PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2022

Examen Final

Duración total: 135 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **Sólo se aceptarán preguntas de enunciado**. Si la pregunta no es de enunciado o una aclaración de este, no se le dará respuesta alguna.
5. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
6. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** 1/5 **de una respuesta correcta**.
7. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).
8. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y será calificado con la nota mínima. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:

   Cometer fraude en la evaluación

   Adulterar el acta de asistencia

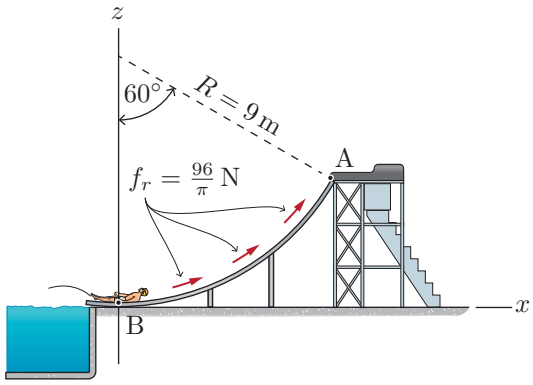
   Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas

   Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica

   Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Problema 1 [0.5 puntos]

Un bañista de 64 kg se lanza desde el reposo por un tobogán de agua circular de radio $R = 9\,\text{m}$ como muestra la figura. La fuerza de roce se puede aproximar como constante e igual a $f_r = 96/\pi$ en Newtons (pese a que la fuerza normal y coeficiente de fricción varían producto del ángulo y de la cantidad de agua, respectivamente). Aproxime la aceleración de la gravedad como $g = 10\,\text{m/s}^2$. Determine la rapidez del bañista al pasar por el punto más bajo del tobogán (punto B).



a) $v_\text{B} = 9$ [m/s]

b) $v_\text{B} = 6$ [m/s]

c) $v_\text{B} = 3\sqrt{10}$ [m/s]

d) $v_\text{B} = 3\pi\sqrt{10}$ [m/s]

e) $v_\text{B} = 6\sqrt{10}$ [m/s]

Solución

La velocidad en el punto B se obtiene rápidamente utilizando el principio de trabajo y energía:

Energía cinética: El bañista comienza inicialmente en reposo, con lo que:

$$T_1 = 0 \qquad\qquad T_2 = \frac{1}{2}\,m\,v_\text{B}^2$$

Energía potencial gravitatoria: Definiendo como datum ($z = 0$) el punto B, entonces se tiene que:

$$z_1 = R - R\cos 60^\circ = \frac{R}{2} \qquad\qquad z_2 = 0$$

$$V_{g1} = mgz_1 = \frac{mgR}{2} \qquad\qquad V_{g2} = 0$$

Trabajo de fuerzas no-conservativas y externas: La fuerza de roce constante actúa en contra de la velocidad del bañista y por una longitud de arco s_{12}. Es decir:

$$s_{12} = (R)\,(\Delta\theta) = \frac{\pi\,R}{3}$$

$$U_{12}^\star = -f_r\,s_{12} = \left(\frac{96}{\pi}\right)\left(\frac{\pi\,R}{3}\right) = -32\,R$$

Finalmente, la velocidad en el punto B se obtiene según:

$$T_1 + V_{g1} + U_{12}^\star = T_2 + V_{g2}$$

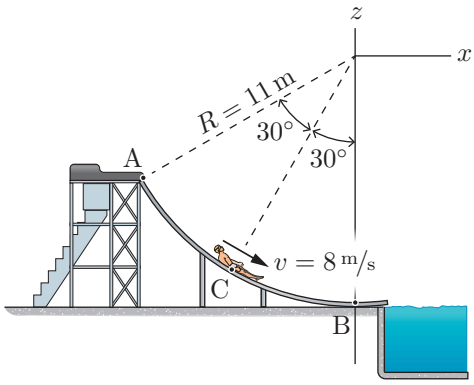
$$0 + \frac{mgR}{2} - 32\,R = \frac{1}{2}\,m\,v_\text{B}^2 + 0$$

$$\frac{R}{m}\,(mg - 64) = v_\text{B}^2$$

$$v_\text{B} = \sqrt{R\,(g-1)} = 9\ \text{m/s}$$

Problema 2 [0.5 puntos]

El bañista de 66 kg se lanza desde el reposo por un tobogán de agua circular de radio $R = 11\,\text{m}$ como muestra la figura. En el punto medio del tobogán el bañista se mueve con rapidez $v = 8\,\text{m/s}$. Determine la magnitud de la fuerza normal ejercida sobre el bañista en aquel punto (punto C).



a) $N_\text{C} = 33\,g\,\sqrt{3} + 384$ [N]

b) $N_\text{C} = 33\,g + 384$ [N]

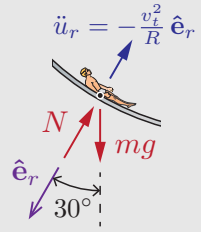
c) $N_\text{C} = 33\,g\,\sqrt{3} + 5808$ [N]

d) $N_\text{C} = 33\,g - 384$ [N]

e) $N_\text{C} = 33\,g - 5808$ [N]

Solución

La figura al costado muestra el DCL para el bañista. Utilizando la 2$^{\text{da}}$ ley de Newton en el eje $\hat{\mathbf{e}}_r$, se tiene:



$$\sum f_r = m\,\ddot{u}_r$$

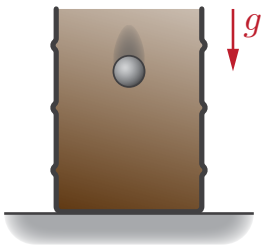
$$mg\,\cos 30^\circ - N_\text{C} = m\left(-\frac{v_t^2}{R}\right)$$

$$N_\text{C} = \frac{m}{2R}\left(g\,R\,\sqrt{3} + 2\,v_t^2\right)$$

$$N_\text{C} = \frac{66}{22}\left(11\,g\,\sqrt{3} + 128\right)$$

$$N_\text{C} = 33\,g\,\sqrt{3} + 384 \text{ [N]}$$

Problema 3 [0.5 puntos]



Una bola de acero de masa $m = 1/4\,\text{kg}$ se libera desde el reposo en la superficie de un tambor de aceite. El aceite ejerce un roce viscoso cuya fuerza tiene magnitud $f_v = v/2$ en unidades de $^{\text{N}\cdot\text{s}}/_{\text{m}}$. Aproxime la aceleración de la gravedad como $g = 10\,^{\text{m}}/_{\text{s}^2}$. Determine la rapidez de la bola 2 s después de que se libera.

a) $v(2) = 5 - 5\,e^{-4}$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

b) $v(2) = 20 - 20\,e^{-1}$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

c) $v(2) = \frac{1}{2}\,\log\left(1 - \frac{2}{5}\right)$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

d) $v(2) = \frac{1}{2}\,\log\left(1 + \frac{2}{5}\right)$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

e) otro valor

Solución

Un sencillo DCL, tomando el eje z como positivo hacia abajo, y utilizando la 2$^{\text{da}}$ ley de Newton resulta en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \sum f &= m\,\ddot{u} \\ mg - \frac{v}{2} &= m\,\ddot{u} \\ \ddot{u} &= g - 2\,v \end{aligned}$$

Resolveremos la EDO por separación de variables. Es decir:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= g - 2\,v \\ \left(\frac{1}{10 - 2\,v}\right)\,\mathrm{d}v &= (1)\,\mathrm{d}t \\ -\frac{1}{2}\,\log\left(10 - 2\,v\right) &= t + C_1 \\ \log\left(10 - 2\,v\right) &= -2\,t + C_1 \\ e^{-2\,t + C_1} &= 10 - 2\,v \\ v &= 5 + A\,e^{-2\,t} \end{aligned}$$

, donde la constante de integración $A = e^{C_1}/2$ se obtiene con la condición inicial $v(0) = 0$. Con ello, se tiene que:

$$\begin{aligned} 0 &= 5 + A\,e^{0} \\ A &= -5 \end{aligned}$$

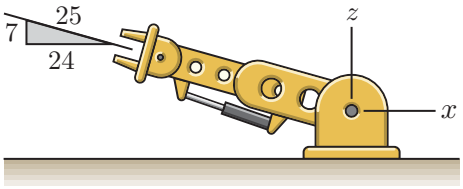
Finalmente, la ecuación de la velocidad de la bola de acero es:

$$v(t) = 5 - 5\,e^{-2\,t}$$

Evaluando la expresión de velocidad para $t = 2$ se obtiene:

$$v(4) = 5 - 5\,e^{-4}$$

Problema 4 [0.5 puntos]



En determinado instante, un posicionador robótico *Kuky* de alta velocidad se mueve según:

$$r = 1 \text{ m} \qquad \theta = 163{,}74^\circ = 2{,}858 \text{ rad}$$
$$\dot{r} = -5 \text{ m/s} \qquad \dot{\theta} = -\frac{5}{2} \text{ rad/s}$$
$$\ddot{r} = \frac{5}{4} \text{ m/s}^2 \qquad \ddot{\theta} = \frac{5}{8} \text{ rad/s}^2$$

, donde el ángulo $\theta = 164{,}358^\circ$ se asocia a un triángulo $24 : 7 : 25$, como muestra la Figura. El sistema coordenado se muestra en la Figura. Determine la velocidad del posicionador robótico $\mathbf{v}$ en coordenadas cartesianas en dicho instante.

a) $\mathbf{v} = \frac{11}{2}\,\hat{\mathbf{i}} + 1\,\hat{\mathbf{k}}$ [m/s]

b) $\mathbf{v} = -\frac{19}{8}\,\hat{\mathbf{i}} + 26\,\hat{\mathbf{k}}$ [m/s]

c) $\mathbf{v} = \frac{19}{8}\,\hat{\mathbf{i}} - 26\,\hat{\mathbf{k}}$ [m/s]

d) $\mathbf{v} = -5\,\hat{\mathbf{i}} - \frac{5}{2}\,\hat{\mathbf{k}}$ [m/s]

e) $\mathbf{v} = -5\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{205}{8}\,\hat{\mathbf{k}}$ [m/s]

Solución

El vector de velocidad en coordenadas polares es:

$$\dot{\mathbf{u}} = \dot{r}\,\hat{\mathbf{e}}_r + r\,\dot{\theta}\,\hat{\mathbf{e}}_\theta = -5\,\hat{\mathbf{e}}_r - \frac{5}{2}\,\hat{\mathbf{e}}_\theta$$

Por otro lado, para la posición indicada se tiene que:

$$\cos\theta = \frac{-24}{25} \qquad \sin\theta = \frac{7}{25}$$

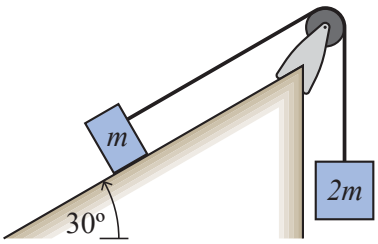
Con ello, los vectores base polares se pueden escribir en términos de sus contrapartes cartesianas:

$$\hat{\mathbf{e}}_r = \cos\theta\,\hat{\mathbf{i}} + \sin\theta\,\hat{\mathbf{k}} = \frac{-24}{25}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{7}{25}\,\hat{\mathbf{k}}$$
$$\hat{\mathbf{e}}_\theta = -\sin\theta\,\hat{\mathbf{i}} + \cos\theta\,\hat{\mathbf{k}} = \frac{-7}{25}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{-24}{25}\,\hat{\mathbf{k}}$$

Cambiando la base y luego simplificando, se obtiene:

$$\dot{\mathbf{u}} = (-5)\left(\frac{-24}{25}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{7}{25}\,\hat{\mathbf{k}}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right)\left(\frac{-7}{25}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{-24}{25}\,\hat{\mathbf{k}}\right)$$
$$\dot{\mathbf{u}} = \left(\frac{24}{5} + \frac{7}{10}\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(\frac{-7}{5} + \frac{12}{5}\right)\hat{\mathbf{k}}$$
$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{11}{2}\,\hat{\mathbf{i}} + 1\,\hat{\mathbf{k}} \text{ [m/s]}$$

Problema 5 [0.5 puntos]



Se tiene dos bloques conectados mediante una polea. El roce entre los bloques y las superficies de contacto es despreciable. El sistema se suelta desde el reposo. La aceleración vertical del bloque de masa $2m$ es:

a) $\frac{g}{2}$ hacia abajo

b) g hacia abajo

c) $\frac{g}{3}$ hacia abajo

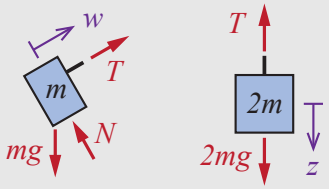
d) $\frac{3g}{4}$ hacia abajo

e) $\frac{2g}{3}$ hacia abajo

Solución

La figura al costado muestra el DCL de cada masa con sus ejes locales w y z, respectivamente. Aplicando la 2$^{\text{da}}$ ley de Newton, se obtienen las siguientes dos ecuaciones en cada eje:

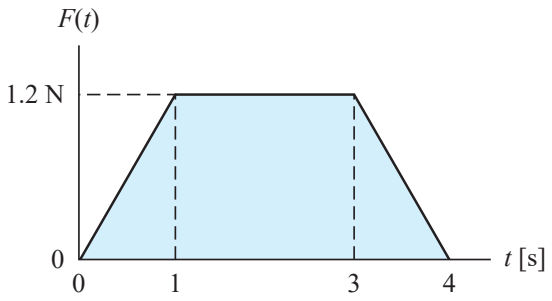
$$2mg - T = 2m\,\ddot{z}$$
$$T - mg\,\sin 30^\circ = m\,\ddot{w}$$



Por otro lado, la ligadura del problema con los ejes propuestos en el DCL resulta en $\ddot{w} = \ddot{z}$. Reemplazando este valor y eliminando la tensión T de ambas ecuaciones, se obtiene:

$$\ddot{z} = \frac{g}{2}$$

Problema 6 [0.5 puntos]



Sobre una partícula de masa $m = \frac{1}{5}\,\text{kg}$ actúa una fuerza horizontal según la gráfica de la figura. La tiene un rapidez inicial $3\,\text{m/s}$ en la misma dirección y sentido en que actúa la fuerza. El roce con el aire es despreciable. Determine la rapidez en $t = 4\,\text{s}$.

a) $v(4) = 21\ \text{m/s}$

b) $v(4) = 18\ \text{m/s}$

c) $v(4) = 26\ \text{m/s}$

d) $v(4) = 24\ \text{m/s}$

e) $v(4) = 18/5\ \text{m/s}$

Solución

La ecuación de impulso–momentum en el eje x es:

$$m\,v_1 + \int F(t)\ \mathrm{d}t = m\,v_2$$

, donde se puede integrar el impulso a partir de la gráfica (2 triángulos y un rectángulo):

$$\left(\frac{1}{5}\right)(3) + \left[\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{6}{5}\right)(1-0) + \left(\frac{6}{5}\right)(3-1) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{6}{5}\right)(4-3)\right] = \left(\frac{1}{5}\right)(v_2)$$

$$\frac{3}{5} + \frac{18}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)(v_2)_x$$

$$v_2 = 21\ \text{m/s}$$

Problema 7 [0.5 puntos]

Una rueda de inercia $I = \frac{2}{3} MR^2$ gira con velocidad angular ω_0. En el instante $t = 0$ se aplican los frenos: una zapata hace contacto con el manto de la rueda con fuerza N, como muestra la figura. El coeficiente de roce entre la zapata y la rueda es μ. Determine el ángulo total de rotación (medido en radianes) que da la rueda antes de detenerse.

a) $\theta = \frac{1}{3}\left(\frac{\omega_0^2\, MR}{\mu\, N}\right)$

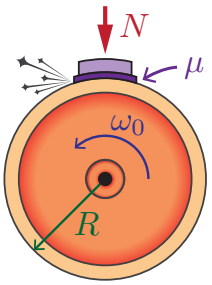
b) $\theta = \frac{2}{3}\left(\frac{\omega_0^2\, MR}{\mu\, N}\right)$

c) $\theta = \frac{1}{3}\left(\frac{\omega_0\, MR}{\mu\, N}\right)$

d) $\theta = \frac{2}{3}\left(\frac{\omega_0\, MR}{\mu\, N}\right)$

e) $\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_0\, MR}{\mu\, N}\right)$





Solución

La energía cinética inicial de la rueda es:

$$T_1 = \frac{1}{2}\, I\, \omega_0^2$$

La energía disipada por el roce es:

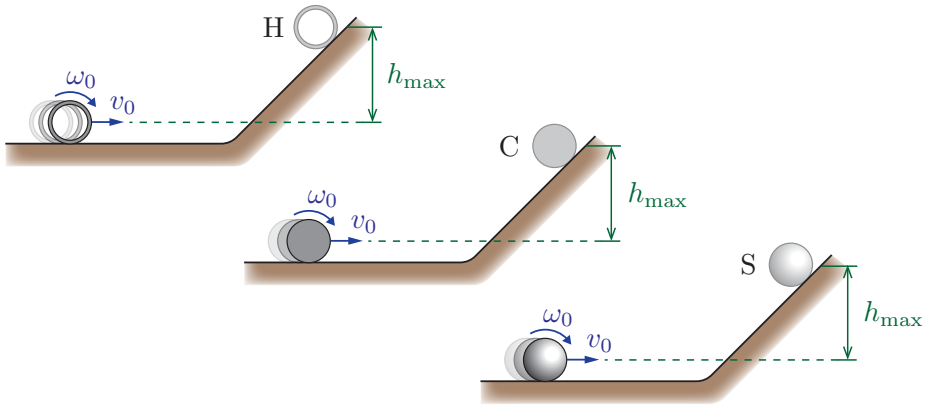
$$U_{12}^{\star} = -\left(f_r\right)(s) = -\left(\mu N\right)(R\,\theta) = -\mu\, N\, R\,\theta$$

La energía cinética final es cero (i.e. $T_2 = 0$). La ecuación de trabajo–energía del sistema resulta en:

$$\begin{aligned} T1 + U_{12}^{\star} &= T_2 \\ \frac{1}{2}\, I\, \omega_0^2 &= \mu\, N R\, \theta \\ \theta &= \left(\frac{1}{2}\, I\, \omega_0^2\right)\left(\frac{1}{\mu\, NR}\right) \\ \theta &= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\, MR^2\right)\omega_0^2\left(\frac{1}{\mu\, NR}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{\omega_0^2\, MR}{\mu\, N}\right) \end{aligned}$$

Problema 8 [0.5 puntos]

Se tienen 3 cuerpos: un cilindro hueco de pared delgada (H), un cilindro sólido (C), y una esfera sólida (S); todos de igual masa ($M_\mathrm{H} = M_\mathrm{C} = M_\mathrm{S}$) e igual radio ($R_\mathrm{H} = R_\mathrm{C} = R_\mathrm{S}$). Estos comienzan su carrera en el plano horizontal rodando sin deslizar con velocidad traslacional v_0 y velocidad angular ω_0. Los cuerpos suben por un plano inclinado rodando sin deslizar. ¿Qué puede concluir respecto a las alturas máximas que alcanzan?



a) $(h_{\max})_\mathrm{H} > (h_{\max})_\mathrm{C} > (h_{\max})_\mathrm{S}$

b) $(h_{\max})_\mathrm{S} > (h_{\max})_\mathrm{C} > (h_{\max})_\mathrm{H}$

c) $(h_{\max})_\mathrm{C} > (h_{\max})_\mathrm{S} > (h_{\max})_\mathrm{H}$

d) $(h_{\max})_\mathrm{C} > (h_{\max})_\mathrm{H} > (h_{\max})_\mathrm{S}$

e) Todos los cuerpos llegan a la misma altura máxima $h_{\max}$ ya que todos comienzan con las mismas velocidades (traslacional y angular).

Solución

La altura máxima alcanzada será igual a la energía cinética inicial; i.e.:

$$T_1 = V_2 \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2}\,M\,v_0^2 + \frac{1}{2}\,I\,\omega_0^2 = mg\,h_{\max}$$

Es decir, aquel cuerpo con mayor energía inicial llegará más alto. Como todos los cuerpos tienen igual masa, el primer término en T_1 será idéntico para los 3 cuerpos, pero su energía cinética rotacional será proporcional a las respectivas inercias (ya que ω_0 es común a todos los cuerpos). En este caso:

$$I_\mathrm{H} = MR^2 \quad ; \quad I_\mathrm{C} = \frac{1}{2}\,MR^2 \quad ; \quad I_\mathrm{S} = \frac{2}{5}\,MR^2$$

$$I_\mathrm{H} > I_\mathrm{C} > I_\mathrm{S}$$

, y con ello:

$$(h_{\max})_\mathrm{H} > (h_{\max})_\mathrm{C} > (h_{\max})_\mathrm{S}$$

Problema 9 [0.5 puntos]

Se tiene un péndulo de ángulos pequeños cuyo roce con el aire es despreciable. La masa M en el extremo se puede aproximar como una partícula y la cuerda como una "cuerda ideal". El péndulo tiene dos "pines" que modifican su trayectoria según la oscilación sea hacia la izquierda o la derecha. La altura máxima que alcanza oscilando a la izquierda y derecha son h_{izq} y h_{der}, respectivamente. El intervalo de tiempo entre los puntos $1 \to 2 \to 1'$ (oscilación izquierda) es Δt_{izq}. Análogamente, el intervalo de tiempo entre los puntos $1 \to 3 \to 1'$ (oscilación derecha) es Δt_{der}.

Respecto a las alturas h_{izq} y h_{der}, y los intervalos Δt_{izq} y Δt_{der}; se puede concluir que...

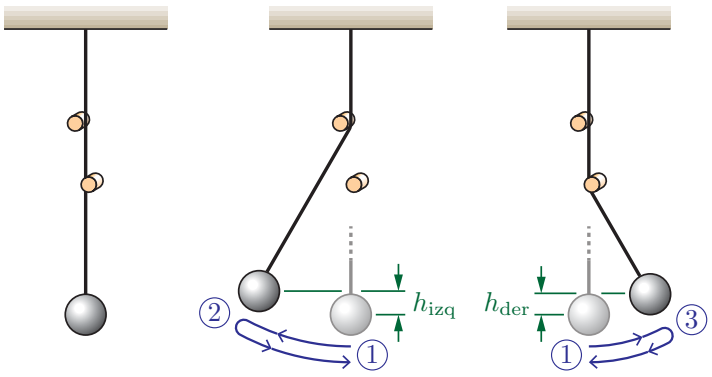
a) $h_{\text{izq}} = h_{\text{der}}$ y $\Delta t_{\text{izq}} > \Delta t_{\text{der}}$

b) $h_{\text{izq}} = h_{\text{der}}$ y $\Delta t_{\text{izq}} = \Delta t_{\text{der}}$

c) $h_{\text{izq}} > h_{\text{der}}$ y $\Delta t_{\text{izq}} = \Delta t_{\text{der}}$

d) $h_{\text{izq}} < h_{\text{der}}$ y $\Delta t_{\text{izq}} = \Delta t_{\text{der}}$

e) $h_{\text{izq}} = h_{\text{der}}$ y $\Delta t_{\text{izq}} < \Delta t_{\text{der}}$



Solución

El principio de conservación de energía permite concluir que $h_{\text{izq}} = h_{\text{der}}$.

La frecuencia natural circular de un péndulo de ángulos pequeños es $\omega_n = \sqrt{g/\ell}$. El tiempo que tarda en oscilar a cada lado corresponde a media oscilación. Es decir:

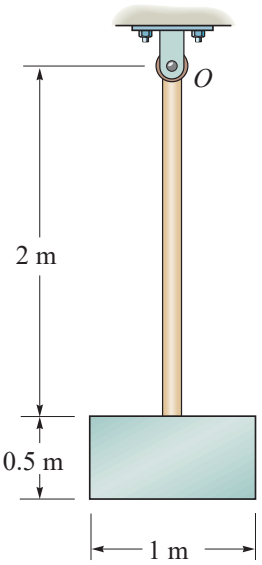
$$\Delta t_{\text{izq}} = \frac{(T_n)_{\text{izq}}}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_{\text{izq}}}{g}} \qquad \Delta t_{\text{der}} = \frac{(T_n)_{\text{der}}}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_{\text{der}}}{g}}$$

La razón entre ambos intervalos de tiempo es:

$$\frac{\Delta t_{\text{izq}}}{\Delta t_{\text{der}}} = \sqrt{\frac{\ell_{\text{izq}}}{\ell_{\text{der}}}}$$

Debido a que $\ell_{\text{izq}} > \ell_{\text{der}}$, se puede concluir que $\Delta t_{\text{izq}} > \Delta t_{\text{der}}$.

Problema 10 [0.5 puntos]



Un péndulo consiste de una barra de masa $m_b = 2\,\text{kg}$ y una placa rectangular de masa $m_p = 3\,\text{kg}$.

Determine la inercia del péndulo I_O respecto a un eje de rotación perpendicular al plano que pasa por el pivote en O.

a) $I_O = \dfrac{109}{6}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

b) $I_O = \dfrac{47}{48}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

c) $I_O = \dfrac{467}{48}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

d) $I_O = \dfrac{137}{48}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

e) $I_O = \dfrac{391}{24}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

Solución

La inercia del objeto respecto a O se calcula con el teorema de cambio de eje de rotación (también conocido como *teorema de ejes paralelos*, o *teorema de Steiner*):

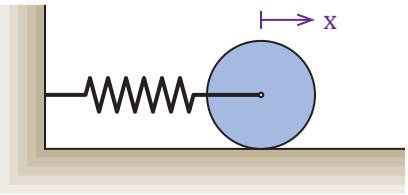
$$I_O = I_b + m_b\,(d_b)^2 + I_p + m_p\,(d_p)^2$$

$$I_O = \frac{1}{12}\,m_b\,\ell_b^2 + m_b\left(\frac{\ell_b}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\,m_p\,(a^2+b^2) + m_p\left(\ell_b + \frac{b}{2}\right)^2$$

$$I_O = \frac{2}{3} + 2 + \frac{5}{16} + \frac{243}{16}$$

$$I_O = \frac{109}{6}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Problema 11 [0.5 puntos]



Considere un resorte de rigidez k conectado al eje de un cilindro. El cilindro tiene masa M y rueda sin deslizar. El resorte está en su largo natural cuando $x = 0$. Determine la ecuación diferencial que describe el movimiento del centro de masa del cilindro.

a) $\frac{3}{2} M \ddot{x} + k x = 0$

b) $\frac{1}{2} M \ddot{x} + k x = 0$

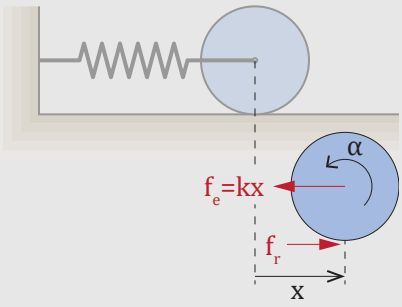
c) $2 M \ddot{x} + k x = 0$

d) $M \ddot{x} + k x = 0$

e) $4 M \ddot{x} + k x = 0$

Solución

La figura al costado muestra un DCL para el cilindro dado un desplazamiento x. Utilizando la 2$^{\text{da}}$ ley de Newton en el sentido horizontal y rotacional se obtiene:



$$\sum f_x : \quad -k x + f_r = M \ddot{x}$$
$$\sum m_z : \quad f_r R = I \alpha$$

La condición de rodadura resulta en:

$$\dot{x} = -\omega R$$
$$\ddot{x} = -\alpha R$$

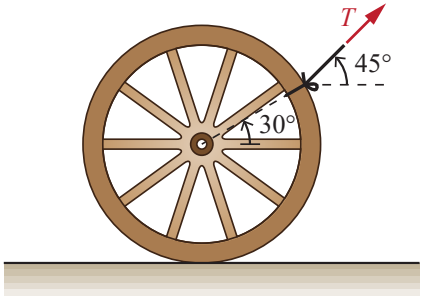
Reemplazando la condición de rodadura y la inercia del cilindro se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} -k x + f_r = M \ddot{x} \\ f_r R = \left(\frac{1}{2} M R^2\right)\left(-\frac{\ddot{x}}{R}\right) \end{array}\right\}$$

, donde despejando el valor de f_r de la segunda ecuación y reemplazando en la primera se llega a:

$$\frac{3}{2} M \ddot{x} + k x = 0$$

Problema 12 [0.5 puntos]



Una rueda de masa M se tira con una cuerda que tiene una inclinación de 45° respecto a la horizontal. El coeficiente de fricción dinámico entre la rueda y la superficie es $\mu_k = \frac{1}{2}$. La fuerza T requerida para que la rueda se deslice sin girar es:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{6}}\,Mg$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\,Mg$

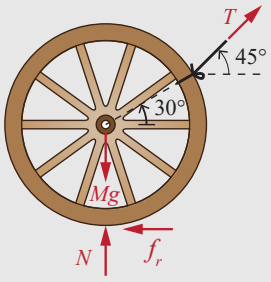
c) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\,Mg$

d) $\dfrac{1}{2}\,Mg$

e) $\dfrac{2}{3}\,Mg$

Solución

La figura al costado muestra el DCL de la rueda. El momento que genera la tensión respecto al centro de la rueda es:



$$m_T = \mathbf{r} \times \mathbf{f} = R \begin{Bmatrix} \cos 30^\circ \\ \sin 30^\circ \\ 0 \end{Bmatrix} \times T \begin{Bmatrix} \cos 45^\circ \\ \sin 45^\circ \\ 0 \end{Bmatrix} = RT \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \end{Bmatrix}$$

Alternativamente se podría haber obtenido el momento de forma geométrica. Se sabe que la rueda no gira (i.e. $\alpha = 0$) y tampoco acelera en y. Utilizando la 2$^{\text{da}}$ ley de Newton se obtiene:

$$\begin{aligned} \sum f_x \quad & T\cos 45^\circ - f_r = M\,\ddot{x} \\ \sum f_y \quad & T\sin 45^\circ + N - Mg = 0 \\ \sum m_z \quad & RT\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\right) - f_r\,R = 0 \end{aligned}$$

Utilizando la segunda ecuación para despejar N se puede obtener la fuerza de roce $f_r = \mu\,N$:

$$f_r = \mu\left(Mg - \frac{T}{\sqrt{2}}\right)$$

Reemplazando en la sumatoria de momento respecto al centro de la rueda, y recordando que $\mu = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} RT\,\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} - \mu R\left(Mg - \frac{T}{\sqrt{2}}\right) &= 0 \\ T\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} + \frac{\mu}{\sqrt{2}}\right) &= \mu Mg \\ T &= \frac{2\,Mg}{\sqrt{6}} \end{aligned}$$