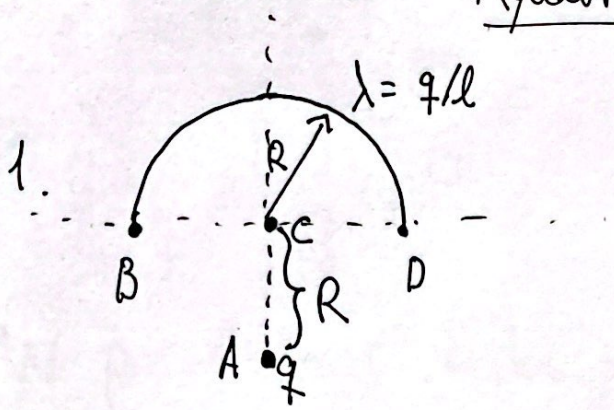
Ayudantía 5

1.



¿V(C)? → Superposición: $V(C) = V_a|_c + V_q|_c$

(i) alambre — alambre y carga

Luego:

$$V_a(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\lambda\, d\ell}{|\vec{r}-\vec{R}|}$$

"Donde menos de donde"

$$\vec{r} = 0 \;;\; \vec{R} = R\hat{r} \;;\; d\ell = R\,d\theta \;;\; \theta \in [0,\pi]$$

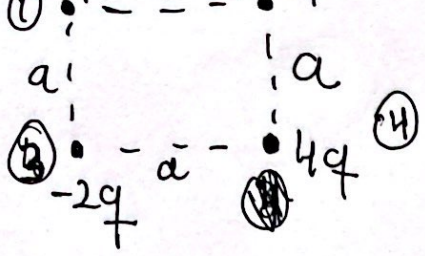
$$V_a(\vec{r}) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi} \frac{R\,d\theta}{|-R|} \rightarrow \boxed{V_a(\vec{r}) = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}} \text{ en C.}$$

(ii) Carga:

$$\boxed{V_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}} \;;\; \boxed{V(C) = \underbrace{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}}_{V_q} + \underbrace{\frac{\lambda}{4\varepsilon_0}}_{V_a}}$$

Scanned with CamScanner

2.



¿W para armar dicha configuración de cargas?

→ Energía acumulada por el sistema.

$$W = \Delta U = q\,\Delta\phi$$

$q \rightarrow U_1 = 0$

$+\,(\rightarrow)$

$2q \rightarrow U_2 = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2q^2}{a}}_{(2-1)}$

$+\,(\rightarrow)$

$-2q \quad U_3 = -\underbrace{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}}_{(3-1)} - \underbrace{\frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}}_{(3-2)}$

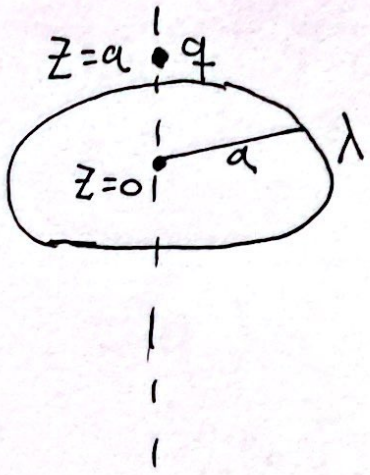
$(\rightarrow)$

$4q \quad U_4 = \underbrace{\frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}}_{(4-1)} + \underbrace{\frac{8q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}}_{(4-2)} - \underbrace{\frac{8q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}}_{(4-3)}$

$$\boxed{W = \Delta U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0}$$

Scanned with CamScanner

3.



a) ¿$W_{\infty \to a}$ para traer la carga?

$$W = q \cdot \Delta\phi$$

Lo primero es obtener el potencial del anillo:

$$V(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\lambda \, dl}{|\vec{r} - \vec{R}|} \quad ; \quad \begin{aligned} dl &= a \, d\theta \\ \vec{R} &= a\,\hat{r} \\ \vec{r} &= z\hat{z} \end{aligned}$$

↳ el potencial en un punto z cualquiera (despues se reemplaza z=a).

Reemplazando:

$$V(z) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{a \, d\theta}{\sqrt{z^2 + a^2}} \Rightarrow \underbrace{V(z) = \frac{\lambda \cdot a}{2\varepsilon_0 \sqrt{z^2 + a^2}}}$$

expresión general: potencial producido por el anillo en un punto z.

Scanned with CamScanner

luego $W_{\infty \to a} = q\underbrace{\Delta V}_{V_f - V_i \to 0} = q\,V(a)$

$$W_{\infty \to a} = \frac{q\lambda a}{2\varepsilon_0\sqrt{2a^2}} = \boxed{\frac{q\lambda}{2\varepsilon_0\sqrt{2}}}$$

b) Velocidad mínima para una masa m con carga q, para atravesar el aro desde $+\infty$ como punto de partida.

$\vec{E}$ es conservativo. La energía se conserva:

$$U = \underbrace{\frac{1}{2}mV^2}_{\text{máxima al inicio}} + \underbrace{qV(z)}_{\text{máxima al final}}$$

$$U_0 = U_f \to \frac{1}{2}mV_{min}^2 = q\underbrace{V(0)}_{\text{reemplazo } z=0}$$

$$\frac{1}{2}mV_{min}^2 = \frac{q\lambda}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{V_{min} = \sqrt{\frac{q\lambda}{m\varepsilon_0}}}$$

Scanned with CamScanner