$$

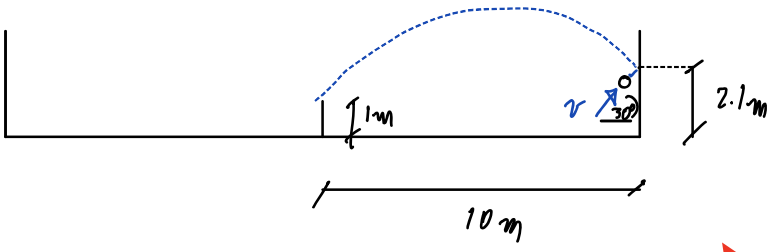
REEMPLAZANDO EN (*)

$$10 \cdot 8 - 10 \cdot 10 \cdot 0.6 \cdot 1 - 16 \cdot 1 + \frac{105}{4} = 10 \cdot v_2$$

$$\underbrace{80 - 60 - 16}_{+4} + \frac{105}{4} = 10 \cdot v_2$$

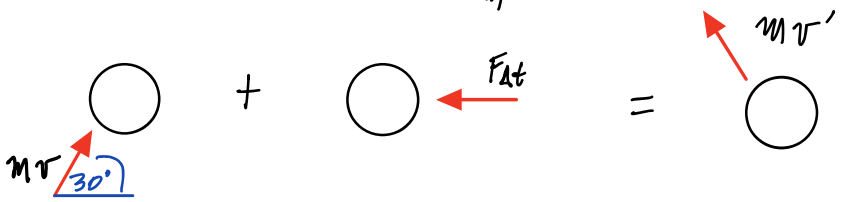
$$\frac{121}{4} = 10\, v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{121}{40}\ m/s$$

PROBLEMA 2



$\theta = 30^\circ$

$m = 50\,gr = \frac{1}{20}\,kg$



Impacto con la pared

En x $\quad e = \dfrac{(v_0)_x - (v')_x}{(v)_x - (v_0)_x} = \dfrac{0 - (v')_x}{v\cos\theta - 0} \Rightarrow (v')_x = -e\cdot v\cos\theta = -ev\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

En y $\quad mv_y = m(v')_y \Rightarrow v'_y = (v)_y = v\,\mathrm{sen}\,\theta = \dfrac{v}{2}$

a) Pérdida de energía

$$\Delta E = T_1 - T_2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(v')^2 \qquad v' = \sqrt{\left(ev\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m\left[v^2 - \underbrace{e^2}_{1/4}v^2\frac{3}{4} - \frac{v^2}{4}\right] = \frac{v^2}{40}\left[1 - \frac{3}{16} - \frac{1}{4}\right] = \frac{v^2}{40}\cdot\frac{16-3-4}{16}$$

$$\Delta E = v^2\frac{9}{640}$$

b) Después del impacto:

Dirección x $\Rightarrow \quad \dot{x} = -ev\cos\theta$

$$x(t) = -ev\cos\theta\cdot t + A \qquad x(0) \Rightarrow A = 0$$

$$x(t) = -\frac{1}{2}v\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot t = -\frac{\sqrt{3}}{4}vt$$

PARA RECORRER 10 m $\Rightarrow \quad -10 = -\frac{\sqrt{3}}{4} v\, t^* \quad \Rightarrow t^* = \frac{40}{\sqrt{3}\, v}$

DIRECCIÓN y $\quad \ddot{y}(t) = -g$

$\dot{y}(t) = -gt + A$

$y(t) = -g\frac{t^2}{2} + At + B$

$y(0) = 0 \Rightarrow B = 0 \qquad \dot{y}(0) = A = \frac{v}{2} \qquad y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + \frac{v}{2}t$

Luego $\quad y(t^*) = -\frac{g\, 40^2}{2 \cdot 3v^2} + \frac{v}{2} \cdot \frac{40}{\sqrt{3}v} = -1$

$g\, \frac{800}{3v^2} = \frac{20}{\sqrt{3}} + 1 = \frac{20+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$v = \sqrt{\frac{800\, g\, \sqrt{3}}{3(20+\sqrt{3})}} = 14.58 \text{ m/s}$