PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2020

Taller 05

Trabajo y conservación de energía

Problema 1.

Un bloque de masa $m = 40\ kg$ desliza sobre la superficie $ABCD$. La superficie ABC es una superficie completamente lisa (sin roce), pero el tramo CD tiene un coeficiente de roce cinético $\mu_k = 0{,}3$. Para sus cálculos considere $g = 9{,}81\ m/s^2$.

a. Suponga que la fuerza normal máxima que resiste el bloque de masa m antes de romperse es $5mg$. ¿Cuál debe ser la velocidad máxima del bloque en el punto B para que éste no se rompa? Asuma que el radio de curvatura de la superficie en el punto B es $r = 50\ m$.

b. Determine la velocidad del bloque en el punto A, justo al despegarse del resorte, considerando la situación anterior. Suponga que $H_1 = 10\ m$.

c. ¿Cuál es la compresión máxima Δ que puede se le puede dar al resorte para que la caja no se rompa? Considere que la rigidez del resorte es $k = 5000\ N/m$.

d. Suponga ahora que en el punto A se comprime el resorte en $\Delta = 50\ cm$ y que luego se suelta, con lo que el bloque se detiene justo en el punto D. Determine la distancia d que recorre entre C y D. Considere que $\theta = 60°$.

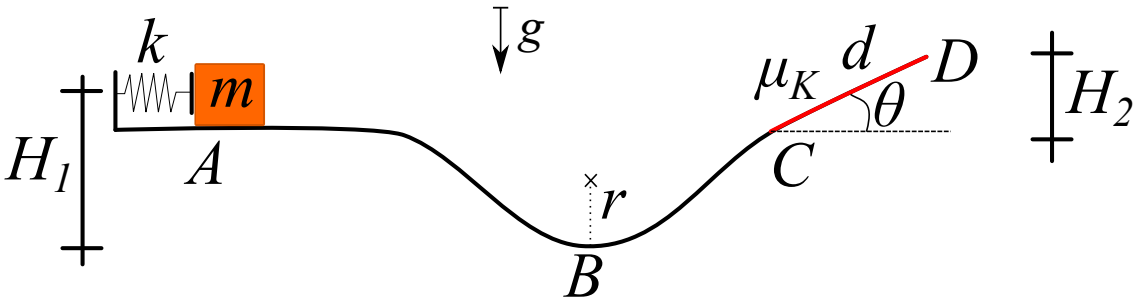


Figura 1: Sistema

Solución

El diagrama de cuerpo libre del bloque para el punto B es el siguiente.

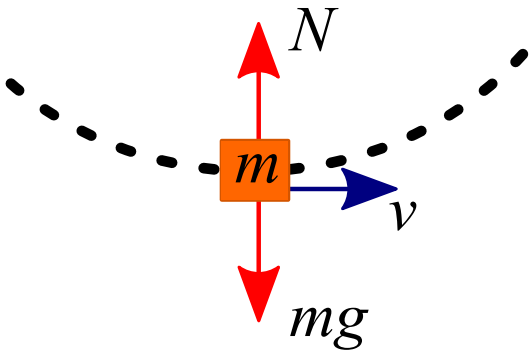


Figura 2: Diagrama de cuerpo libre para el bloque en el punto B

Por lo tanto aplicando la segunda ley de Newton en el sentido radial y suponiendo un radio de curvatura constante($\ddot{r} = 0$

$$(\downarrow^{+}) \sum F_r = ma_r \longrightarrow mg - N = m(-r\omega^2)$$

Luego, recordando coordenadas polares y ya que el radio de curvatura es r se tiene

$$v = r\omega \longrightarrow \omega = \frac{v}{r}$$

Y ahora, imponiendo la condición de fuerza normal máxima $N = 5mg$, se obtiene que la velocidad máxima permitida es

$$mg - 5mg = -mr\frac{v^2}{r^2} \longrightarrow v = \sqrt{4gr} = 44{,}29\ m/s$$

Ocupando la ley de conservación de la energía mecánica, debido a que no hay fuerzas no conservativas actuando en el camino AB, se tiene:

$$\Delta E = Wno - c = 0 \longrightarrow E_A = E_B$$

Por lo tanto, considerando como nivel de referencia el punto B, se tiene

$$E_A = mgH_1 + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 = E_B$$

Entonces, despejando la velocidad del punto A se tiene

$$v_A = \sqrt{v_B^2 - 2gH_1} = 42{,}02\ m/s$$

Ahora, haciendo conservación de energía entre el punto con el resorte completamente comprimido y el punto en el que el bloque se separa de él, se tiene

$$\frac{1}{2}k\Delta^2 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

Por lo tanto

$$\Delta = v_A\sqrt{\frac{m}{k}} = 3{,}76\ m$$

Ahora que se conoce un valor de Δ se debe ocupar la ley del trabajo no conservativo, que indica que

$$\Delta E = W_{no-c}$$

Si se toma como nivel de referencia para la energía potencial gravitatoria el punto A se tiene

$$E_A = \frac{1}{2}k\Delta^2 \qquad E_D = H_2 mg = mgd\sin\theta$$

Debido a que hay roce en el trayecto CD, existe trabajo no conservativo, y por lo tanto

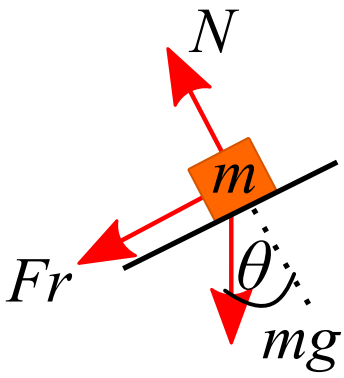


Figura 3: Diagrama de cuerpo libre para el bloque en el trayecto CD

$$W_{no-c} = \int_{CD} Frdx = -Frd = -\mu_k Nd = -\mu_k mgd\cos\theta$$

Entonces, reemplazando se obtiene

$$mgd\sin\theta - \frac{1}{2}k\Delta^2 = -\mu_k mgd\cos\theta \longrightarrow d = \frac{\frac{1}{2}k\Delta^2}{mg(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)} = 1{,}57\ m$$