Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Física
Electricidad y magnetismo - FIS1533
Profesor: Marcelo Calderon
Ayudante: Jorge Matamala (jnmatamala@uc.cl)

Ayudantía 16

Circuito RC

1. Resumen

El capacitor representa el fenómeno de almacenamiento de energía en forma de campo eléctrico, producto de la acumulación de cargas de diferente signo entre las placas.

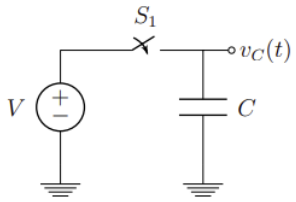
Como elemento circuital, posee la siguiente ecuación característica

$$i(t) = C\,\frac{dv(t)}{dt}$$

que es obtenida derivando la ecuación que relaciona carga y capacitancia

$$Q(t) = Cv(t)$$

Considerando el siguiente circuito



Supongamos que el capacitor está descargado inicialmente, esto es

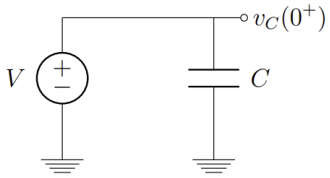
$$Q(0^-) = 0$$

La implicancia directa de esta condición es

$$v_c(0^-) = 0$$

Es decir, antes de cerrar el interruptor el capacitor no es más que un cortocircuito.

Ahora, el interruptor se cierra en $t = 0$, obteniendo el siguiente circuito



Lo primero que se observa es que el nodo superior está directamente conectado a la fuente de voltaje, forzando que

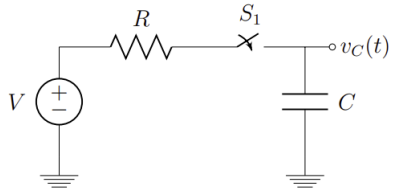
$$v_c(0^+) = V$$

Sin embargo, este cambio del voltaje en el capacitor ocurre **muy abruptamente**... casi de un instante a otro. Se pasa de un voltaje cero a un voltaje V entre un tiempo $t = 0^-$ y $t = 0^+$, así que la ecuación de corriente queda algo así

$$i(0^+) = C\frac{V - 0}{0^+ - 0} \to \infty$$

El denominador es extremadamente pequeño, ¡se tendrá una corriente gigantesca! Esto puede traer bastantes problemas, así que para evitarlo **siempre** se agrega una resistencia entre la fuente y el capacitor. El objetivo de esto es lograr limitar este peak de corriente y así evitar el salto de voltaje y posibles daños.

Agregando una resistencia, el circuito queda de la siguiente forma



Bajo la misma lógica de antes, justo después de cerrar el circuito, la corriente en la resistencia sigue la ley de Ohm

$$i(0^+) = \frac{V}{R}$$

donde se ve que la resistencia pudo limitar la corriente peak y evitar que tomara un valor gigantesco.

A medida que pasa el tiempo, la corriente comienza a disminuir por el hecho de que el capacitor se carga. En ese estado final, el capacitor se ve como un circuito abierto y su voltaje es igual al entregado por la fuente.

Si hacemos KVL podremos encontrar una expresión para el voltaje/corriente a medida que pasa el tiempo, así

$$V - i_c(t)R - v_c(t) = 0$$

donde si reemplazamos la expresión de la corriente del capacitor se llega a

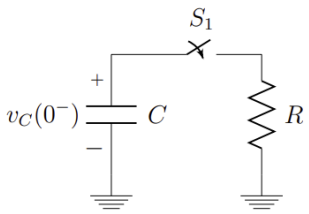
$$V = RC\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

Lo anterior es una **EDO** de primer orden, donde su solución -¡demuéstrelo!- está dada por

$$v_c(t) = (v_c(0) - V)e^{-\frac{t}{RC}} + V$$

$$i_c(t) = (\frac{V - v_c(0)}{R})e^{-\frac{t}{RC}}$$

Para la descarga del capacitor se considera el siguiente circuito



Si se hace KVL justo después de cerrar el interruptor,

$$v_c(t) = i_c(t)R$$

$$v_c(t) = -RC\frac{dv_c(t)}{dt}$$

¿Por qué aparece un signo menos?

Lo anterior es una **EDO** con solución

$$v_c(t) = Ke^{-\frac{t}{RC}}$$

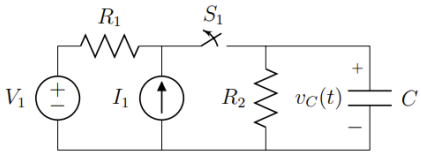
$$i_c(t) = -\frac{K}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

donde K es una constante que depende de las condiciones iniciales.

2. Problemas

Problema 1

Sea el circuito de la figura, donde el interruptor S_1 ha estado cerrado por un periodo muy largo y en $t = 0$ se abre. Determine

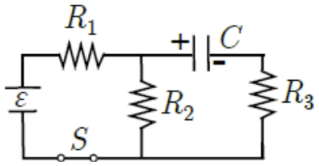


1. El voltaje en el capacitor para $t < 0$
2. La corriente en R_2 para $t > 0$

Nota: El elemento que tiene una flecha es una fuente de corriente, indica que en esa rama siempre se tiene una corriente I_1

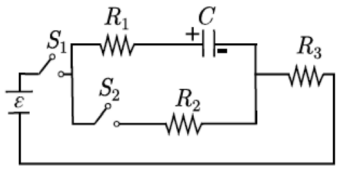
Problema 2

En el circuito de la figura el interruptor está cerrado y el capacitor se encuentra cargado completamente. Determine la corriente en cada resistencia y la carga del condensador. Ahora, en $t = 0$ se abre el interruptor S. Encuentre la corriente que pasa por la resistencia R_2 como función del tiempo. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que la carga en C disminuya hasta 4/5 del valor inicial?



Problema 3

Considere el circuito de la figura. En el instante $t < 0$ los interruptores están abiertos y el condensador se encuentra descargado. En el instante $t = 0$ se cierra S_1, quedando abierto S_2. Luego, en un instante $t = t_0$ se cierra S_2, por lo que para un tiempo $t > t_0$ ambos interruptores están cerrados.



1. Encuentre la corriente a través de la batería en un instante $0 < t < t_0$
2. Considerando que $q_{t=t_0} = q_0$ (antes de cerrar S_2), determine la corriente a través de la batería en un instante $t = t_0$ (instantáneamente después de cerrar el interruptor S_2)

Problema 4

Dos capacitores de capacitancias C_1 y C_2 están conectados a dos resistencias iguales R. En $t = 0$ el capacitor C_1 tiene una carga Q_0 mientras que el C_2 está descargado. Determine

1. Las cargas de los capacitores en función del tiempo
2. La energía disipada por las resistencias
3. La energía disipada total hasta que se alcance el equilibrio. ¿De qué depende dicha cantidad? Explique el por qué de ello.

