PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2023

Interrogación 02

Duración total: 120 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **Sólo se aceptarán preguntas de enunciado**. Si la pregunta no es de enunciado o una aclaración de este, no se le dará respuesta alguna.
5. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
6. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** 1/5 **de una respuesta correcta**.
7. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).
8. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y será calificado con la nota mínima. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:

   Cometer fraude en la evaluación

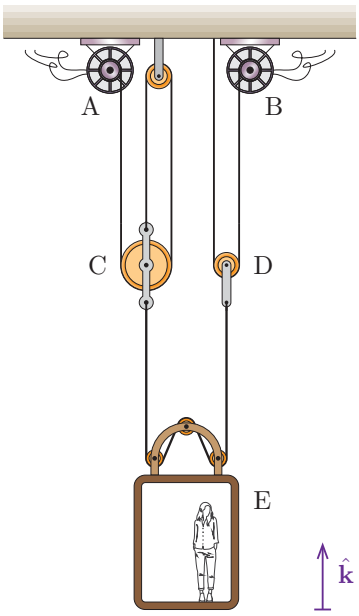
   Adulterar el acta de asistencia

   Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas

   Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica

   Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Problema 1 [0.5 puntos]



Un complejo sistema de elevador utiliza dos motores como muestra la Figura al costado. Cuando elevador se encuentra en funcionamiento el motor A recupera cuerda con rapidez constante de 3,6 m/s, mientras que el motor B entrega cuerda con rapidez constante 3,6 m/s. Las cuerdas y poleas son ideales. Desprecie cualquier fuente de roce. Considere que $g = 10\,\text{m/s}^2$.

Determine la velocidad con que se mueve la caja del elevador.

a) $\mathbf{v}_\text{E} = -0{,}3\,\hat{\mathbf{k}}$ m/s

b) $\mathbf{v}_\text{E} = +0{,}2\,\hat{\mathbf{k}}$ m/s

c) $\mathbf{v}_\text{E} = 0\,\hat{\mathbf{k}}$ m/s

d) $\mathbf{v}_\text{E} = -0{,}2\,\hat{\mathbf{k}}$ m/s

e) $\mathbf{v}_\text{E} = +0{,}4\,\hat{\mathbf{k}}$ m/s

Solución

Las longitudes de la cuerdas superior izquierda (cuerda 1) y superior derecha (cuerda 2) son:

$$\ell_1(t) = \ell_{01} - v_\text{A}\,t \qquad\qquad \ell_2(t) = \ell_{02} + v_\text{B}\,t$$

, donde el signo negativo que acompaña a v_A se debe a que el motor recupera cuerda (acorta la cuerda). Lo opuesto es cierto para el caso de ℓ_2 y el motor B. Por otro lado, considerando el eje z como positivo hacia arriba, las longitudes de las tres cuerdas del sistema en función de las coordenadas (alturas) de los componentes del sistema son:

$$\begin{aligned}\ell_1(t) &= 3\,(z_\text{techo} - z_\text{C}) + \text{ctes}\\ \ell_1(t) &= 2\,(z_\text{techo} - z_\text{D}) + \text{ctes}\\ \ell_3 &= (z_\text{C} - z_\text{E}) + (z_\text{D} - z_\text{E}) + \text{ctes}\end{aligned}$$

, donde ℓ_3 es constante en el tiempo. Reemplazando las expresiones para $\ell_1(t)$ y $\ell_2(t)$ y luego derivando, se obtiene:

$$-v_\text{A} = -3\,v_\text{C} \qquad\qquad v_\text{B} = -2\,v_\text{D} \qquad\qquad 2\,v_\text{E} = v_\text{C} + v_\text{D}$$

Cuya solución es:

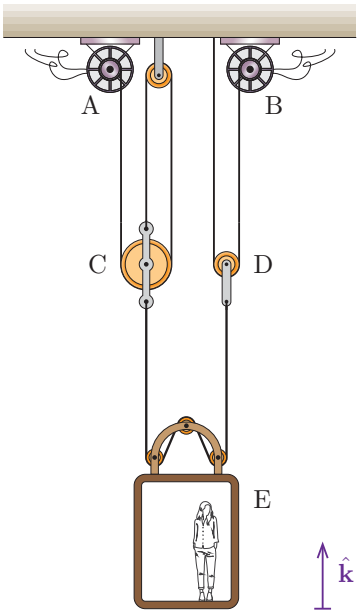
$$v_\text{C} = \frac{v_\text{A}}{3} \qquad\qquad v_\text{D} = -\frac{v_\text{B}}{2} \qquad\qquad v_\text{E} = \frac{v_\text{A}}{6} - \frac{v_\text{B}}{4}$$

Reemplazando los valores de velocidad de los motores, finalmente se obtiene:

$$v_\text{E} = \frac{3{,}6}{6} - \frac{3{,}6}{4} = -\frac{3{,}6}{12} = -0{,}3\ \text{m/s}$$

Es decir, el elevador desciende con rapidez $\mathbf{v}_\text{E} = -0{,}3\,\hat{\mathbf{k}}$ m/s.

Problema 2 [0.5 puntos]



Un complejo sistema de elevador utiliza dos motores como muestra la Figura al costado. Cuando elevador se encuentra en funcionamiento el motor A recupera cuerda con rapidez constante de $2\,\mathrm{m/s}$, mientras que el motor B entrega cuerda con rapidez constante $2\,\mathrm{m/s}$. Las cuerdas y poleas son ideales. Desprecie cualquier fuente de roce. Considere que $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. La masa de la caja del elevador con pasajeros incluidos es $m_\mathrm{E} = 240\,\mathrm{kg}$.

Determine la potencia que ejerce el motor A.

a) $P_\mathrm{A} = 800\,\mathrm{W}$

b) $P_\mathrm{A} = 1440\,\mathrm{W}$

c) $P_\mathrm{A} = 400\,\mathrm{W}$

d) $P_\mathrm{A} = 0$

e) $P_\mathrm{A} = 1200\,\mathrm{W}$

Solución

Como el sistema se mueve con velocidad constante, las aceleraciones son nulas, y gracias a ello se cumple el equilibrio de fuerzas en todos los componentes del sistema. Llamando cuerda 1 la superior izquierda, cuerda 2 a la superior derecha, y cuerda 3 a la inferior que soporta al elevador; se puede formular el equilibrio de fuerzas en las poleas C y D, respectivamente:

$$\sum (f_z)_\mathrm{C}: \qquad 3\,T_1 - T_3 = 0$$
$$\sum (f_z)_\mathrm{D}: \qquad 2\,T_2 - T_3 = 0$$

, y lo mismo para el elevador:

$$\sum (f_z)_\mathrm{E}: \qquad 2\,T_3 - m_\mathrm{E}\,g = 0$$
$$2\,T_3 - 2400 = 0$$

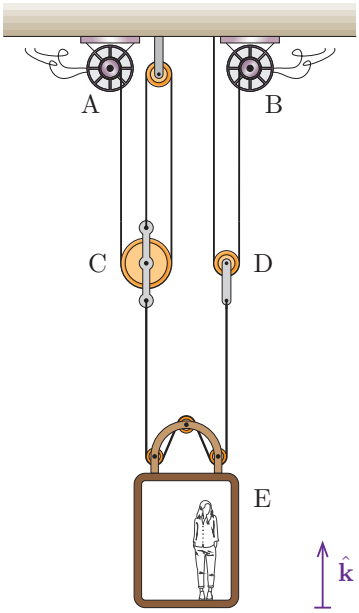
La solución del sistema entrega las siguientes tensiones en las cuerdas:

$$T_1 = 400\,\mathrm{N} \qquad T_2 = 600\,\mathrm{N} \qquad T_3 = 1200\,\mathrm{N}$$

Finalmente, la potencia que ejerce el motor A es:

$$P = \mathbf{v}\cdot\mathbf{f} = \left(2\,\hat{\mathbf{k}}\right)\left(400\,\hat{\mathbf{k}}\right) = (800\,\mathrm{W})\left(\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k}}\right) = 800\ \mathrm{W}$$

Problema 3 [0.5 puntos]



Un complejo sistema de elevador utiliza dos motores como muestra la Figura al costado. En determinado instante (i.e. $t = 0$) el motor A comienza a jalar de la cuerda con fuerza $T_{\mathrm{A}} = 440\,\mathrm{N}$. El motor B se encuentra a su vez jalando de su cuerda con fuerza T_{B} desconocida. El elevador se encuentra inicialmente en reposo. Las cuerdas y poleas son ideales. Desprecie cualquier fuente de roce. Considere que $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. La masa de la caja del elevador con pasajeros incluidos es $m_{\mathrm{E}} = 240\,\mathrm{kg}$.

Determine la variación de altura transcurridos 4 s.

a) $\Delta z = 8\,\mathrm{m}$

b) $\Delta z = 2\,\mathrm{m}$

c) $\Delta z = -2\,\mathrm{m}$

d) $\Delta z = 0$

e) $\Delta z = 4\,\mathrm{m}$

Solución

Llamando cuerda 1 la superior izquierda, cuerda 2 a la superior derecha, y cuerda 3 a la inferior que soporta al elevador; se puede formular la 2$^{\mathrm{da}}$ ley de Newton en las poleas C y D, respectivamente:

$$\sum (f_z)_{\mathrm{C}}: \qquad 3\,T_1 - T_3 = m_{\mathrm{C}}\,\ddot{z}_{\mathrm{C}} = 0$$
$$\sum (f_z)_{\mathrm{D}}: \qquad 2\,T_2 - T_3 = m_{\mathrm{D}}\,\ddot{z}_{\mathrm{D}} = 0$$

, donde se ha considerado que $m_{\mathrm{C}} \simeq 0$ y $m_{\mathrm{D}} \simeq 0$ por ser poleas ideales. Esto resulta en que:

$$T_3 = 3\,T_1 \qquad\qquad T_2 = \frac{3}{2}\,T_1$$

Luego, en el caso del el elevador se tiene:

$$\sum (f_z)_{\mathrm{E}}: \qquad 2\,T_3 - m_{\mathrm{E}}\,g = m_{\mathrm{E}}\,\ddot{z}_{\mathrm{E}}$$

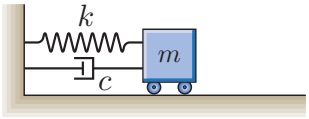
Reemplazando las tensiones por sus expresiones en función de T_1, se tiene:

$$2\,(3\,T_1) - m_{\mathrm{E}}\,g = m_{\mathrm{E}}\,\ddot{z}_{\mathrm{E}}$$
$$\ddot{z}_{\mathrm{E}} = \frac{6\,T_1}{m_{\mathrm{E}}} - g = \frac{(6)\,(440)}{240} - g = 11 - 10 = 1\ \mathrm{m/s^2}$$

Es decir, el elevador acelera hacia arriba con $\ddot{z}_{\mathrm{E}} = 1\,\mathrm{m/s^2}$. Finalmente, considerando que el elevador comienza desde el reposo y tiene aceleración constante:

$$\Delta z = v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,a\,(\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2}\,(1)\,\left(4^2\right) = 8\ \mathrm{m}$$

Problema 4 [0.5 puntos]



Un carrito de masa $m = 5\,\text{kg}$ está unido a un resorte y amortiguador cuyas constantes son $k = 135\,\text{N/m}$ y $c = 15\sqrt{3}\,\text{N·s/m}$, respectivamente. Desprecie el roce con la superficie y el aire.

Recordatorio: para un oscilador amortiguado, se tiene que

$$x(t) = \begin{cases} A_1\, e^{\lambda_1\, t} + A_2\, e^{\lambda_2\, t} & \text{si} \quad \zeta > 1 \\ (A_1 + A_2\, t)\; e^{-\omega_n t} & \text{si} \quad \zeta = 0 \\ e^{-\zeta\, \omega_n\, t}\, [\, A_1\, \cos(\omega_d\, t) + A_2\, \sin(\omega_d\, t)\,] & \text{si} \quad \zeta < 1 \end{cases}$$

, donde:

$$\zeta = \frac{c}{c_{\text{crit}}} = \frac{c}{2\, m\, \omega_n} \qquad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\lambda_1 = \omega_n \left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) \qquad \lambda_2 = \omega_n \left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)$$

La frecuencia angular ω con la que oscila el carrito es:

a) $\omega = \dfrac{9}{2}$ rad/s

b) $\omega = 3\sqrt{3}$ rad/s

c) No oscila.

d) $\omega = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ rad/s

e) $\omega = \dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ rad/s

Solución

La frecuencia natural circular del sistema es:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{135}{5}} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \;\; \text{rad/s}$$

El amortiguamiento crítico asociado al sistema es:

$$c_{\text{crit}} = 2\, m\, \omega_n = (2)\,(5)\left(3\sqrt{3}\right) = 30\sqrt{3} \;\; \text{N·s/m}$$

Con ello, el factor de amortiguamiento del sistema en cuestión es:

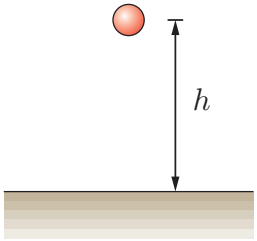
$$\zeta = \frac{c}{c_{\text{crit}}} = \frac{15\sqrt{3}}{30\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

Es decir, el oscilador es de tipo sub-amortiguado y oscila con frecuencia natural amortiguada:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = \left(3\sqrt{3}\right)\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \left(3\sqrt{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{9}{2} \;\; \text{rad/s}$$

Problema 5 [0.5 puntos]

Una pelota de masa m se suelta desde el reposo. Después de dar dos botes en el suelo, la pelota se eleva hasta una altura h, como muestra la Figura al costado. El coeficiente de restitución del impacto de la pelota con el suelo es $e = 0{,}5$.



Determine la altura a la cual se suelta la pelota en términos de h.

a) $16h$

b) $8h$

c) $4h$

d) $2h$

e) h

Solución

La pelota se suelta de una altura inicial h_0 a determinar. Aplicando conservación de energía desde que se suelta hasta antes de impactar al suelo se obtiene:

$$\begin{aligned} T_1 + V_1 &= T_2 + V_2 \\ 0 + mgh_0 &= \frac{1}{2}\, m\, v_0^2 + 0 \\ v_0 &= \sqrt{2gh_0} \end{aligned}$$

Como la colisión es entre la pelota (A) y el suelo (B), mediante el coeficiente de restitución se tiene que la velocidad vertical después del primer bote es:

$$e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} = \frac{-v_1}{-v_0} \qquad \longrightarrow \qquad v_1 = e\, v_0$$

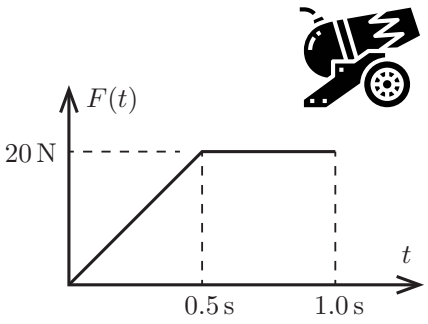
Utilizando nuevamente la ecuación del coeficiente de restitución, la velocidad vertical después del segundo bote es:

$$e = \frac{v''_B - v''_A}{v'_A - v'_B} = \frac{-v_2}{-v_1} \qquad \longrightarrow \qquad v_2 = e\, v_1 = e^2\, v_0 = \frac{v_0}{4}$$

Finalmente, aplicando conservación de energía desde que la pelota da su segundo bote hasta que alcanza una altura máxima h se puede obtener la altura inicial h_0:

$$\begin{aligned} T_1 + V_1 &= T_2 + V_2 \\ \frac{1}{2}\, mv_2^2 + 0 &= 0 + mgh \\ \left(\frac{1}{2}\right)(m)\left(\frac{2gh_0}{16}\right) &= mgh \\ h_0 &= 16\, h \end{aligned}$$

Problema 6 [0.5 puntos]



Un cañon de circo aplica una fuerza en función del tiempo sobre un proyectil tal como muestra la gráfica al costado. Considere que el proyectil comienza desde el reposo, y desprecie la acción de otras fuerzas. El proyectil tiene masa $m = 2\,\text{kg}$.

Determine la rapidez con que sale disparado el proyectil.

a) $v = 7{,}5\,\text{m/s}$

b) $v = 5\,\text{m/s}$

c) $v = 10\,\text{m/s}$

d) $v = 15\,\text{m/s}$

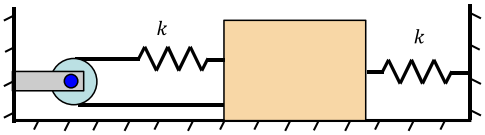
e) $v = 20\,\text{m/s}$

Solución

El cañón tarda 1 segundo en aplicar $F(t)$ durante el dispare de un proyectil, por lo tanto, mediante el principio de impulso y momentum se tiene:

$$\begin{aligned} L_1 + I &= L_2 \\ mv_1 + \int_0^1 F(t)\ \mathrm{d}t &= mv_2 \\ 0 + \int_0^{0{,}5} F(t)\ \mathrm{d}t + \int_{0{,}5}^1 F(t)\ \mathrm{d}t &= m\,v \\ \frac{1}{2}\,(20)\,(0{,}5) + (20)\,(0{,}5) &= 2\,v \\ 15 &= 2\,v \\ v &= 7{,}5\,\text{m/s} \end{aligned}$$

Problema 7 [0.5 puntos]



Un bloque de masa m está conectado a dos resortes como muestra la Figura al costado. El roce del bloque con la superficie es despreciable. La cuerda es inextensible y los resortes son ideales.

Determine la frecuencia natural circular (frecuencia angular) del sistema:

a) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{5k}{m}}$

b) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{3k}{m}}$

c) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{2k}{m}}$

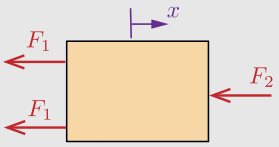
d) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

e) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{3k}{2m}}$

Solución

Debido al sistema de poleas, las fuerzas elásticas son:

$$F_1 = k\,(2x) \qquad\qquad F_2 = k\,x$$



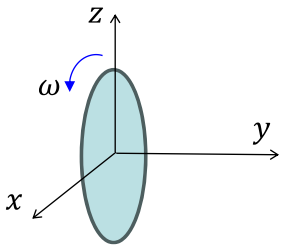
Luego, aplicando 2$^{\text{da}}$ ley de Newton se obtiene:

$$\begin{aligned} -2\,F_1 - F_2 &= m\,\ddot{x} \\ m\,\ddot{x} + 2\,F_1 + F_2 &= 0 \\ m\,\ddot{x} + 5\,k\,x &= 0 \\ \ddot{x} + \frac{5k}{m}\,x &= 0 \\ \ddot{x} + \omega_n^2 x &= 0 \end{aligned}$$

Es decir, la frecuencia natural circular del sistema es:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{5k}{m}}$$

Problema 8 [0.5 puntos]



Un disco circular gira con una velocidad angular ω constante. El momentum angular que genera esa rotación, respecto al centro de la rueda es $\mathbf{H}_0 = 30\,\hat{\mathbf{j}}$ $\mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$. Durante un intervalo de 2 segundos, se aplica un momento 20 N · m en dirección $\hat{\mathbf{k}}$.

Determine el momentum angular final una vez finalizada la aplicación del momento:

a) $\mathbf{H}_f = 30\,\hat{\mathbf{j}} + 40\,\hat{\mathbf{k}}$ $\mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$

b) $\mathbf{H}_f = 40\,\hat{\mathbf{j}} + 30\,\hat{\mathbf{k}}$ $\mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$

c) $\mathbf{H}_f = 30\,\hat{\mathbf{j}} + 20\,\hat{\mathbf{k}}$ $\mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$

d) $\mathbf{H}_f = 50\,\hat{\mathbf{j}} + 20\,\hat{\mathbf{k}}$ $\mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$

e) Faltan datos. No se puede determinar.

Aplicando el principio de impulso y momentum angular se obtiene:

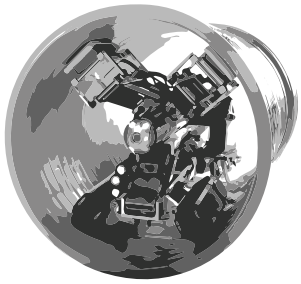
$$\mathbf{H}_0 + \sum_i \int \mathbf{m}_i \, \mathrm{d}t = \mathbf{H}_f$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{Bmatrix} + \int_0^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{Bmatrix} \mathrm{d}t = \mathbf{H}_f$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{Bmatrix} + (2) \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{Bmatrix} = \mathbf{H}_f$$

$$\mathbf{H}_f = \begin{Bmatrix} 0 \\ 30 \\ 40 \end{Bmatrix} = 30\,\hat{\mathbf{j}} + 40\,\hat{\mathbf{k}} \ \ \mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$$

Problema de Desarrollo [1.0 puntos]



Un robot *ferret* de inspección de tuberías tiene masa $m = 30\,\text{kg}$. Su motor lo propulsa ejerciendo una fuerza constante $f_m = 16\,\text{N}$. Al desplazarse por la tubería el robot debe empujar el aire, lo que sumado a los restos de suciedad y roces varios, ejercen un roce viscoso igual a $f_v = 2\,v^{3/2}$. Desprecie la acción de otras fuerzas sobre el robot.

a) ¿Cuál es la rapidez límite (máxima) del robot en una tubería perfectamente horizontal? **[0.25 puntos]**

b) El robot se desplaza a su rapidez límite cuando se aproxima a su destino final y apaga su motor. ¿Cuánto tiempo tarda en que su rapidez se reduzca a la mitad? **[0.75 puntos]**

Solución

La velocidad límite ocurre cuando el robot ha dejado ya de acelerar. Utilizando la 2$^{\text{da}}$ ley de Newton:

$$\begin{aligned} f_m - f_v &= m\,\ddot{u} \\ 16 - 2\,v_{\text{lim}}^{3/2} &= 0 \\ v_{\text{lim}}^{3/2} &= 8 \\ v_{\text{lim}} &= 4\ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}} \end{aligned}$$

Cuando el robot apaga su motor, la fuerza que este ejerce es $f_m = 0$. Utilizando la 2$^{\text{da}}$ ley de Newton:

$$\begin{aligned} 0 - f_v &= m\,\ddot{u} \\ \left(-\frac{2}{m}\right)\,\mathrm{d}t &= v^{-3/2}\,\mathrm{d}v \\ -\frac{2}{m}\,t + C_1 &= -2\,v^{-1/2} \\ v &= \left(\frac{m}{t + C_1}\right)^2 \end{aligned}$$

Adicionalmente, se sabe que en el momento en que el robot apaga su motor, este se mueve con rapidez $v_{\text{lim}} = v(0) = 4\,{}^{\text{m}}\!/_{\text{s}}$. Con ello, se tiene que:

$$\begin{aligned} 4 &= \left(\frac{m}{0 + C_1}\right)^2 \\ C_1 &= \frac{m}{2} \end{aligned}$$

Considerando que $m = 30\,\text{kg}$, la ecuación de la rapidez del robot una vez que apaga su motor es:

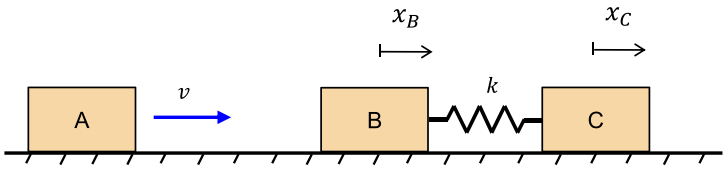
$$v(t) = \left(\frac{30}{t + 15}\right)^2$$

Finalmente, el robot habrá reducido a la mitad su velocidad en un tiempo $t^\star$ tal que:

$$\begin{aligned} v(t^\star) = \left(\frac{30}{t^\star + 15}\right)^2 = \frac{v_{\text{lim}}}{2} &= 2 \\ 30 &= t^\star\,\sqrt{2} + 15\,\sqrt{2} \\ t^\star &= \frac{30 - 15\,\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 15\left(\sqrt{2} - 1\right) \end{aligned}$$

Problema de Desarrollo [1.0 puntos]

Considere tres bloques iguales de masa m. El bloque A desliza con una rapidez v e impacta al bloque B (inicialmente en reposo), resultando en un impacto perfectamente plástico (i.e. $e = 0$). El bloque B está conectado a un tercer bloque C (también en reposo) mediante un resorte de rigidez k. Determine la rapidez máxima que alcanza el bloque C. Desprecie el roce entre los bloques y la superficie, el resorte es ideal, y asuma que los bloques B y C nunca impactan entre sí.



Solución

Al impactar el bloque A con el bloque B se conserva el momentum lineal:

$$m_{\mathrm{A}}\, v_{\mathrm{A1}} + m_{\mathrm{B}}\, v_{\mathrm{B1}} = (m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}})\, v_f$$
$$m\, v = 2\, m\, v_f$$
$$v_f = \frac{v}{2}$$

La energía cinética justo después del impacto es:

$$T = \frac{1}{2}\,(2m)\,(v_f)^2 = \frac{m\, v^2}{4}$$

Mediante el principio de conservación de energía después del impacto se obtiene:

$$\frac{m\, v^2}{4} = \frac{1}{2}\,(2m)\,(\dot{x}_{\mathrm{B}})^2 + \frac{1}{2}\, m\, \dot{x}_{\mathrm{C}}^2 + \frac{1}{2}\, k\, (x_{\mathrm{C}} - x_{\mathrm{B}})^2 \tag{1}$$

El momentum lineal después del impacto también se conserva:

$$2\, m\, \dot{x}_{\mathrm{B}}^2 + m\, \dot{x}_{\mathrm{C}} = 2\, m\, v_f$$
$$2\, \dot{x}_{\mathrm{B}} + \dot{x}_{\mathrm{C}} = v \tag{2}$$

Despejando $\dot{x}_{\mathrm{C}}$ de (2) y reemplazando en (1) se obtiene:

$$\frac{m\, v^2}{4} = m\, \dot{x}_{\mathrm{B}}^2 + \frac{1}{2}\, m\, (v - 2\, \dot{x}_{\mathrm{B}})^2 + \frac{1}{2}\, k\, (x_{\mathrm{C}} - x_{\mathrm{B}})^2$$

Las velocidades serán máximas cuando no haya energía elástica (i.e. $\frac{1}{2}\, k\, (x_C - x_B)^2 = 0$):

$$\frac{m\, v^2}{4} = m\, \dot{x}_{\mathrm{B}}^2 + \frac{1}{2}\, m\, v^2 - 2\, m\, v\, \dot{x}_{\mathrm{B}} + 2\, m\, \dot{x}_{\mathrm{B}}^2$$
$$0 = 3\, \dot{x}_{\mathrm{B}}^2 - 2\, v\, \dot{x}_{\mathrm{B}} + \frac{v^2}{4}$$

Esta es una ecuación cuadrática para $\dot{x}_{\mathrm{B}}$, la cual tiene dos soluciones:

$$\dot{x}_{\mathrm{B}} = \frac{2\, v \pm \sqrt{4\, v^2 - 12\, \frac{v^2}{4}}}{6} = \frac{2\, v \pm v}{6}$$
$$\dot{x}_{\mathrm{B}} = \begin{cases} v/6 \\ v/2 \end{cases}$$

Reemplazando $\dot{x}_{\mathrm{B}}$ en (2) se obtienen dos valores para la velocidad de C:

$$\dot{x}_{\mathrm{C}} = v - 2\, \dot{x}_{\mathrm{B}} = \begin{cases} 0 \\ 2\, v/3 \end{cases}$$

Por lo tanto, la velocidad máxima del bloque C es $(v_{\mathrm{C}})_{\max} = \frac{2}{3}\, v$.