PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2025

Interrogación 01

Duración total: 120 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **Sólo se aceptarán preguntas de enunciado**. Si la pregunta no es de enunciado o una aclaración de este, no se le dará respuesta alguna.
5. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
6. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** 1/5 **de una respuesta correcta**.
7. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).
8. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y será calificado con la nota mínima. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:

   Cometer fraude en la evaluación

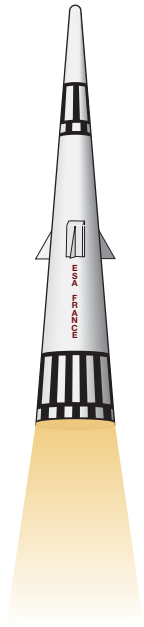
   Adulterar el acta de asistencia

   Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas

   Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica

   Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Problema 1 [0.5 punto]



Un cohete, inicialmente en reposo, despega desde el suelo en $t = 0$. La aceleración que experimenta en los primeros pocos segundos de vuelo se puede aproximar según:

$$a(t) = \frac{500\,g}{5 - t},$$

donde g es la aceleración de gravedad y el tiempo t está en segundos. Desprecie el roce con el aire.

La velocidad del cohete en $t = 1\,s$ es:

a) $v(1) = 500\,g\,[\ln(5) - \ln(4)]$ [m/s]

b) $v(1) = 500\,g\,\ln(4)$ [m/s]

c) $v(1) = 500\,g\,\ln(5)$ [m/s]

d) $v(1) = 500\,g\,\ln(1)$ [m/s]

e) $v(1) = 500\,g\,[\ln(5) - \ln(1)]$ [m/s]

Solución

Utilizando separación de variables e integrando, se tiene que:

$$\mathrm{d}v = \left(\frac{500\,g}{5 - t}\right)\mathrm{d}t$$

$$v = -500\,g\,\ln(5 + t) + C$$

Utilizando la condición inicial $v_0 = 0$, se obtiene que $C = 500\,g\,\ln(5)$, y con ello la ecuación de velocidad en el tiempo es:

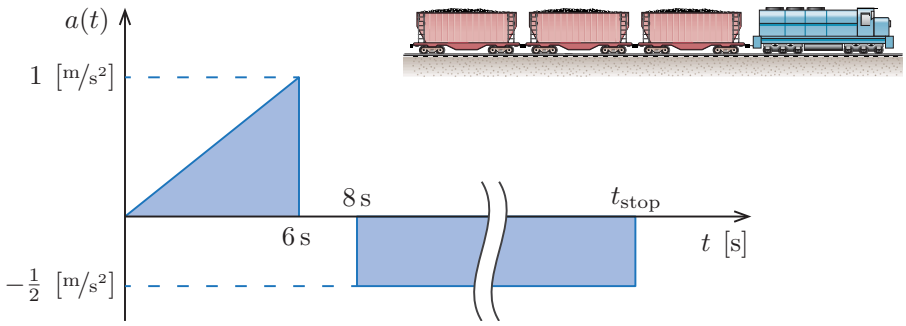
$$v(t) = 500\,g\,[\ln(5) - \ln(5 - t)]$$

Finalmente, la velocidad en $t = 1$ resulta ser:

$$v(1) = 500\,g\,[\ln(5) - \ln(4)] \quad [\mathrm{m/s}]$$

Problema 2 [0.5 punto]

Un tren a escala se desplaza con rapidez $v_0 = 2\,\mathrm{m/s}$. En el instante $t = 0$ el tren comienza a acelerar progresivamente hasta $t = 6\,\mathrm{s}$, como muestra la gráfica. Durante 2 segundos el tren no acelera. En el instante $t = 8\,\mathrm{s}$ el tren comienza a desacelerar de forma constante hasta detenerse en el instante $t = t_{\mathrm{stop}}$.



Determine el instante t_{stop} en que se detiene el tren a escala.

a) $t_{\mathrm{stop}} = 18$ s

b) $t_{\mathrm{stop}} = 16$ s

c) $t_{\mathrm{stop}} = 24$ s

d) $t_{\mathrm{stop}} = 10$ s

e) $t_{\mathrm{stop}} = 14$ s

Solución

Las áreas bajo la curva de la gráfica de aceleración corresponden a las variaciones de rapidez Δv. La rapidez final es $v_f = 0$, y con ello:

$$\begin{aligned} v_0 + A_{\triangle} + A_{\square} &= v_f \\ 2\,\mathrm{m/s} + \left(\frac{1}{2}\right)(1\,\mathrm{m/s^2})(6\,\mathrm{s} - 0) + \left(-\frac{1}{2}\,\mathrm{m/s^2}\right)(t_{\mathrm{stop}} - 8\,\mathrm{s}) &= 0 \\ 2\,\mathrm{m/s} + 3\,\mathrm{m/s} - \frac{t_{\mathrm{stop}}}{2} + 4\,\mathrm{m/s} &= 0 \\ \frac{t_{\mathrm{stop}}}{2} &= 9\,\mathrm{m/s} \\ t_{\mathrm{stop}} &= 18\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Problema 3 [0.5 punto]

El sistema de poleas de la figura vincula las masas m_1 y m_2. Todas las poleas, cuerdas, y conectores tienen masa y roce despreciables, y son inextensibles. Determine la relación entre las velocidades de las masas m_1 y m_2.

Hint: Le podría ser útil definir variables de posición de algún otro componente móvil de interés.

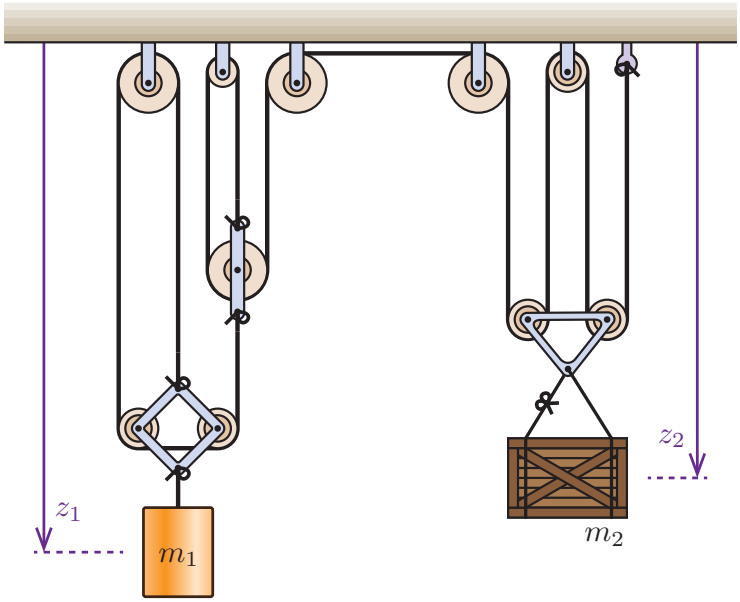
a) $9\,\dot{z}_1 + 4\,\dot{z}_2 = 0$

b) $9\,\dot{z}_1 + 2\,\dot{z}_2 = 0$

c) $3\,\dot{z}_1 - 4\,\dot{z}_2 = 0$

d) $3\,\dot{z}_1 - 2\,\dot{z}_2 = 0$

e) $3\,\dot{z}_1 + 2\,\dot{z}_2 = 0$



Solución

Las masas m_1 y m_2 se mueven solidariamente con los armazones de poleas que tienen arriba de ellas, respectivamente. La polea triple es independiente y móvil, y para ella se define una coordenada auxiliar z_p. Hay dos cuerdas importantes las cuales han sido identificadas de color rojo y azul (ver Figura al costado). Escribiendo las longitudes de esas cuerdas en términos de coordenadas conocidas:

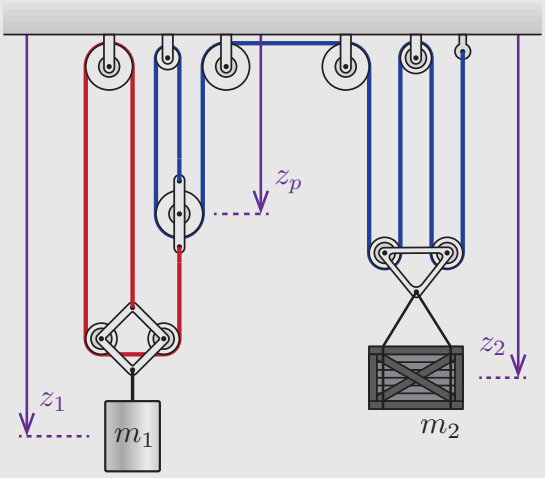
$$\ell_{\text{roja}} = 2\,z_1 + (z_1 - z_p) + \text{ctes.}$$
$$\ell_{\text{azul}} = 3\,z_p + 4\,z_2 + \text{ctes.}$$

Derivando ambas respecto al tiempo:

$$0 = 3\,\dot{z}_1 - \dot{z}_p$$
$$0 = 3\,\dot{z}_p + 4\,\dot{z}_2$$

Despejando $\dot{z}_p$ de ambas, e igualando:

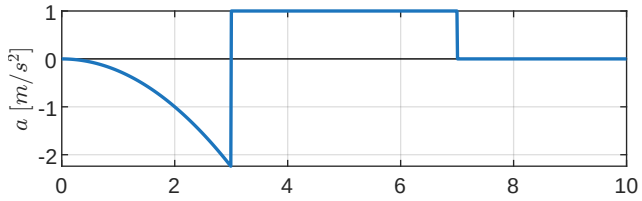
$$0 = 9\,\dot{z}_1 + 4\,\dot{z}_2$$



Nota En esta pauta de solución se ha modificado la figura añadiendo nudos para explicitar dónde comienza y termina cada cuerda. La versión original no incluía los nudos; análogo a los textos comúnmente utilizados para el estudio de estos contenidos. Si bien estos nudos facilitan el estudio y la revisión de este documento, se sugiere trabajar la habilidad de interpretar este tipo de figuras.

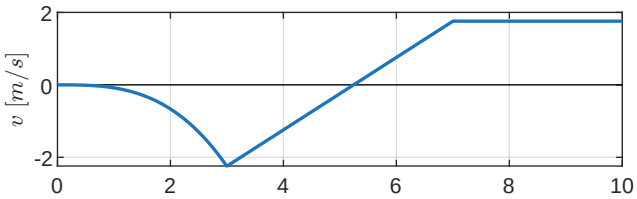
Problema 4 [0.5 puntos]

Una partícula acelera acorde a la siguiente gráfica de aceleración $a(t)$ en función del tiempo:

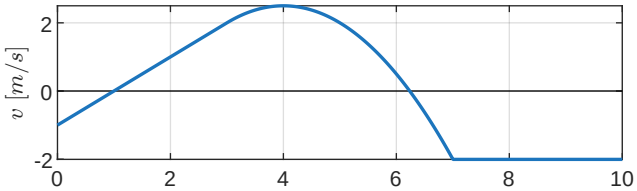


Determine cuál es la gráfica de velocidad $v(t)$ asociada a la partícula.

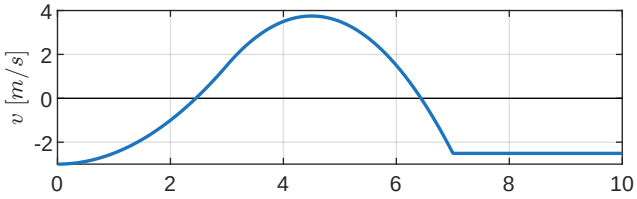
a)



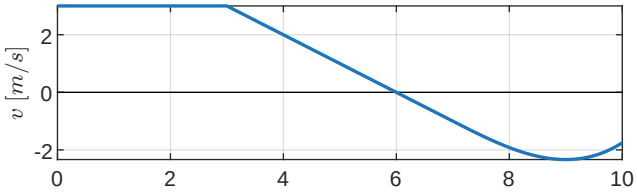
b)



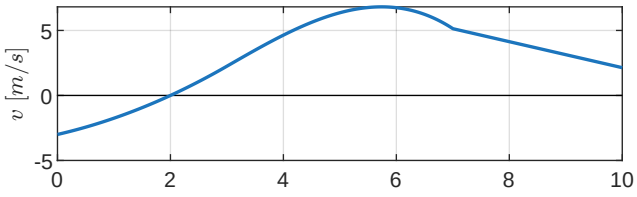
c)



d)



e)



Solución

La solución correcta se obtiene de comprobar que las pendientes de $v(t)$ coinciden con los valores de $a(t)$, lo que se desprende de:

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a$$

Problema 5 [0.5 puntos]

La figura muestra un carro de masa $3m$ que es empujado hacia la derecha por una fuerza horizontal constante F de magnitud $5mg$. El carro posee una superficie circular donde se apoya un pequeño bloque de masa m, que se encuentra en **reposo relativo al carro**. Si no existe roce entre las superficies, el ángulo θ que define la posición fija del bloque respecto al carro es tal que:

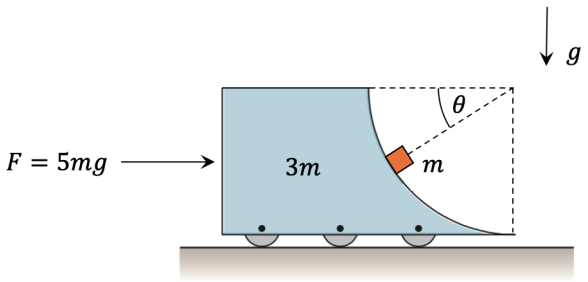
a) $\tan\theta = \dfrac{4}{5}$

b) $\tan\theta = \dfrac{1}{3}$

c) $\tan\theta = 3$

d) $\tan\theta = \dfrac{3}{5}$

e) $\tan\theta = \dfrac{5}{3}$



Solución

Como el bloque se encuentra en una posición fija respecto al carro, es como si ambos estuvieran "pegados". Luego, desde el punto de vista dinámico, es un sistema de masa $4m$ sometido a una fuerza horizontal constante $F = 5mg$. Por lo tanto, la aceleración del sistema carro-bloque es hacia la derecha (en el sentido de la fuerza F aplicada), y su magnitud corresponde a:

$$a = \frac{F}{4m} = \frac{5}{4}g \tag{1}$$

De lo anterior se desprende que, tanto el carro como el bloque, tienen una aceleración hacia la derecha (digamos, en dirección x) dada por (1). La siguiente figura muestra el diagrama de cuerpo libre del bloque, donde N es la fuerza normal de contacto que el carro ejerce sobre el bloque. Luego, las componentes horizontal y vertical de la ecuación de movimiento del bloque (i.e. segunda ley de Newton) resultan, respectivamente:

$$\begin{aligned} N\cos\theta &= ma \\ N\sin\theta - mg &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Eliminando N de las ecuaciones en (2) y usando (1), finalmente resulta:

$$\tan\theta = \frac{4}{5}$$

Problema 6 [0.5 puntos]

Los autos A y B que muestra la figura (vista aérea) se mueven con rapidez constante v_A y v_B sobre trayectorias circulares de radios R y $2R$, respectivamente. Si en el instante mostrado la aceleración del auto A relativa al auto B es nula, entonces la razón v_A/v_B es igual a:

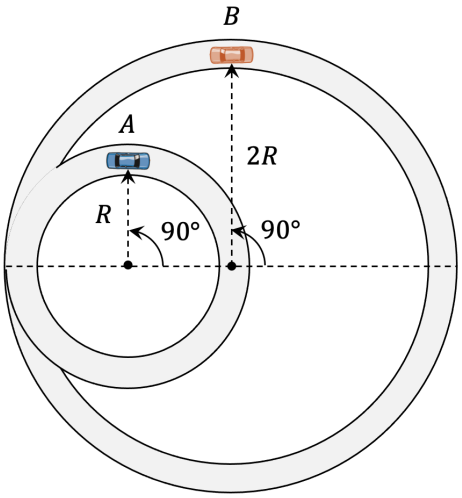
a) $\dfrac{v_A}{v_B} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{v_A}{v_B} = \dfrac{1}{2}$

c) $\dfrac{v_A}{v_B} = 2$

d) $\dfrac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$

e) $\dfrac{v_A}{v_B} = 1$



Solución

Para que la aceleración relativa entre los autos A y B sea nula, sus aceleraciones absolutas deben ser iguales vectorialmente hablando. Como ambos se mueven por trayectorias circulares con rapidez constante, la aceleración será centrípeta, apuntando hacia el centro de la circunferencia que define cada trayectoria. En el instante mostrado en la figura, la aceleración de ambos autos apunta hacia abajo, resultando ambas aceleraciones con la misma dirección y sentido. Luego, bastará con que sus módulos sean iguales para asegurar la igualdad de ambos vectores. Esto resulta en la siguiente igualdad:

$$\frac{v_A^2}{R} = \frac{v_B^2}{2R} \tag{3}$$

Luego, de la expresión (3) se obtiene directamente:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Problema 7 [0.5 puntos]

Un pequeño objeto es lanzado horizontalmente desde el punto A con una rapidez inicial v_o que le permite ingresar al túnel BC exactamente en su misma dirección (i.e. la velocidad de la partícula tiene la misma dirección del túnel al entrar por el punto B). Entonces, la distancia d a la que se encuentra la entrada B del túnel corresponde a:

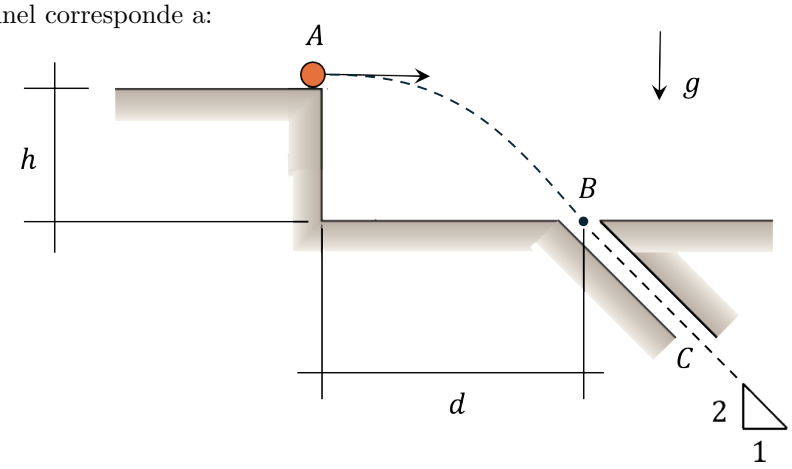
a) h

b) $h/2$

c) $2h$

d) $\sqrt{2}h$

e) $h/\sqrt{2}$



Solución

Ubicando el origen del sistema cartesiano en la esquina inferior izquierda, y definiendo ejes x e y positivos hacia la derecha y hacia arriba, respectivamente, la posición de la partícula queda definida de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} x &= v_o t \\ y &= h - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned} \tag{4}$$

donde v_o corresponde a la rapidez inicial (horizontal) de la partícula. Las componentes horizontal y vertical de la velocidad se obtienen derivando las expresiones (4) con respecto al tiempo, resultando:

$$\begin{aligned} v_x &= v_o \\ v_y &= -gt \end{aligned} \tag{5}$$

Sea $t = T$ el instante en que el objeto alcanza la entrada del túnel en el punto B. Existen tres condiciones cinemáticas para este instante de tiempo: (i) la coordenada x de la partícula es igual a d, (ii) la coordenada y de la partícula es igual a 0, y (iii) el vector velocidad de la partícula tiene la misma inclinación que el túnel. Usando las expresiones (4) y (5), estas condiciones se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} d &= v_o T \\ 0 &= h - \frac{1}{2} g T^2 \\ \frac{gT}{v_o} &= \frac{2}{1} \end{aligned} \tag{6}$$

En la última ecuación de (6), se incluye el hecho que la componente v_y en el instante $t = T$ tiene magnitud gT y apunta hacia abajo, tal como lo indica la ecuación (5). De la segunda ecuación en (6), se obtiene:

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{7}$$

Reemplazando este valor de T en la tercera ecuación de (6), resulta:

$$v_o = \sqrt{\frac{gh}{2}} \tag{8}$$

Finalmente, reemplazando (7) y (8) en la primera ecuación de (6), la distancia buscada es:

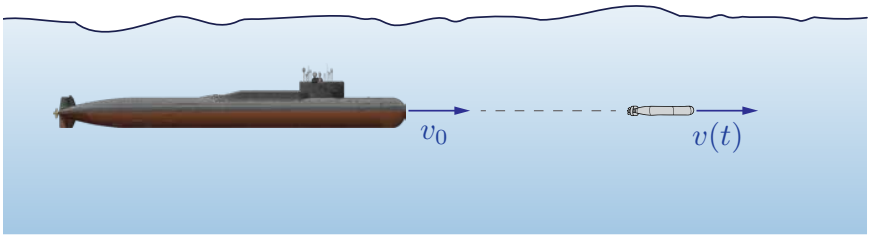
$$d = h$$

Problema 8 [0.5 puntos]

Un submarino dispara sus torpedos con rapidez inicial v_0. El roce viscoso que los torpedos tienen con el agua es igual a:

$$f_v = c\,v^2 = 8\,v^2$$

, donde f_v está en Newtons y v en $^{\text{m}}/_{\text{s}}$.



El motor del torpedo genera una fuerza propulsora igual a $f_m = 2000\,\text{N}$. Determine la rapidez inicial v_0 con la que se debe disparar el torpedo para que este mantenga su velocidad durante todo su trayecto.

a) $v_0 = 5\sqrt{10}$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

b) $v_0 = 250$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

c) $v_0 = 16$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

d) $v_0 = 20$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

e) $v_0 = 16\sqrt{2}$ $[^{\text{m}}/_{\text{s}}]$

Solución

El torpedo mantendrá su velocidad durante todo el trayecto si no acelera. Es decir, si el torpedo es disparado con la rapidez límite que puede alcanzar el torpedo con dicho roce viscoso actuando sobre él, i.e.:

$$\begin{aligned}
\sum f_x &= m\,\ddot{u}_x = 0 \\
f_m - f_v &= 0 \\
2000 - 8\,v_{\text{lim}}^2 &= 0 \\
v_{\text{lim}} &= \sqrt{\frac{2000}{8}} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \quad [^{\text{m}}/_{\text{s}}]
\end{aligned}$$

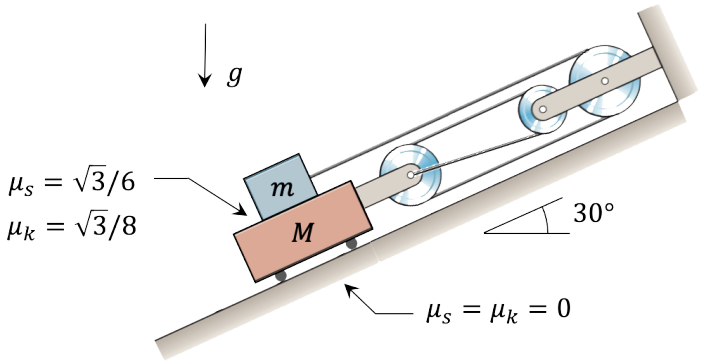
Es decir, el torpedo se debe disparar con $v_0 = v_{\text{lim}} = 5\sqrt{10}$.

Problema de Desarrollo [2 puntos]

La figura muestra un bloque de masa m sobre otro bloque de masa M, conectados mediante una cuerda ideal que pasa por un sistema de poleas con roce y masa despreciable. La superficie de contacto entre los bloques presenta coeficientes de roce estático y dinámico $\mu_s = \sqrt{3}/6$ y $\mu_k = \sqrt{3}/8$, respectivamente. Por otra parte, no existe fricción entre el bloque M y la superficie inclinada. Si el sistema se suelta desde el reposo, determine:

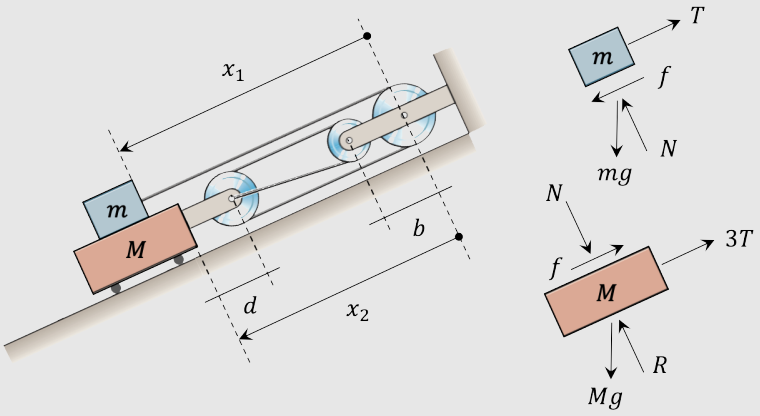
a) El máximo valor que puede tener M (en función de m) para que el sistema permanezca estático.

b) La aceleración de cada bloque (en función de g) cuando $M = 6m$.



Se definen las posiciones x_1 y x_2 de los bloques, y las distancias constantes b y d que muestra la figura. Despreciando la longitud constante de los tramos de la cuerda sobre el perímetro de las poleas, el largo L de la cuerda se puede escribir como:

$$L = x_1 + (x_2 - d) + 2\,(x_2 - b - d) \tag{9}$$



Derivando la expresión (9) dos veces con respecto al tiempo, es posible obtener la siguiente relación:

$$\ddot{x}_1 + 3\ddot{x}_2 = 0 \tag{10}$$

A la derecha de la figura se muestran los diagramas de cuerpo libre para ambos bloques, donde N y f corresponden a las componentes normal y de roce (estático o dinámico) de la fuerza de contacto entre ellos, R a la fuerza normal que ejerce la superficie inclinada sobre el bloque M, y T a la tensión en la cuerda. Suponiendo un comportamiento dinámico del sistema, la segunda ley de Newton aplicada

a ambos bloques entrega las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} mg\sin(30) + f - T &= m\ddot{x}_1 \\ N - mg\cos(30) &= 0 \\ Mg\sin(30) - 3T - f &= M\ddot{x}_2 \\ R - N - Mg\cos(30) &= 0 \end{aligned} \tag{11}$$

De la segunda ecuación en (11) se obtiene inmediatamente:

$$N = \frac{\sqrt{3}}{2}\, mg \tag{12}$$

Para analizar el caso estático, basta reemplazar $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = 0$ y $f = f_s$ en la primera y tercera ecuación de (11), obteniendo la siguiente expresión para el roce estático:

$$f_s = \frac{1}{8}\,(M - 3m)\, g \tag{13}$$

Mientras no exista deslizamiento relativo entre los bloques, el roce estático cumple con la siguiente relación:

$$f_s \leq \mu_s N \tag{14}$$

Reemplazando (12) y (13) en (14), es posible obtener la siguiente condición para M:

$$M \leq 5m = M_{max} \tag{15}$$

Para la condición dinámica, basta hacer el reemplazo $f = f_k$ en la primera y tercera ecuación de (11), donde f_k corresponde a la fuerza de roce dinámico, cuyo valor se puede obtener a partir de:

$$f_k = \mu_k N \tag{16}$$

Reemplazando (16) en la primera y tercera ecuación en (11), usando el valor de N indicado en (12), y considerando la relación cinemática definida en (10), el sistema de ecuaciones entrega las siguientes aceleraciones para los bloques m y M:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= -\frac{3}{20}\, g \\ \ddot{x}_2 &= \frac{1}{20}\, g \end{aligned} \tag{17}$$