PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Escuela de Ingeniería
ICE1514 — Dinámica
Segundo semestre 2025

Interrogación 02

Duración total: 120 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **Sólo se aceptarán preguntas de enunciado**. Si la pregunta no es de enunciado o una aclaración de este, no se le dará respuesta alguna.
5. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
6. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** 1/5 **de una respuesta correcta**.
7. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).
8. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y será calificado con la nota mínima. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:

   Cometer fraude en la evaluación

   Adulterar el acta de asistencia

   Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas

   Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica

   Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Cinemática en coordenadas esféricas

Las ecuaciones de cinemática en coordenadas esféricas utilizando el ángulo de elevación φ_{ele} son:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} &= r\,\hat{\mathbf{e}}_r \\
\dot{\mathbf{u}} &= \dot{r}\,\hat{\mathbf{e}}_r + r\,\dot{\theta}\,\cos\varphi\,\hat{\mathbf{e}}_\theta + r\,\dot{\varphi}\,\hat{\mathbf{e}}_\varphi \\
\ddot{\mathbf{u}} &= \left(\ddot{r} - r\,\dot{\varphi}^2 - r\,\dot{\theta}^2\,\cos^2\varphi\right)\hat{\mathbf{e}}_r + \\
&\quad + \left(2\,\dot{r}\,\dot{\theta}\,\cos\varphi + r\,\ddot{\theta}\,\cos\varphi - 2\,r\,\dot{\theta}\,\dot{\varphi}\,\sin\varphi\right)\hat{\mathbf{e}}_\theta + \\
&\quad + \left(2\,\dot{r}\,\dot{\varphi} + r\,\ddot{\varphi} + r\,\dot{\theta}^2\,\sin\varphi\,\cos\varphi\right)\hat{\mathbf{e}}_\varphi
\end{aligned}$$

Las ecuaciones de cinemática en coordenadas esféricas utilizando el ángulo polar φ_{pol} son:

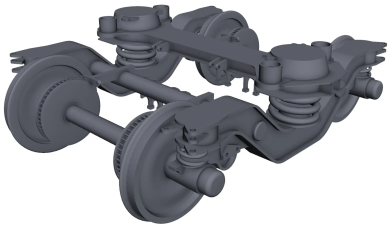
$$\begin{aligned}
\mathbf{u} &= r\,\hat{\mathbf{e}}_r \\
\dot{\mathbf{u}} &= \dot{r}\,\hat{\mathbf{e}}_r + r\,\dot{\theta}\,\sin\varphi\,\hat{\mathbf{e}}_\theta + r\,\dot{\varphi}\,\hat{\mathbf{e}}_\varphi \\
\ddot{\mathbf{u}} &= \left(\ddot{r} - r\,\dot{\varphi}^2 - r\,\dot{\theta}^2\,\sin^2\varphi\right)\hat{\mathbf{e}}_r + \\
&\quad + \left(2\,\dot{r}\,\dot{\theta}\,\sin\varphi + r\,\ddot{\theta}\,\sin\varphi + 2\,r\,\dot{\theta}\,\dot{\varphi}\,\cos\varphi\right)\hat{\mathbf{e}}_\theta + \\
&\quad + \left(2\,\dot{r}\,\dot{\varphi} + r\,\ddot{\varphi} - r\,\dot{\theta}^2\,\sin\varphi\,\cos\varphi\right)\hat{\mathbf{e}}_\varphi
\end{aligned}$$

Oscilador Amortiguado

La ecuación del movimiento de un oscilador amortiguado tiene tres posibles soluciones:

- **Caso con** $\zeta > 1$:
$$x(t) = A_1\,e^{\lambda_1\,t} + A_2\,e^{\lambda_2\,t}$$
, donde $\lambda_1 = \omega_n\left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)$ y $\lambda_2 = \omega_n\left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)$.
- **Caso con** $\zeta = 1$:
$$x(t) = (A_1 + A_2\,t)\;e^{-\omega_n t}$$
- **Caso con** $\zeta < 1$:
$$x(t) = e^{-\zeta\,\omega_n\,t}\,[\,A_1\,\cos(\omega_d\,t) + A_2\,\sin(\omega_d\,t)\,]$$
, donde $\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$.

Problema 1 [0.5 punto]



Un carro de metro `NS74` asocia una masa de $m = 50\,\text{ton} = 50{,}000\,\text{kg}$ sobre cada resorte mayor. El resorte mayor del sistema tiene una rigidez $k = 5{,}000\,{}^{\text{kN}}/_{\text{m}} = 5{,}000{,}000\,{}^{\text{N}}/_{\text{m}}$. Determine la constante c del amortiguador necesario para que el sistema tenga $\zeta = 75\,\% = {}^{3}/_{4}$ y con ello sea agradable para los pasajeros.

a) $c = 750\,{}^{\text{kN}\cdot\text{s}}/_{\text{m}} = 750{,}000\,{}^{\text{N}\cdot\text{s}}/_{\text{m}}$

b) $c = 7{,}500\,{}^{\text{kN}\cdot\text{s}}/_{\text{m}} = 7{,}500{,}000\,{}^{\text{N}\cdot\text{s}}/_{\text{m}}$

c) $c = 375\,{}^{\text{kN}\cdot\text{s}}/_{\text{m}} = 375{,}000\,{}^{\text{N}\cdot\text{s}}/_{\text{m}}$

d) $c = 600\,{}^{\text{kN}\cdot\text{s}}/_{\text{m}} = 600{,}000\,{}^{\text{N}\cdot\text{s}}/_{\text{m}}$

e) $c = 6{,}000\,{}^{\text{kN}\cdot\text{s}}/_{\text{m}} = 6{,}000{,}000\,{}^{\text{N}\cdot\text{s}}/_{\text{m}}$

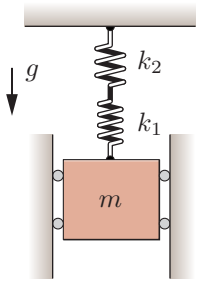
La frecuencia natural circular del sistema es:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5000}{50}} = \sqrt{100} = 10\,{}^{\text{rad}}/_{\text{s}}$$

El factor de amortiguamiento crítico ζ es:

$$\begin{aligned} \zeta = \frac{3}{4} &= \frac{c}{2\,m\,\omega_n} \\ \frac{3}{4} &= \frac{c}{(2)\,(50\cdot 10^3\,\text{kg})\,(10\,{}^{\text{rad}}/_{\text{s}})} \\ c &= \frac{3000\cdot 10^3}{4} = 750\cdot 10^3\,{}^{\text{N}\cdot\text{s}}/_{\text{m}} \end{aligned}$$

Problema 2 [0.5 punto]



El carro de masa m está sujeto por dos resortes ideales de rigidez k_1 y k_2, respectivamente. El carro desliza sin roce. Determine la frecuencia natural circular del sistema carrito–resortes.

Hint: Le podría ser útil determinar un resorte de comportamiento equivalente a los dos resortes.

a) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k_1\,k_2}{m\,(k_1+k_2)}}$

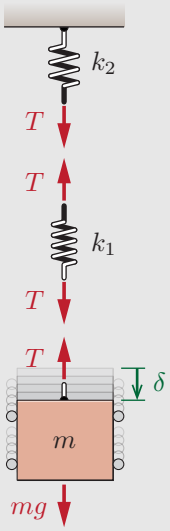
b) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{2\,m}}$

c) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{(k_1+k_2)^2}{mg\,k_1\,k_2}}$

d) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k_1^2+k_2^2}{m\,(k_1+k_2)}}$

e) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k_1^2+k_2^2}{mg\,(k_1+k_2)}}$

Los DCL de los resortes y masa consideran el signo positivo hacia abajo y una pequeña perturbación δ del carro hacia abajo. La perturbación del carro δ combina el estiramiento de ambos resortes, i.e.:



$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$

Los estiramientos de los resortes están relacionados a la fuerza que los mismos ejercen (o transmiten) a través de la ecuación de fuerza elástica:

$$T = k_1\,\delta_1 \qquad\qquad T = k_2\,\delta_2$$

Es decir, el resorte equivalente a ambos tiene rigidez k tal que:

$$T = k\,\delta$$

Reemplazando $\delta = {}^{T}/_{k}$, $\delta_1 = {}^{T}/_{k_1}$, $\delta_2 = {}^{T}/_{k_2}$, se tiene que:

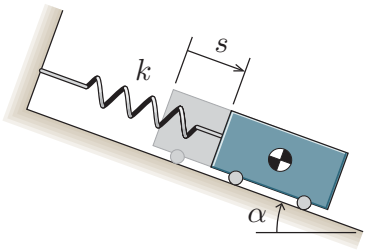
$$\delta = \delta_1 + \delta_2$$
$$\frac{T}{k} = \frac{T}{k_1} + \frac{T}{k_2}$$
$$k = \frac{k_1\,k_2}{k_1+k_2}$$

Luego, la frecuencia natural circular del sistema es:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k_1\,k_2}{m\,(k_1+k_2)}}$$

Nota: La fuerza de gravedad es una fuerza estática. Como tal, no tiene efectos sobre las propiedades dinámicas del oscilador. Sólo afecta la posición en torno a la cual el oscilador vibra (desplaza el eje neutro).

Problema 3 [0.5 punto]



Un resorte conectado a un carrito sin roce tiene longitud natural cuando el carro se encuentra en la posición $s = 0$. El carro de masa m se mueve hacia atrás, subiendo por el plano inclinado de ángulo α, una distancia $s_0 = -1\,\text{m}$ y se libera. Determine la máxima distancia $s_{\max}$ que el carro desciende por el plano inclinado.

Nota: Las distancias s entregadas y pedidas se miden paralelas al plano inclinado (ver figura).

a) $s_{\max} = \dfrac{2mg\,\sin\alpha}{k} + 1 \quad [\text{m}]$

b) $s_{\max} = 1 \quad [\text{m}]$

c) $s_{\max} = \sqrt{\dfrac{2mg\,\sin\alpha}{k} - 1} \quad [\text{m}]$

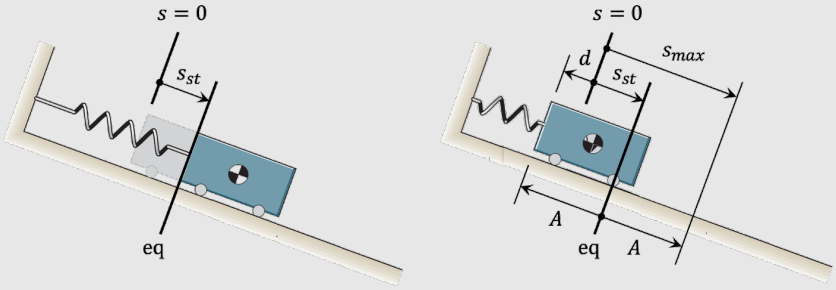
d) $s_{\max} = \sqrt{\dfrac{2mg\,\sin\alpha}{k} + 1} \quad [\text{m}]$

e) $s_{\max} = \dfrac{2mg\,\sin\alpha}{k} - 1 \quad [\text{m}]$

Debido a su peso, el carrito tendrá una posición de equilibrio estático s_{st} en torno a la cual el sistema oscila. El equilibrio de fuerzas en dirección del plano permite obtener:

$$s_{\text{st}} = \frac{mg\sin\alpha}{k}$$

La siguiente figura muestra, a la izquierda, el carrito en su posición de equilibrio s_{st}, lo que define la posición en torno a la cual el sistema oscila (línea **eq** en la figura). A la derecha se muestra la posición inicial, definida por la distancia d (medida desde $s = 0$), en la cual el carrito se suelta desde el reposo.



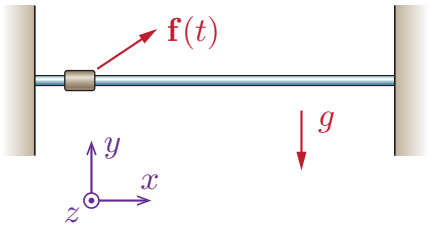
Como la velocidad inicial del sistema es cero, la amplitud A de oscilación (ver figura) será igual a la posición inicial del carrito **medida desde su posición de equilibrio**:

$$A = s_{\text{st}} + d = \frac{mg\sin\alpha}{k} + d$$

Finalmente, para $d = 1\,\text{m}$, la distancia $s_{\max}$ indicada en la figura resulta:

$$s_{\max} = s_{\text{st}} + A = 2\,s_{\text{st}} + d = \frac{2mg\sin\alpha}{k} + 1 \quad [\text{m}]$$

Problema 4 [0.5 punto]



Un collarín (o buje) de peso $W = 1\,\text{N}$ desliza por una barra horizontal sin roce y se encuentra inicialmente en reposo. En el instante $t = 0$ se aplica una fuerza según:

$$\mathbf{f}(t) = \frac{t^2}{20}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{t}{10}\,\hat{\mathbf{j}} + \frac{t^3}{15}\,\hat{\mathbf{k}} \quad [\text{N}]$$

Considere en sus cálculos que $g = 10\,\text{m/s}^2$. Determine la rapidez del collarín en el instante $t = 2\,\text{s}$.

a) $v(t = 2\,\text{s}) = \dfrac{4}{3}\ \text{m/s}$

b) $v(t = 2\,\text{s}) = 2\ \text{m/s}$

c) $v(t = 2\,\text{s}) = \dfrac{8}{3}\ \text{m/s}$

d) $v(t = 2\,\text{s}) = \dfrac{2}{15}\ \text{m/s}$

e) $v(t = 2\,\text{s}) = 1\ \text{m/s}$

La masa del collarín es:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1}{10}\ \text{kg}$$

Utilizando la ecuación de impulso–momentum sólo en el eje $\hat{\mathbf{i}}$, se tiene que:

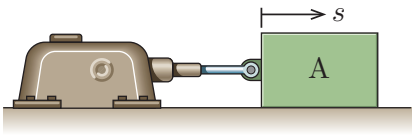
$$m\,v_1 + \int_0^{2\,\text{s}} \frac{t^2}{20}\,\text{d}t = m\,v_2$$

$$0 + \frac{t^3}{60}\bigg|_{t=0}^{t=2\,\text{s}} = \left(\frac{1}{10}\right) v_2$$

$$v_2 = \frac{(8)\,(10)}{60} = \frac{4}{3}\ \text{m/s}$$

Problema 5 [0.5 punto]

Una caja de masa $M = 200\,\text{kg}$ está en reposo en $s = 0$ y conectada a un actuador. En determinado instante, el actuador aplica una fuerza horizontal sobre la caja en función de la posición s según:



$$F(s) = 700 - 150\,s \quad [\text{N}]$$

El coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso es $\mu_k = 1/4 = 0{,}25$. Determine la velocidad de la caja en la posición $s = 1\,\text{m}$. Considere en sus cálculos que $g = 10\ \text{m/s}^2$.

a) $v(s = 1\,\text{m}) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\ \text{m/s}$

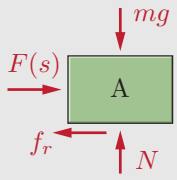
b) $v(s = 1\,\text{m}) = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}\ \text{m/s}$

c) $v(s = 1\,\text{m}) = \dfrac{5}{2}\ \text{m/s}$

d) $v(s = 1\,\text{m}) = \sqrt{5}\ \text{m/s}$

e) $v(s = 1\,\text{m}) = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}\ \text{m/s}$

Con el DCL de la caja se tiene que $N = mg$, y luego la fuerza de roce (dinámica) es $f_r = \mu_k\, N = 500\,\text{N}$. Podemos confirmar que la caja se mueve debido a que la fuerza del actuador es $F(s) > f_r$ para $s = 0 \ldots 1\,\text{m}$. Los componentes de la ecuación de trabajo y energía en este caso son:



$$T_1 = 0$$

$$U_{12}^{\text{roce}} = -f_r\,\Delta s = -\,(500\,\text{N})\,(1\,\text{m}) = -500\ \text{J}$$

$$U_{12}^{\text{act.}} = \int_{t_1}^{t_2} \Big(F(s)\,\hat{\mathbf{i}}\Big) \cdot \Big(v_x\,\hat{\mathbf{i}}\Big)\ \text{d}t = \int_{t_1}^{t_2} F(s)\,\frac{\text{d}s}{\text{d}t}\,\text{d}t = \int_{s_1}^{s_2} F(s)\ \text{d}s = 700\,s - 75\,s^2\Big|_{s=0}^{s=1\,\text{m}} = 625\ \text{J}$$

$$T_2 = \frac{1}{2}\,M\,v_2^2 = 100\,v_2^2$$

Luego, utilizando la ecuación de trabajo y energía:

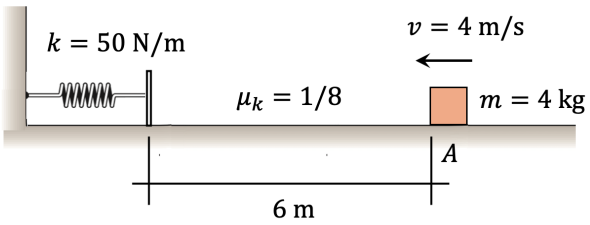
$$T_1 + U_{12} = T_2$$

$$0 - 500\,\text{J} + 625\,\text{J} = 100\,v_2^2$$

$$\frac{125}{100} = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}\ \text{m/s}$$

Problema 6 [0.5 punto]



El bloque de masa $m = 4\,\text{kg}$ que muestra la figura tiene una rapidez $v = 4\,\text{m/s}$ cuando pasa por el punto A. La fricción entre el bloque y la superficie horizontal tiene un coeficiente de roce cinético $\mu_k = 1/8 = 0{,}125$ (existe fricción en **toda la superficie**, incluso bajo el resorte).

Determine la compresión máxima que experimenta el resorte de rigidez $k = 50\,\text{N/m}$. Considere en sus cálculos que $g = 10\,\text{m/s}^2$.

a) $\delta = \dfrac{1}{5}\,\text{m}$

b) $\delta = \dfrac{1}{5}\sqrt{2}\,\text{m}$

c) $\delta = \dfrac{4}{5}\sqrt{2}\,\text{m}$

d) $\delta = \dfrac{4}{5}\,\text{m}$

e) $\delta = \dfrac{2}{5}\,\text{m}$

Con un DCL del bloque se determina que su normal es $N = mg = 40\,\text{N}$, y con ello la fuerza de roce (dinámica) es $f_r = \mu_k\, N = 5\,\text{N}$. Los componentes de la ecuación de trabajo y energía en este caso son:

$$T_1 = \frac{1}{2}\, m\, v_1^2 = 32\,\text{J} \qquad T_2 = 0$$

$$V_{e1} = 0 \qquad V_{e2} = \frac{1}{2}\, k\, \delta^2 = 25\,\delta^2$$

$$U_{12}^{\text{roce}} = -f_r\, \Delta s = -(5\,\text{N})\,(6+\delta) = -30 - 5\,\delta$$

Luego, utilizando la ecuación de trabajo y energía:

$$\begin{aligned} T_1 + V_{e1} + U_{12}^{\text{roce}} &= T_2 + V_{e2} \\ 32 + 0 - 30 - 5\,\delta &= 0 + 25\,\delta^2 \\ 25\,\delta^2 + 5\,\delta - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\delta = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 200}}{50} = \frac{-5 \pm 15}{50} = \frac{-1 \pm 3}{10}$$

$$\delta = \begin{cases} 1/5 \\ -2/5 \end{cases}$$

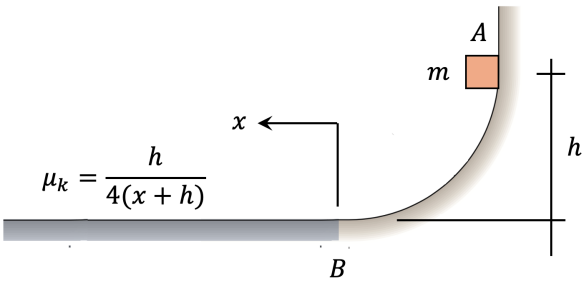
, donde sólo la solución positiva es de interés. Es decir, la compresión máxima del resorte es:

$$\delta = \frac{1}{5}\,\text{m}$$

Problema 7 [0.5 punto]

El bloque de masa m que muestra la figura se suelta desde el reposo en el punto A. En el tramo AB, la fricción entre el bloque y la superficie es despreciable. Sin embargo, desde el punto B en adelante, el coeficiente de fricción cinética está dado por:

$$\mu_k = \frac{h}{4(x+h)}$$



Determine la posición x_f en la cual el bloque se detiene. Recuerde que: $\displaystyle\int \frac{dx}{x+c} = \ln(x+c)$

a) $x_f = \left(e^4 - 1\right) h$

b) $x_f = (e-1)\, h$

c) $x_f = \left(e^2 - 1\right) h$

d) $x_f = e^4\, h$

e) $x_f = e^2\, h$

Un DCL sobre la caja cuando se encuentra en el plano resulta en $N = mg$, y con ello la fuerza de roce es:

$$f_r(x) = \mu_k(x)\ N = \frac{mgh}{4\,(x+h)}$$

La ecuación de trabajo y energía entre las posiciones A y el punto en que el bloque se detiene está asociada a las siguientes energías y potenciales:

$$T_1 = 0 \qquad T_2 = 0$$
$$V_{g1} = mgh \qquad V_{g2} = 0$$

El trabajo asociado al roce requiere un mayor desarrollo:

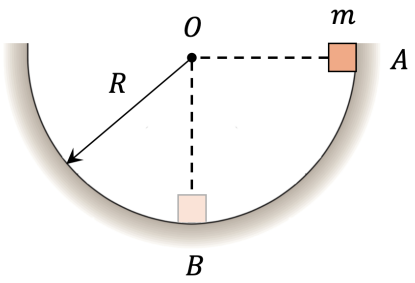
$$U_{12}^{\text{roce}} = \int_{t_1}^{t_2} \left(f_r(x)\ \hat{\mathbf{i}}\right) \cdot \left(-v_x\ \hat{\mathbf{i}}\right)\ \mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} -f_r(x)\ \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\ \mathrm{d}t = \int_{x=0}^{x=x_{\text{stop}}} -f_r(x)\ \mathrm{d}x$$
$$\int_{x=0}^{x=x_{\text{stop}}} \left(-\frac{mgh}{4\,(x+h)}\right)\ \mathrm{d}x = -\frac{mgh}{4}\ \ln(h+x)\Big|_{x=0}^{x=x_{\text{stop}}} = \frac{mgh}{4}\left[\ln(h) - \ln(h+x_{\text{stop}})\right]$$

Luego, utilizando la ecuación de trabajo y energía:

$$T_1 + V_{g1} + V_{e1} + U_{12}^{\star} = T_2 + V_{g2} + V_{e2}$$
$$0 + mgh + 0 + \frac{mgh}{4}\left[\ln(h) - \ln(h+x_{\text{stop}})\right] = 0 + 0 + 0$$
$$4 = \ln\left(\frac{h+x_{\text{stop}}}{h}\right)$$
$$e^4 = \frac{h+x_{\text{stop}}}{h}$$
$$x_{\text{stop}} = \left(e^4 - 1\right) h$$

Problema 8 [0.5 punto]

La figura muestra un bloque de masa m que se suelta desde el reposo en el punto A sobre una superficie circular de radio R. Asumiendo que la fricción entre el bloque y la superficie es despreciable, calcule la magnitud de la fuerza normal que la superficie ejerce sobre el bloque cuando éste pasa por el punto B, que corresponde a la posición más baja de su trayectoria.



a) $N_B = 3mg$

b) $N_B = 2mg$

c) $N_B = mg$

d) $N_B = \frac{3}{2}mg$

e) $N_B = \frac{2}{3}mg$

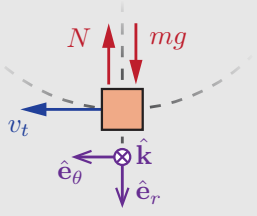
La rapidez del bloque en el punto B se puede obtener utilizando el principio de conservación de la energía entre los puntos A y B. Considerando que el datum (i.e. $z = 0$) se encuentra en el punto B, se tiene que:

$$T_1 = 0 \qquad T_2 = \frac{1}{2}\, m\, v_{\mathrm{B}}^2$$
$$V_{g1} = mgR \qquad V_{g2} = 0$$

, y con ello:

$$T_1 + V_{g1} + V_{e1} + U_{12}^{\star} = T_2 + V_{g2} + V_{e2}$$
$$0 + mgR + 0 + 0 = \frac{1}{2}\, m\, v_{\mathrm{B}}^2 + 0 + 0$$
$$v_{\mathrm{B}} = \sqrt{2gR}$$

Luego, con un DCL en el punto B y utilizando la 2^{da} ley de Newton en el sentido radial:



$$\sum f_r = m\, \ddot{u}_r$$
$$-N + mg = m\left(-\frac{v_t^2}{R}\right)$$
$$N = mg + m\left(\frac{2gR}{R}\right) = 3mg$$

Problema de Desarrollo [2 puntos]

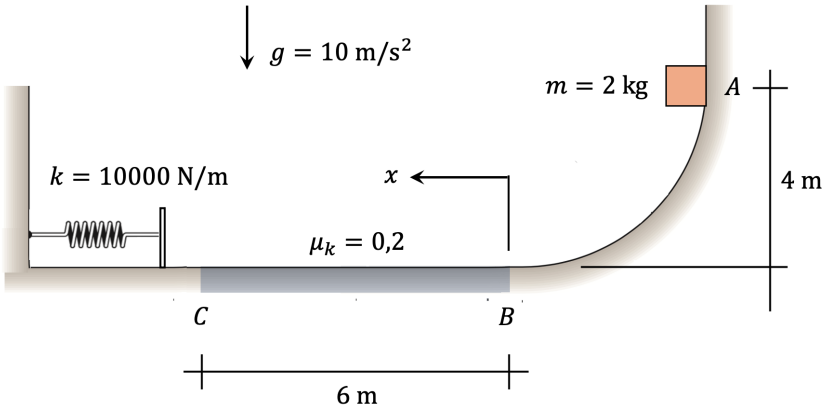
Un bloque de masa $m = 2\,\text{kg}$ se suelta desde el reposo en el punto A que se muestra en la figura. El roce entre el bloque y la superficie es despreciable, salvo en el tramo horizontal BC de 6 m de largo, donde el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 1/5 = 0{,}2$. Luego del punto C existe un resorte horizontal de rigidez $k = 10000\,\text{N/m}$ que está en su largo natural. Considere en sus cálculos que $g = 10\,\text{m/s}^2$.

a) Calcule la rapidez del bloque justo antes de impactar al resorte por primera vez.

b) Determine la distancia máxima que se comprime el resorte luego del primer impacto con el bloque.

c) Encuentre la posición x, medida desde el punto B, en la cual el bloque se detiene. ¿Cuántas veces el bloque impacta al resorte desde que se suelta en el punto A hasta que se detiene?

d) Calcule la distancia máxima que se comprime el resorte debido al último impacto con el bloque antes de detenerse.



Definiendo el nivel cero de energía potencial gravitatoria en la superficie horizontal, la energía mecánica inicial del bloque cuando se suelta desde el reposo en el punto A resulta ser:

$$T_A + V_{gA} = 0 + mgh_A = 0 + (2\,\text{kg})(10\,\text{m/s}^2)(4\,\text{m}) = 80\,\text{J}$$

Planteando la ecuación de trabajo y energía entre los puntos A y C:

$$\begin{aligned}(T_C + V_{gC}) - (T_A + V_{gA}) &= U_{AC}^{roce}\\ \left(\frac{1}{2}mv_C^2 + 0\right) - 80\,\text{J} &= -\mu_k mg\,d_{BC}\\ \frac{1}{2}(2\,\text{kg})v_C^2 - 80\,\text{J} &= -\frac{1}{5}(2\,\text{kg})(10\,\text{m/s}^2)(6\,\text{m})\\ v_C &= 2\sqrt{14}\,\text{m/s}\end{aligned}$$

Luego del primer impacto con el resorte, su máxima compresión se produce cuando el bloque se detiene en el punto que llamaremos E. Planteando la ecuación de trabajo y energía entre C y E:

$$\begin{aligned}(T_E + V_{gE} + V_{e3}) - (T_C + V_{gC}) &= 0\\ \left(0 + 0 + \frac{1}{2}k\,\delta_{\max,1}^2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_C^2 + 0\right) &= 0\\ \frac{1}{2}(10000\,\text{N/m})\,\delta_{\max,1}^2 - \frac{1}{2}(2\,\text{kg})\left(2\sqrt{14}\,\text{m/s}\right)^2 &= 0\\ \delta_{\max,1} &= \frac{2}{50}\sqrt{7}\,\text{m}\end{aligned}$$

Es claro que el bloque se detiene en algún punto dentro del tramo BC, al que llamaremos G. Sea D la distancia **total** que se necesita para que el trabajo del roce provoque la detención del bloque en G. Planteando la ecuación de trabajo y energía entre A y G:

$$\begin{aligned}(T_G + V_{gG}) - (T_A + V_{gA}) &= U_{AG}^{roce}\\ (0 + 0) - 80\,\text{J} &= -\frac{1}{5}\,(2\,\text{kg})\,(10\,\text{m/s}^2)\,D\\ D &= 20\,\text{m}\end{aligned}$$

Este resultado indica que el bloque pasa 3 veces por el tramo BC en forma completa, lo que equivale a una distancia de 18 m. Luego, la cuarta vez que ingresa a la zona rugosa, el bloque recorre los 2 m que le faltan para completar la distancia $D = 20\,\text{m}$. Por lo tanto, la distancia al punto B resulta:

$$x = 4\,\text{m}$$

El resultado anterior implica que **el bloque impacta 2 veces** al resorte antes de detenerse. Sea F el punto de máxima compresión debido al segundo impacto. Finalmente, usando la ecuación de trabajo y energía entre A y F:

$$\begin{aligned}(T_F + V_{gF} + V_{eF}) - (T_A + V_{gA}) &= U_{AF}^{roce}\\ \left(0 + 0 + \frac{1}{2}k\,\delta_{\max,2}^2\right) - 80\,\text{J} &= -\mu_k mg\,(3d_{BC})\\ \frac{1}{2}(10000\,\text{N/m})\,\delta_{\max,2}^2 - 80\,\text{J} &= -\frac{1}{5}(2\,\text{kg})(10\,\text{m/s}^2)(18\,\text{m})\\ \delta_{\max,2} &= \frac{2}{50}\,\text{m}\end{aligned}$$