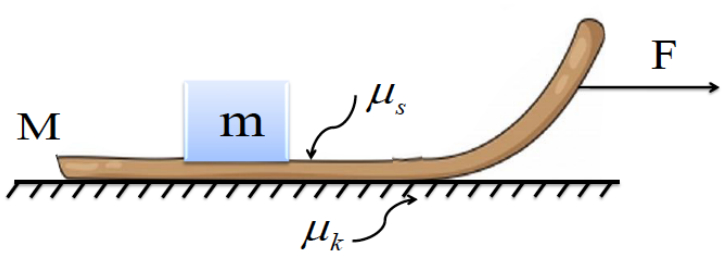
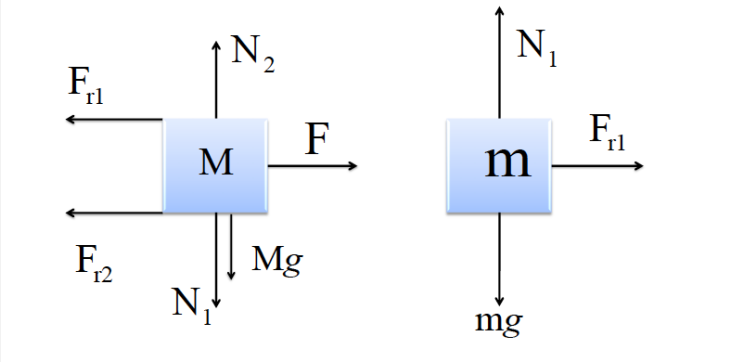
Control 02

Fecha: 2 de Octubre 2020

1. Un trineo de masa M tiene una caja de masa m sobre él. El coeficiente de roce cinético entre el trineo y el piso es μ_k y la fuerza que empuja al trineo es F.¿ Qué valores puede tomar el coeficiente de roce estático μ_s, que se debe tener entre el trineo y la caja, para que esta no resbale? **[3 puntos]**



Los diagramas de cuerpo libre para la caja y el trineo son:



Por acción y reacción, la caja de masa m ejerce sobre el trineo las fuerzas N_1 y F_{r1}. La segunda ley de Newton aplicada a la caja establece que:

$$N_1 = mg \rightarrow F_{r1} \leq \mu_s mg$$

Por otro lado:

$$F_{r1} = ma \rightarrow ma \leq \mu_s mg$$

en donde se obtiene que:

$$a \leq \mu_s g$$

Aplicando la segunda ley al trineo,

$$N_2 = N_1 + Mg \rightarrow N_2 = (M+m)g \rightarrow F_{r2} = \mu_k (m+M)g$$

$$F - F_{r1} - F_{r2} = Ma$$

por que los dos objetos se mueven con la misma aceleración dado que m no resbala. Luego:

$$F - F_{r2} = Ma + F_{r1}$$

Entonces:

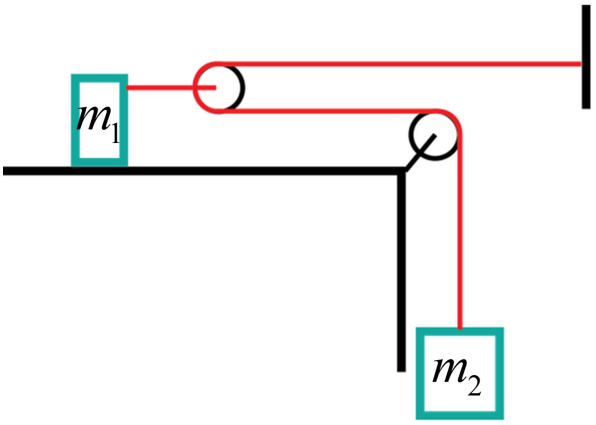
$$F - \mu_k (m+M)g \leq M\mu_s g + \mu_s mg$$

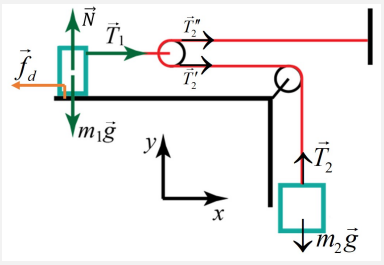
Entonces los valores que puede tomar el roce estático para que la caja no resbale son:

$$\mu_s \geq \frac{F}{(m+M)g} - \mu_k$$

■

2. Encuentre la aceleración del bloque m_1. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es μ_d. La cuerda es inextensible y la masa de la polea es despreciable. **[3 puntos]**





El diagrama de cuerpo libre para las dos masas en mostrado en la figura. Las ecuaciones de la segunda ley de Newton para la masa m_1 son:

$$m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_d + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$$

La aceleración de la masa m_1 se define como

$$\vec{a}_1 = a_1\hat{x}$$

por tanto si $a_1 > 0$ ($a_1 < 0$) la masa m_1 se mueve hacia la derecha (izquierda). Otras definiciones de fuerzas actuando sobre la masa m_1 son: $m_1\vec{g} = m_1g(-\hat{y})$, $\vec{N} = N\hat{y}$, $\vec{f}_d = -\mu_d N\hat{x}$ y $\vec{T}_1 = T_1\hat{x}$.
Sustituyendo en la sumatoria de fuerzas y separando por componentes se obtiene

$$T_1 - \mu_d N = m_1a_1$$

$$N - m_1g = 0.$$

por tanto

$$T_1 - \mu_d m_1 g = m_1a_1. \tag{1}$$

La ecuación de la segunda ley de Newton para la masa m_2 es:

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_2$$

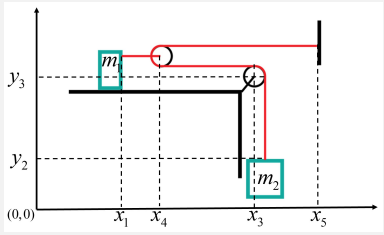
donde $\vec{a}_2 = a_2\hat{y}$. por tanto si $a_2 > 0$ ($a_2 < 0$) la masa m_2 se mueve hacia la arriba (abajo). Otras definiciones de fuerzas actuando sobre la masa m_2 son: $m_2\vec{g} = m_2g(-\hat{y})$ y $\vec{T}_2 = T_2\hat{y}$.
Sustituyendo en la sumatoria de fuerzas y separando por componentes se obtiene

$$T_2 - m_2g = m_2a_2. \tag{2}$$

Ya que las cuerdas transmiten las fuerzas y las poleas tienen masa despreciable, se tiene que

$$T_2 = T_2' = T_2''$$

$$T_1 = 2T_2 \tag{3}$$



las ligaduras del sistema son:

$$(x_5 - x_4) + (x_3 - x_4) + (y_3 - y_2) = constante$$

$$x_4 - x_1 = constante$$

donde x_3, x_5 e y_3 son coordenadas fijas con respecto al sistema de laboratorio. Derivando dos veces con respecto al tiempo se obtiene:

$$-2\ddot{x}_4 - \ddot{y}_2 = 0$$

$$\ddot{x}_4 - \ddot{x}_1 = 0$$

por tanto

$$\ddot{y}_2 = -2\ddot{x}_1$$

es decir

$$a_2 = -2a_1 \tag{4}$$

Finalmente, sustituyendo las ecuaciones 1 y 2 en la ecuación 3 y considerando la relación 4 Se obtiene

$$a_1 = g\frac{2m_2 - \mu_d m_1}{m_1 + 4m_2}$$

■