PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1514 / ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2019

Interrogación 01

Duración total: 150 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Las mochilas se deben dejar en el área designada para ello.
3. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
4. No se podrá abandonar la sala hasta el término de la evaluación. Si necesita ir al baño se registrará su salida/entrada.
5. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
6. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
7. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y con la reprobación de éste. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:

   Cometer fraude en la evaluación

   Adulterar el acta de asistencia

   Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas

   Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica

   Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Reglas preguntas de selección múltiple:

1. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
2. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** 1/4 **de punto**.
3. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).

Problema 1 [1 punto]

Un automóvil de carreras se aproxima a una curva con rapidez $v_0 = 56\ m/s$. Antes de ingresar a la curva, el piloto decide frenar con una aceleración como muestra el gráfico. Determine la velocidad a la que el automóvil entra a la curva.

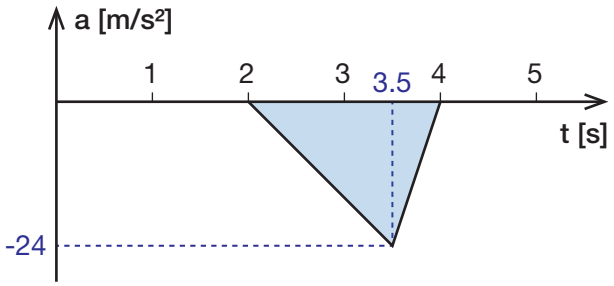
a) $v_f = 32\ m/s$

b) $v_f = 8\ m/s$

c) $v_f = 38\ m/s$

d) $v_f = 74\ m/s$

e) $v_f = 50\ m/s$



Solución

La variación de la velocidad Δv es igual a la integral de la aceleración (i.e. al área bajo la curva):

$$\Delta v = \frac{1}{2}\left[(1{,}5)\,(-24) + (0{,}5)\,(-24)\right] = \frac{1}{2}\left[(2)\,(-24)\right] = -24\ m/s$$

Es decir, al final de la desaceleración la velocidad es:

$$v_f = v_0 + \Delta v = 56 - 24 = 32\ m/s$$

Problema 2 [1 punto]

Un ciclista viaja en línea recta sobre un camino horizontal, en contra del viento que sopla muy fuerte y cuya fuerza le imprime una aceleración $-v^2(t)/20\ m/s^2$, donde $v(t)$ es la velocidad del ciclista, en m/s. En $t = 0$ la velocidad del ciclista es de 10 m/s y éste deja de pedalear. Despreciando el roce interno de la bicicleta y el de las ruedas con el camino, la distancia que el ciclista recorre desde el momento en que deja de pedalear hasta que su velocidad ha disminuido a 5 m/s es igual a

a) $20\ \ln(2)\ m$

b) $20\ \ln(5/2)\ m$

c) $20\ \ln(3)\ m$

d) $20\ \ln(7/2)\ m$

e) $20\ \ln(4)\ m$.

Solución

$$a(t) = \frac{d\,v}{d\,t}(t) = \frac{-1}{20}v^2(t),$$

luego

$$\frac{1}{v^2(t)}\frac{d\,v}{d\,t}(t) = \frac{-1}{20},$$

$$\frac{d}{d\,t}\left(-v^{-1}(t)\right) = \frac{-1}{20},$$

integrando definidamente se obtiene

$$\frac{-1}{v(t)} + \frac{1}{10} = \frac{-t}{20},$$

luego

$$v(t) = \frac{20}{2+t}.$$

Si t_f es tal que $v(t_f) = 5\,m/s$, entonces $5 = \frac{20}{2+t_f}$, luego $t_f = 2\,s$. Integrando definidamente la velocidad se obtiene

$$x(t) = \int_0^t \frac{20}{2+s}\,ds = 20\ln(2+t) - 20\ln 2 = 20\ln\left(\frac{2+t}{2}\right),$$

luego $x(2) = 20\ln 2\,m$.

Problema 3 [1 punto]

Un dron de masa M, que inicialmente está en reposo, se eleva desde el origen aplicando una fuerza vertical igual a $1{,}2\,M\,g$, donde g es la aceleración de la gravedad. Al elevarse, el dron es afectado por la fuerza del viento, la que apunta en la dirección horizontal en que crece la coordenada x, y tiene una magnitud variable en la altura, igual a $0{,}1\,M\,g\,(1+y)$ Newtons, donde y es la coordenada vertical del punto donde se mide la fuerza del viento, es decir, la altura de ese punto. El valor del desplazamiento horizontal del dron, cuando su altura es de 4 m es más cercano a:

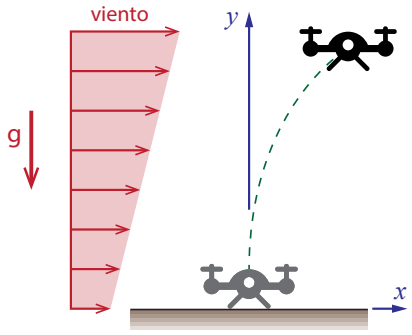
a) $\frac{10}{3}$ m

b) $\frac{16}{3}$ m

c) 2 m

d) 4 m

e) 5 m



Solución
Solución:

$$M\,\frac{d^2\,y}{d\,t^2}(t) = 0{,}2\,M\,g, \text{luego } \frac{d\,y}{d\,t}(t) = 0{,}2\,g\,t,$$

entonces

$$y(t) = 0{,}1\,g\,t^2.$$

$$M\,\frac{d^2\,x}{d\,t^2}(t) = 0{,}1\,M\,g\,(1+y) = 0{,}1\,M\,g(1+0{,}1\,g\,t^2),$$

$$\frac{d\,x}{d\,t}(t) = 0{,}1\,g\int_0^t \left(1+0{,}1\,g\,s^2\right)\,ds = 0{,}1\,g\left(t+\frac{0{,}1}{3}\,g\,t^3\right),$$

luego

$$x(t) = \int_0^t \frac{d\,x}{d\,t}(s)\,ds = 0{,}1\,g\int_0^t \left(s+\frac{0{,}1}{3}\,g\,s^3\right)\,ds,$$

entonces

$$x(t) = \frac{1}{2}\,0{,}1\,g\,t^2 + \frac{1}{12}\left(0{,}1\,g\,t^2\right)^2 = \frac{1}{2}\,y + \frac{1}{12}\,y^2,$$

luego si $y(t_f) = 4\,m$, entonces $x(t_f) = 2 + \frac{16}{12} = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}\,m$.

Problema 4 [1 punto]

Considere dos gusanos enojados. Uno de ellos — ubicado a altura h_1 — cuenta con un mortero que puede arrojar granadas con rapidez variable v_0, pero por un desperfecto el ángulo de inclinación está fijo en $\theta = \pi/4$. El segundo gusano está a altura h_2, y a una distancia d del primer gusano.
Calcule cuánto debe valer v_0 para que la granada logre alcanzar al segundo gusano.

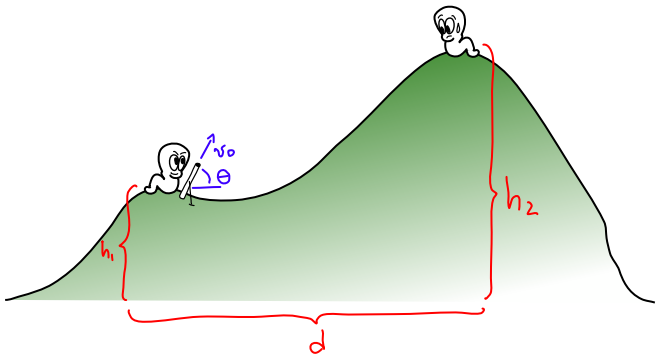
a) $v_0 = \sqrt{\dfrac{gd^2}{d - h_2 + h_1}}$

b) $v_0 = \dfrac{gd^2}{d - h_2 + h_1}$

c) $v_0 = \sqrt{\dfrac{gd^2}{d + h_2 - h_1}}$

d) $v_0 = \dfrac{d - h_2 - h_1}{gd^2}$

e) $v_0 = \sqrt{\dfrac{d - h_2 + h_1}{gd^2}}$



Solución
De la descripción en cartesianas (con el origen en el primer gusano) del lanzamiento parabólico, mas el ángulo fijo en $\theta = \pi/4$ podemos escribir:

$$x(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t$$
$$y(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t - \frac{gt^2}{2}t$$

dado esto, el tiempo de llegada t_a al segundo gusano saldrá de $x(t_a) = d$:

$$t_a = \frac{\sqrt{2}d}{v_0}$$

lo que empalmando en la ecuación $y(t_a) = h_2 - h_1 = h$:

$$h = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}d}{v_0} - \frac{g}{2}\left(\frac{\sqrt{2}d}{v_0}\right)^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_0 = \sqrt{\frac{gd^2}{d-h}} = \sqrt{\frac{gd^2}{d - h_2 + h_1}}$$

Problema 5 [1 punto]

Considere una partícula que sigue la trayectoria helicoidal de la figura, de acuerdo a las ecuaciones:

$$z(t) = a\,t$$
$$\theta(t) = \omega\,t$$
$$\rho(t) = R$$

Con a, ω, y R constantes positivas.

¿Cuál es el vector desplazamiento $\vec{d}$ para $\Delta t = 2\pi/\omega$?

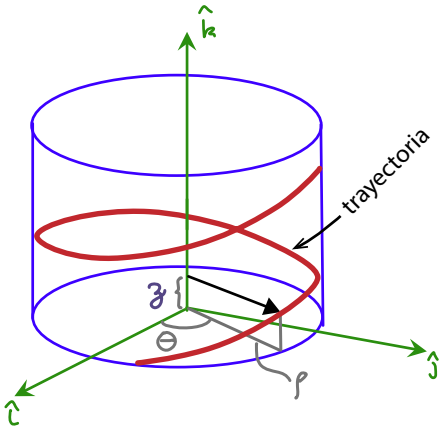
a) $\dfrac{2\pi a}{\omega}\hat{k}$

b) $\dfrac{2\pi a}{\omega}$

c) $-\dfrac{2\pi a}{\omega}\hat{\rho}$

d) $2\pi R\sqrt{1+\left(\dfrac{a}{\omega R}\right)^2}$

e) $-2\pi R\,\hat{\imath} + \dfrac{2\pi a}{\omega}\hat{k}$



Solución

Considerando que transcurrido $\Delta t = 2\pi/\omega$, la partícula gira exactamente una vuelta, la una altura extra de $\Delta z = \dfrac{2\pi a}{\omega}$, faltando solo la dirección de $\hat{k}$. Es decir, el vector de desplazamiento es: $\Delta\mathbf{u} = \dfrac{2\pi a}{\omega}\,\hat{k}$.

Problema 6 [1 punto]

En la Figura, el tren **A** viaja con rapidez constante $v_A = 120$ km/h en línea recta. El conductor del auto **B**, anticipando el cruce **C** de los rieles del tren con la ruta del auto, reduce la rapidez del auto de 90 km/h con una desaceleración de 3 m/s^2. Determine la aceleración relativa del tren **A** respecto al auto **B**.

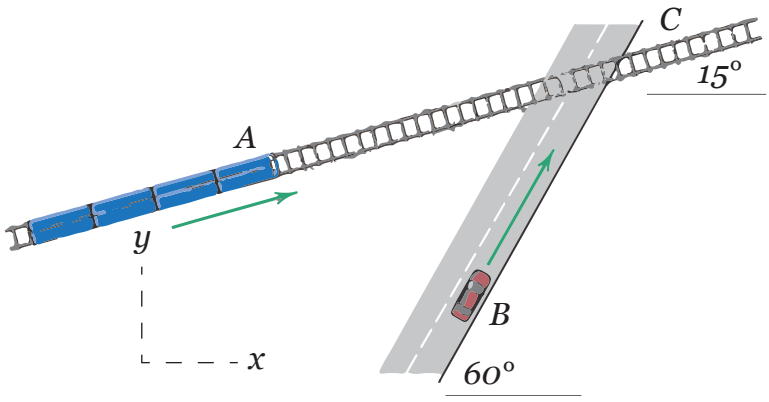
a) $\mathbf{a}_{A/B} = 3\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)$ $[m/s^2]$

b) $\mathbf{a}_{A/B} = -3\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)$ $[m/s^2]$

c) $\mathbf{a}_{A/B} = -3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right)$ $[m/s^2]$

d) $\mathbf{a}_{A/B} = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right)$ $[m/s^2]$

e) $\mathbf{a}_{A/B} = -3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j}\right)$ $[m/s^2]$



Solución

Según la figura el ángulo formado por el riel del tren y la horizontal es $\theta_A = \pi/12$ y el del auto es $\theta_B = \pi/3$. Entonces con respecto a algún origen la posición del tren y el auto está dado por las expresiones

$$\vec{r}_A = \vec{r}_{0A} + v_{0A}(\cos\theta_A\hat{i} + \sin\theta_A\hat{j})t$$

y

$$\vec{r}_B = \vec{r}_{0B} + \left(v_{0B}t + \frac{a_B t^2}{2}\right)(\cos\theta_B\hat{i} + \sin\theta_B\hat{j}),$$

donde $\vec{r}_{0A}$ y $\vec{r}_{0B}$ son posiciones iniciales desconocidas.
La aceleración relativa está dada por la expresión

$$\vec{a}_{A/B} = \frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}_A - \vec{r}_B) = -a_B(\cos\theta_B\hat{i} + \sin\theta_B\hat{j})$$

$$\vec{a}_{A/b} = -(-3)\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right) = 3\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right)\left[m/s^2\right] \quad \blacksquare$$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1514 / ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2019

Nombre: _____

RUT: _____ N lista: _____

Interrogación 01

Duración total: 150 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Las mochilas se deben dejar en el área designada para ello.
3. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
4. No se podrá abandonar la sala hasta el término de la evaluación. Si necesita ir al baño se registrará su salida/entrada.
5. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
6. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
7. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y con la reprobación de ésta. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:

   Cometer fraude en la evaluación

   Adulterar el acta de asistencia

   Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas

   Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica

   Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Reglas específicas a las preguntas de desarrollo:

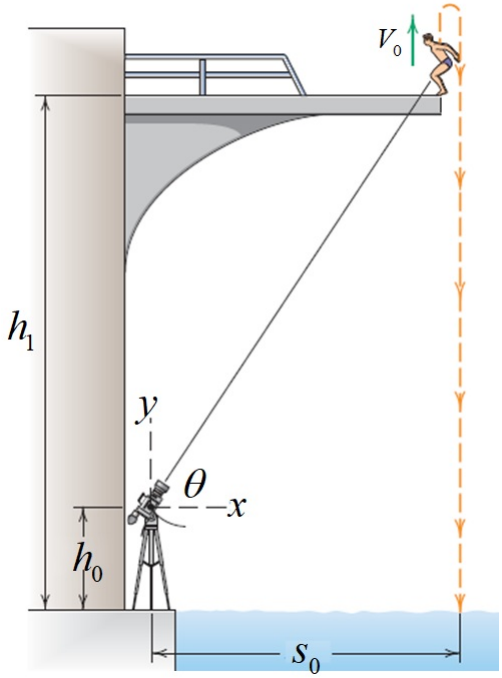
1. Está permitido el uso de lápiz mina en las preguntas de desarrollo, pero pierde el derecho a recorrección.
2. Al finaizar la prueba no es necesario entregar las hojas con los enunciados, a menos que haya escrito parte de la solución ahí

Nombre: _____

RUT: _____

N lista: _____

Problema 1 [6 puntos]



Un nadador salta de un trampolín con una velocidad inicial vertical hacia arriba de magnitud v_0. Una cámara automática situada sobre un trípode en el suelo puede seguir la trayectoria del nadador de tal forma que el nadador siempre aparece en el centro de la imagen. Considere conocidos los valores de los términos v_0, h_0, h_1 y s_0.

a) ¿Cuál es la relación entre la rapidez radial $\dot{r}$ y la rapidez angular $\dot{\theta}$ del nadador en términos de valores conocidos y de las coordenadas r y θ? **[2 puntos]**

b) ¿Cuál es la expresión para la velocidad total del nadador en términos de la rapidez angular, $\dot{\theta}$, y la coordenada r? **[2 puntos]**

c) ¿Cuáles son las expresiones del radio inicial r_0, ángulo inicial θ_0, ángulo máximo θ_{max} y ángulo mínimo θ_{min}? **[1 punto]**

d) ¿Cuál es la expresión para la rapidez inicial radial $\dot{r}_0$, y la rapidez inicial angular $\dot{\theta}_0$, del nadador en términos de v_0 y del ángulo inicial θ_0? **[1 punto]**

Primero consideramos el nadador como una masa puntual que inicialmente esta en extremo del trampolín y su movimiento es solamente vertical. Cualquier desplazamiento horizontal se considera despreciable. Si se define $\hat{\rho}$ and $\hat{\theta}$ como los vectores unitarios de las coordenadas polares (usuales). En lo que sigue se supone que el origen del sistema coordenado se encuentra en la base del trípode. El vector posición y la velocidad quedan dados por las expresiones

$$\vec{r} = r\hat{\rho} \qquad \vec{v} = \dot{r}\hat{\rho} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

Puntuación y Notas Parciales

Para calcular la nota es necesario usar factores de conversión sobre los puntajes de cada una de las preguntas tal como se muestra a continuación.

$$\text{Nota} = \mathbf{1} + \mathbf{2}\,\text{Puntaje}_{\textbf{(a)}} + \mathbf{2}\,\text{Puntaje}_{\textbf{(b)}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\text{Puntaje}_{\textbf{(c)}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\text{Puntaje}_{\textbf{(d)}}$$

Solución (a)

La coordenada horizontal está dada por la expresión

$$s_0 = r\cos\theta$$

por tanto, derivando con respecto al tiempo se obtiene

$$\dot{r}\cos\theta - r\sin\theta\dot{\theta} = 0$$

por tanto

$$\boxed{r\dot{\theta}\tan\theta = \dot{r}} \qquad 1\,pt \tag{1}$$

Nota Parcial a) = $2 \times 1\,pt = 2$

Solución (b)

La expresión de la velocidad depende de $\dot{r}$, por tanto se sustituye la expresión hallada en la ecuación (1) para eleminar esta dependencia. De este procedimiento se obtiene

$$\vec{v} = r\dot{\theta}\tan\theta\hat{\rho} + r\dot{\theta}\hat{\theta} = r\dot{\theta}(\tan\theta\hat{\rho} + \hat{\theta})$$

En este punto necesitamos también eliminar la coordenada θ. Para ello usamos la expresión

$$(y - h_0)^2 + s_0^2 = r^2$$

donde y es la coordenada cartesiana vertical. Por tanto

$$\tan\theta = \frac{y}{s_0} = \frac{\sqrt{r^2 - s_0^2}}{s_0}.$$

Finalmente, obtenemos que la expresión de la velocidad toma la forma

$$\boxed{\vec{v} = r\dot{\theta}\left(\frac{\sqrt{r^2 - s_0^2}}{s_0}\hat{\rho} + \hat{\theta}\right)} \qquad 1\,pt$$

donde las únicas variables son r y $\dot{\theta}$.

Nota Parcial b) = $2 \times 1\,pt = 2$

Solución (c)

$$\boxed{r_0 = \sqrt{(h_1 - h_0)^2 + s_0^2}} \qquad 1\,pt$$

$$\boxed{\theta_0 = \arctan\left(\frac{h_1 - h_0}{s_0}\right)} \qquad 1\,pt$$

$$\boxed{\theta_{min} = -\arctan\left(\frac{h_0}{s_0}\right)} \qquad 1\,pt$$

El ángulo máximo se calcula con la altura máxima que alcanza el nadador, sabiendo que su velocidad inicial vertical es v_0. Para ello se usa la expresión escalar de la velocidad vertical, i.e

$$-gt = v(t) - v_0$$

La velocidad se anula en el punto más alto, i.e. $v(t_{max}) = 0$. Por tanto, el tiempo al cual se alcanza la altura máxima es

$$t_{max} = \frac{v_0}{g}.$$

La posición relativa $y_{\mathrm{N/T}}$ del nadador con respecto al nivel del trampolín está dada por la expresión

$$y_{\mathrm{N/T}} = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

La altura máxima que alcanza el nadador con respecto al nivel del trampolín es

$$y_{\mathrm{N/T},max} = v_0\, t_{max} - \frac{g}{2} t_{max}^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$

Entonces

$$\boxed{\theta_{max} = \arctan\left(\frac{h_1 - h_0 + \frac{v_0^2}{2g}}{s_0}\right)} \qquad 1\,pt$$

Nota Parcial c) = $\frac{1}{4} \times 4\,pt = 1$

Solución (d)

Sabemos que

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{\rho} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

entonces el módulo de la velocidad en el tiempo $t = 0$ toma la forma

$$v_0^2 = \dot{r}_0^2 + r_0^2\dot{\theta}_0^2 = r_0^2\dot{\theta}_0^2(\tan^2\theta_0 + 1) = \frac{r_0^2\dot{\theta}_0^2}{\cos^2\theta_0}$$

entonces

$$\boxed{\dot{\theta}_0 = \frac{v_0}{r_0}\cos\theta_0 = \frac{v_0}{\sqrt{(h_1 - h_0)^2 + s_0^2}}\cos\theta_0.} \qquad 1\,pt$$

Finalmente, de la ecuación (1) se obtiene que

$$\dot{r}_0 = r_0\dot{\theta}_0\tan\theta_0$$

por tanto

$$\boxed{\dot{r}_0 = v_0\sin\theta_0} \qquad 1\,pt$$

Nota Parcial d) = $\frac{1}{2} \times 2\,pt = 1$

Problema 2 [6 puntos]

Un cañón se encuentra en la cumbre de una roca a una altura de 300 m apuntando hacia abajo con un ángulo de 30° con el eje horizontal. Bajo la roca, se encuentra un auto moviéndose con aceleración constante $a = 2\ m/s^2$ hacia el cañón. En el instante de tiempo $t = 0$, el auto se encuentra a una distancia $x_0 = 2000\ m$ y velocidad inicial $v_0 = 20\ m/s$. Se sabe que la bala sale del cañón con velocidad (rapidez) de 100 m/s.

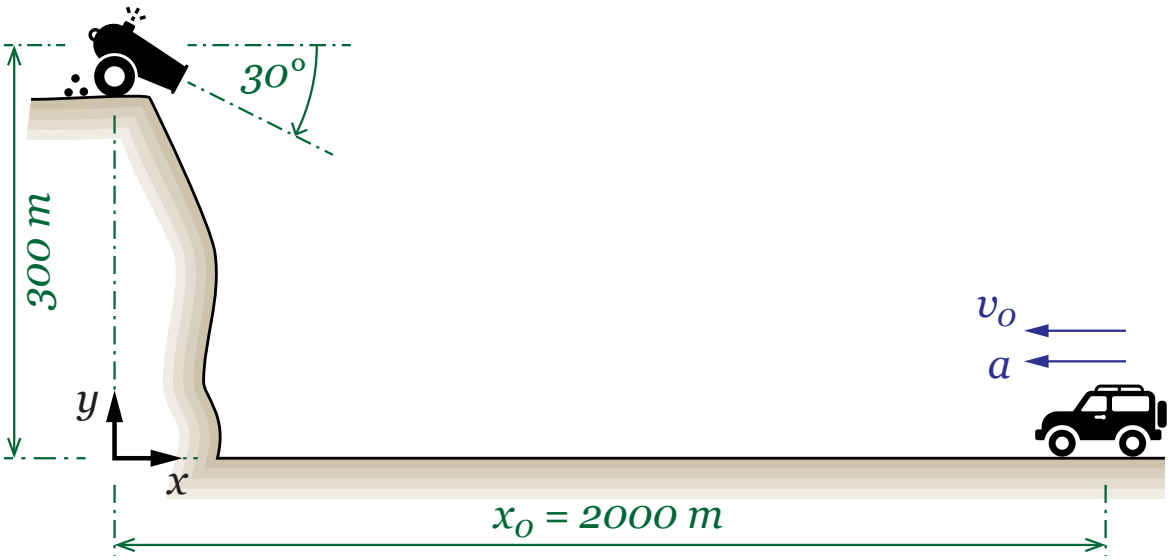
Nota1: El origen del sistema coordenado está bajo el cañón, a nivel de suelo (ver Figura).
Nota2: Asuma que $g = 10\,m/s^2$.

Se pide determinar:

a) El tiempo de vuelo de la bala y su alcance horizontal desde el origen del sistema. [**2 puntos**]

b) El instante de tiempo en que el cañón debería disparar para impactar al auto. [**2 puntos**]

c) El vector velocidad de la bala y del auto en el instante del impacto. [**2 puntos**]



Primero consideramos la bala y el auto como una masas puntuales. Cualquier acción del aire se considera despreciable. Se definen $\hat{\mathbf{i}}$ and $\hat{\mathbf{j}}$ los vectores unitarios de las coordenadas cartesianas (usuales). Se considera que el movimiento de las masas se descompone a lo largo de los ejes x e y. En horizontal el movimento es rectilíneo uniforme, en vertical es acelerado con aceleración $g = -10$ m/s^2.

Solución (a)

El tiempo de vuelo de la bala y su alcance se obtienen de hacer $\mathbf{u}_c\left(t_c\right) = \{x_c\,,\,0\}$. Es decir:

$$\mathbf{u}_c\left(t_c\right) = \left\{\begin{array}{c} 0 \\ -g \end{array}\right\} \frac{\left(t_c\right)^2}{2} + 100 \left\{\begin{array}{c} \cos 30^\circ \\ -\sin 30^\circ \end{array}\right\} t_c + \left\{\begin{array}{c} 0 \\ 300 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} x_c \\ 0 \end{array}\right\}$$

Con la segunda ecuación (eje "y") se obtiene el tiempo del vuelo de la bala de cañón:

$$t_c = \frac{50 - \sqrt{50^2 + 6000}}{-\left(2\right)\left(5\right)} = \sqrt{85} - 5 \qquad 1\,pt$$

Reemplazando en la primera ecuación (eje "x") se obtiene la distancia del impacto:

$$x_c = \left(100\right)\left(\cos 30^\circ\right)\left(t_c\right) = \left(100\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sqrt{85} - 5\right)$$

Es decir, la distancia de impacto es:

$$x_c = 50\sqrt{255} - 250\sqrt{3} \qquad 1\,pt$$

Solución (b)

Hay que encontrar el tiempo que tarda el automóvil en llegar a x_c; i.e. el tiempo t_a tal que $u_{ax}\left(t_a\right) = x_c$. Como su movimiento es rectilíneo, se puede analizar de manera escalar:

$$\begin{aligned} u_{ax}\left(t_a\right) = -t_a^2 - 20,t_a + 2000 &= x_c \\ -t_a^2 - 20,t_a + 2000 &= 50\sqrt{255} - 250\sqrt{3} \\ t_a^2 + 20,t_a + 250\sqrt{3} - 50\sqrt{255} - 2000 &= 0 \end{aligned}$$

Es decir, el automóvil llega al punto de impacto de la bala de cañón en:

$$\begin{aligned} t_a &= \frac{-20 + \sqrt{400 - \left(4\right)\left(50\sqrt{255} - 250\sqrt{3} - 2000\right)}}{2} \\ t_a &= -10 + \sqrt{2100 + 250\sqrt{3} - 50\sqrt{255}} \end{aligned}$$

Con ello, para que la bala impacte al auto en la posición $\{x_c\,,\,0\}$ el cañón debe disparar su bala cuando habiendo transcurrido:

$$\Delta t = t_a - t_c = -10 + \sqrt{2100 + 250\sqrt{3} - 50\sqrt{255}} - \left(\sqrt{85} - 5\right)$$

Es decir:

$$\Delta t = t_a - t_c = -5 + \sqrt{2100 + 250\sqrt{3} - 50\sqrt{255}} - \sqrt{85} \qquad 2\,pt$$

Solución (c)

Evaluando las expresiones de velocidad para la bala de cañón y el automóvil en t_c y t_a respectivamente:

$$\dot{\mathbf{u}}_c\left(t_c\right) = \begin{Bmatrix} 0 \\ -g \end{Bmatrix} t_c + 100 \begin{Bmatrix} \cos 30^\circ \\ -\sin 30^\circ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 50\sqrt{3} \\ -10\,t_c - 50 \end{Bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_a\left(t_a\right) = \begin{Bmatrix} -2 \\ 0 \end{Bmatrix} t_a + 20 \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2\,t_a - 20 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Para la bala de cañón se obtiene:

$$\dot{\mathbf{u}}_c\left(t_c\right) = \begin{Bmatrix} 50\,\sqrt{3} \\ -10\,\sqrt{85} \end{Bmatrix} \qquad 1\,pt$$

Para el automóvil se obtiene:

$$\dot{\mathbf{u}}_a\left(t_a\right) = \begin{Bmatrix} 20 - 2\sqrt{2100 + 250\sqrt{3} - 50\sqrt{255}} - 20 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2\,\sqrt{2100 + 250\sqrt{3} - 50\sqrt{255}} \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad 1\,pt$$