Interrogación 2: Tema A

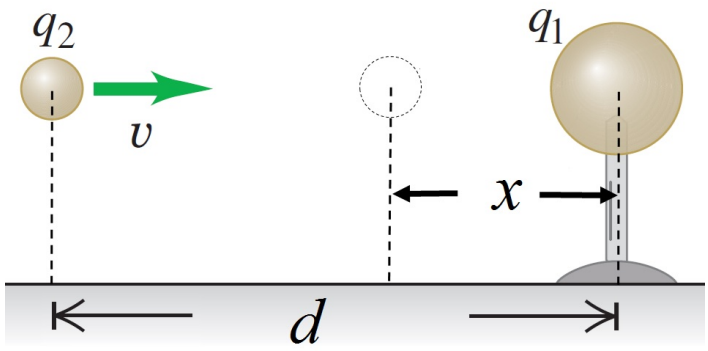
FIS1533 Electricidad y Magnetismo

Profesores: E. Arévalo, R. Benguria, A. Cabrera, M.A. Díaz

26.04.2017, 18:30-20:30

¡No usar ningún aparato electrónico ni apuntes!

1. Una esfera pequeña de metal tiene una carga neta de q_1 y se mantiene en posición estacionaria por medio de soportes aislados. Una segunda esfera metálica también pequeña con carga neta de q_2 y masa m es proyectada desde una distancia d hacia q_1 con velocidad v. Las dos cargas son del mismo signo. Considérese que los radios de las dos esferas son despreciables y también desprecie el efecto de la gravedad.



¿Qué tan cerca de q_1 llega q_2 al momento de detenerse?

a)

$$x = \frac{dq_1q_2}{2\pi\epsilon_0 dmv^2 + q_1q_2}$$

b)

$$x = d - \frac{2\pi\epsilon_0 mv^2}{q_1q_2}$$

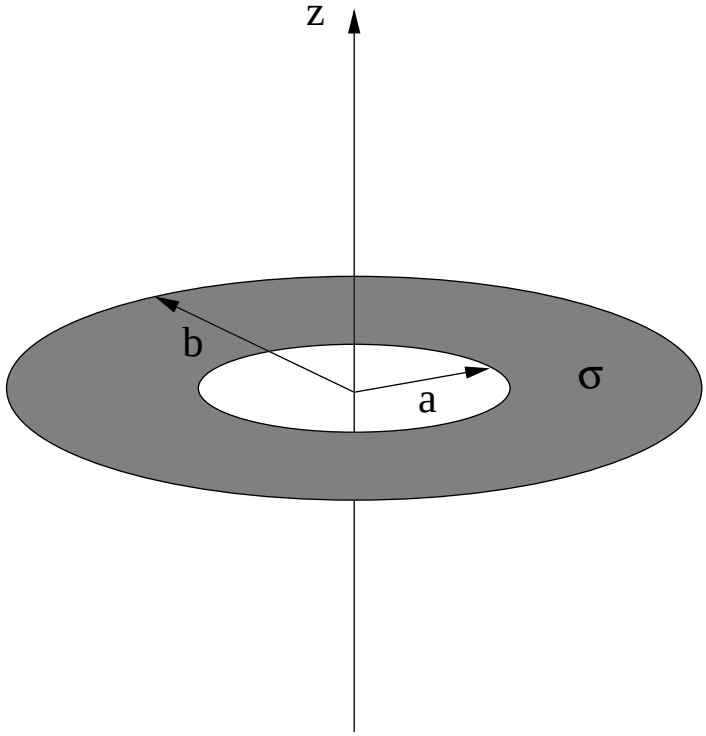
c)

$$x = \frac{dq_1q_2}{2\pi\epsilon_0 dmv^2 - q_1q_2}$$

d)

$$x = \frac{dq_1q_2}{2\pi\epsilon_0 mv^2 + q_1q_2}$$

2. Considere una distribución de carga superficial, uniforme, σ, depositada sobre un aro de radio interior a y radio exterior b como se muestra en la figura. El aro está ubicado en el plano $z = 0$ y el origen de coordenadas coincide con el centro del aro.



El potencial eléctrico producido por esta distribución en un punto z del eje está dado por

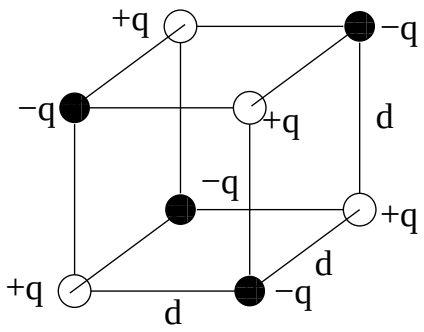
a)
$$V(z) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2}\right).$$

b)
$$V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2}\right).$$

c)
$$V(z) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{b^2}{\sqrt{z^2+b^2}} - \frac{a^2}{\sqrt{z^2+a^2}}\right).$$

d)
$$V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\frac{b^2}{\sqrt{z^2+b^2}} - \frac{a^2}{\sqrt{z^2+a^2}}\right).$$

3. Sea una configuración de cargas puntuales distribuida en los vértices de un cubo de lado a. El valor absoluto de todas las cargas es q, y difieren solamente en su signo. Las cargas se colocan de tal modo que hay cuatro cargas q y cuatro cargas $-q$ en los ocho vértices del cubo, alternando su signo cuando se compara con las cargas directamente a los lados o directamente arriba.



(a) ¿Cuál es la energía almacenada en la configuración?

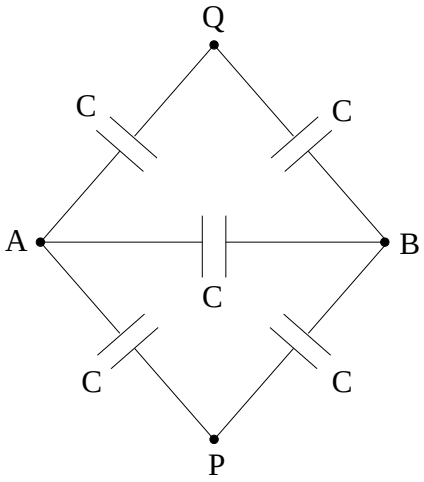
a)
$$-\frac{3q^2}{\pi\varepsilon_0 d}$$

b)
$$\frac{3q^2}{\pi\varepsilon_0 d}\left[-1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

c)
$$\frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 d}\left[-4+\frac{2}{\sqrt{2}}\right]$$

d)
$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left[-12+\frac{12}{\sqrt{2}}-\frac{4}{\sqrt{3}}\right]$$

4. Considere un arreglo de condensadores, todos con capacidad C, colocados en un cuadrado cuyos vértices son llamados $AQBP$ como se muestra en la figura. En cada lado del cuadrado (lados AQ, QB, BP, y PA) hay un condensador. Se coloca un quinto condensador en la diagonal AB.



¿Cuál es la capacidad efectiva entre los vértices AB?

a) $5C$

b) $C/5$

c) $2C$

d) C

5. ¿Cuál es la capacidad efectiva entre los vértices PQ?

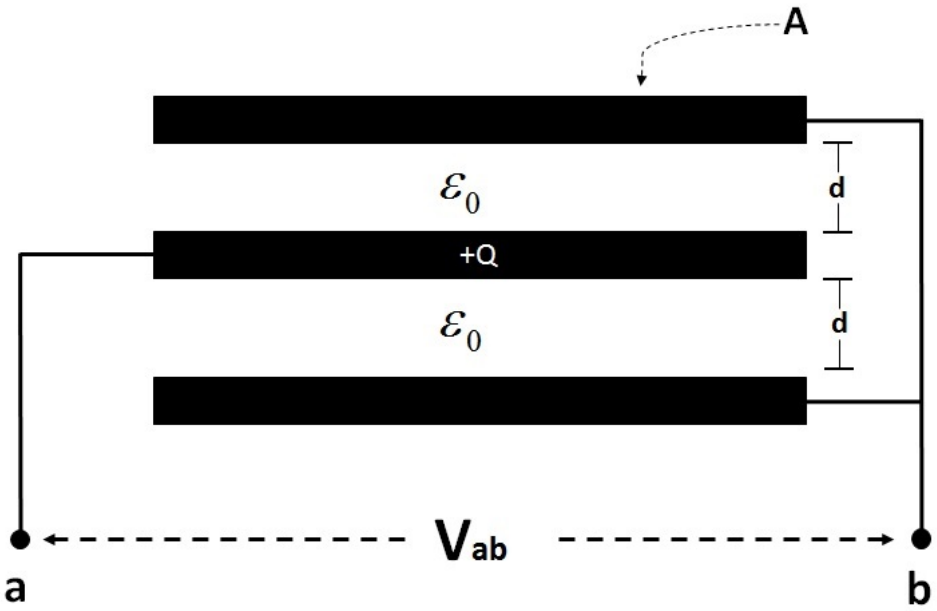
a) C

b) $5C$

c) $C/5$

d) $2C$

6. Tres placas conductoras paralelas de área A muy grande, se colocan separadas una distancia d y de manera consecutiva, tal como se muestra en la figura. El espacio entre las placas esta vacío. Las placas externas están conectadas eléctricamente por medio de un cable conductor que tiene un extremo denotado con la letra **b**. La placa central está conectada a un cable conductor eléctrico de extremo **a**. Las placas están cargadas de tal forma que la carga de la placa central es $+Q$ y los extremos **a** y **b** tienen una diferencia de potencial V_{ab}. Se pueden ignorar los efectos de los bordes.



¿Cuál es valor de la capacitancia equivalente C_0 entre los extremos **a** y **b**?

a)
$$C_0 = \frac{Q}{4V_{ab}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

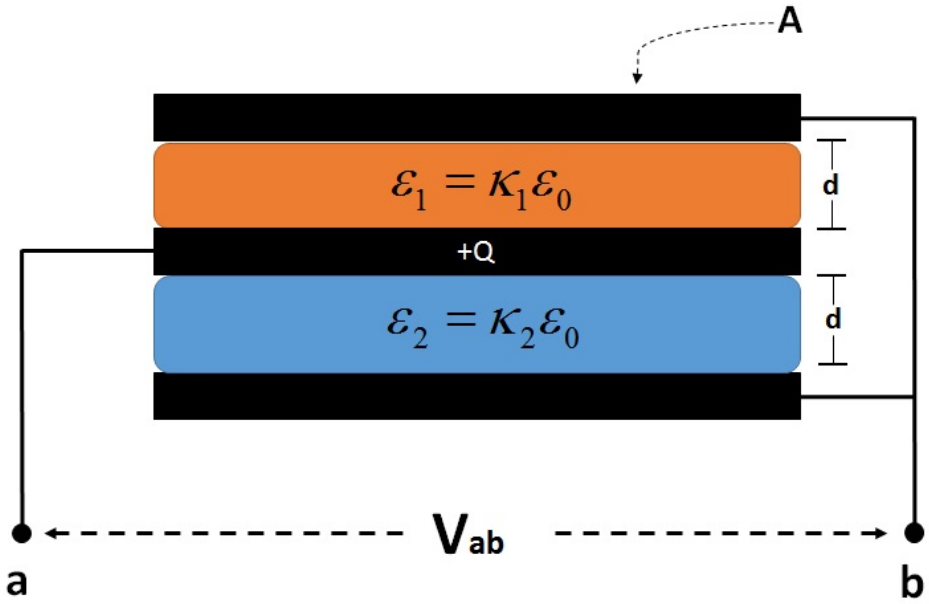
b)
$$C_0 = \frac{Q}{V_{ab}} = 2\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

c)
$$C_0 = \frac{2Q}{V_{ab}} = 4\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

d)
$$C_0 = \frac{2Q}{V_{ab}} = 2\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

7. *En el siguiente problema la constante dieléctrica, también llamada permitividad relativa, está dada como $\kappa = \varepsilon/\varepsilon_0$. Nótese que κ también puede ser conocida como ε_r o también como K.*

   Considere un sistema de tres placas paralelas similar al problema anterior, pero ahora el espacio entre las placas está lleno con dos materiales dieléctricos de permitividad ε_1 y ε_2, como se muestra en la figura. Si denotamos C_0 el valor de la capacitancia equivalente en el vacío del problema anterior, entonces ¿Cuál es el valor de la capacitancia equivalente C_1 entre los extremos **a** y **b** cuando los materiales dieléctricos entre las placas están presentes?



a)

$$C_1 = 2\frac{\kappa_1\kappa_2}{\kappa_1+\kappa_2}C_0$$

b)

$$C_1 = (\kappa_1+\kappa_2)C_0$$

c)

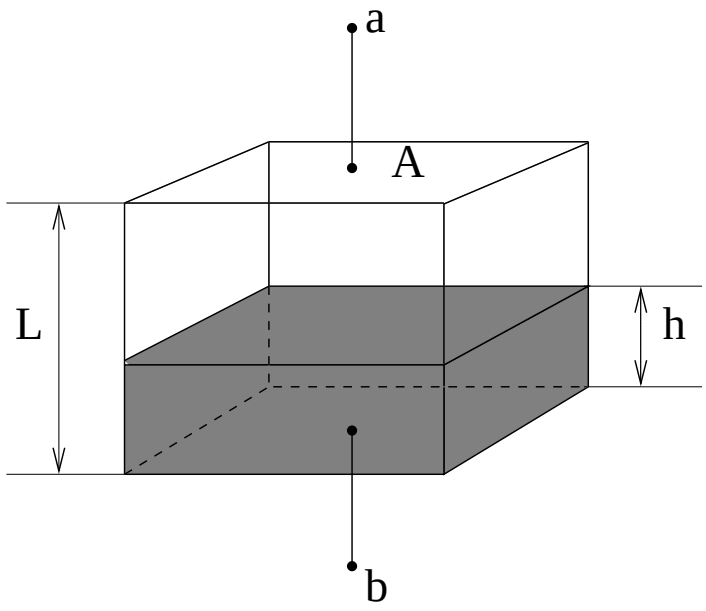
$$C_1 = \frac{\kappa_1\kappa_2}{\kappa_1+\kappa_2}C_0$$

d)

$$C_1 = \frac{1}{2}(\kappa_1+\kappa_2)C_0$$

8. *En el siguiente problema la constante dieléctrica, también llamada permitividad relativa, está dada como $K = \varepsilon/\varepsilon_0$. Nótese que K también puede ser conocida como ε_r o también como κ.*

   Un medidor de combustible utiliza propiedades de un condensador para determinar la altura que alcanza el combustible dentro de un estanque (ver figura). La constante dieléctrica efectiva K_{ef} cambia de un valor de 1 cuando el estanque está vacío, a un valor K (la constante dieléctrica del combustible) cuando el estanque está lleno. Cada una de las dos placas rectangulares que configuran el condensador tienen un área A y se ubican arriba y abajo del estanque, separadas una distancia L. La altura del combustible es h. Se pueden ignorar los efectos de los bordes.



   ¿Cuál es valor de la capacitancia equivalente C entre los puntos a y b?

   a) $C = \frac{\epsilon_0 A}{L} \frac{K}{K+(1-K)\frac{h}{L}}$

   b) $C = \frac{\epsilon_0 A}{L} \left(\frac{L}{L-h} + K\frac{L}{h}\right)$

   c) $C = \frac{\epsilon_0 A}{L} \left(\frac{KL}{L-h} + \frac{L}{h}\right)$

   d) $C = \frac{\epsilon_0 A}{L} \left(\frac{1}{1+\frac{(K-1)h}{L}}\right)$

9. Del problema anterior conocemos las capacidad C del sistema. Luego se aplica una diferencia de potencial V entre los puntos a y b. Encuentre la carga de polarización Q_d (también llamada Q_p o carga ligada Q_b) que se forma en el dieléctrico en la interfaz combustible-placa.

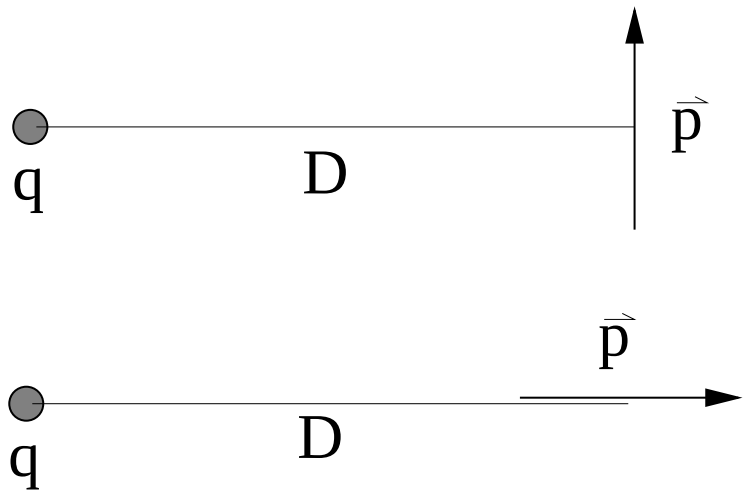
   a) $Q_d = \frac{(K-1)}{K} CV$

   b) $Q_d = KCV$

   c) $Q_d = CV$

   d) $Q_d = \frac{(K+1)}{K} CV$

10. Considere una carga q puesta en el origen. Considere un dipolo eléctrico de momento dipolar de magnitud p ubicado a una distancia D de la carga como se muestra en las figuras. En la primera figura el momento dipolar es perpendicular a la línea que va desde la carga hasta el dipolo, en tanto que en la segunda figura el dipolo es paralelo a dicha línea.



Entonces la energía potencial del dipolo (debida a que se encuentra en presencia del campo producido por la carga) en la Figura 2 y en la Figura 3, respectivamente, está dada por:

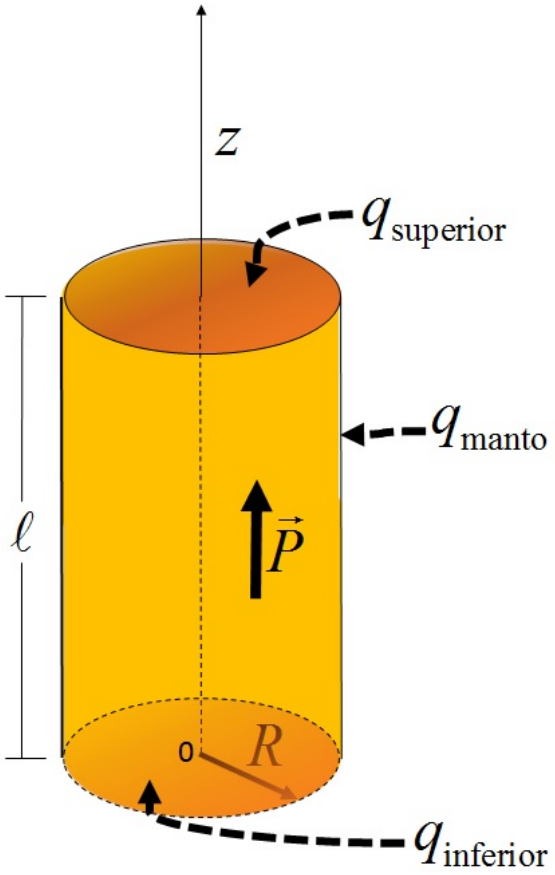
a)
$$0 \quad \text{y} \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qp}{D^2},$$

b)
$$0 \quad \text{y} \quad -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qp}{D^2},$$

c)
$$\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qp}{D^2} \quad \text{y} \quad +\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qp}{D^2},$$

d)
$$\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qp}{D^2} \quad \text{y} \quad -\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{qp}{D^2},$$

11. En la figura abajo $\vec{P}$ es el vector de densidad de polarización de un material dieléctrico que tiene forma cilíndrica con radio R y longitud ℓ.



Si $P = P_0\hat{z}$ donde P_0 es constante positiva, ¿cómo es la distribución de carga ligada en el sistema?

a) Las cargas ligadas o inducidas están distribuidas uniformemente en las caras inferior y superior del cilindro. La carga en la cara superior es $q_{\text{superior}} = +P_0\pi R^2$ y en la inferior es $q_{\text{inferior}} = -P_0\pi R^2$. En otras partes del cilindro la carga ligada es cero, por tanto $q_{\text{manto}} = 0$.

b) Las cargas ligadas o inducidas están distribuidas uniformemente en las caras inferior y superior asi como en el manto perpendicular a las caras. La carga en la cara superior es $q_{\text{superior}} = +P_0\pi R^2$, en la cara inferior es $q_{\text{inferior}} = -P_0\pi R^2$ y en el manto, perpendicular a las caras, es $q_{\text{manto}} = 2P_0\ell\pi R$.

c) Las cargas ligadas o inducidas están distribuidas uniformemente en las caras inferior y superior del cilindro. La carga en la cara superior es $q_{\text{superior}} = -P_0\pi R^2$ y en la inferior es $q_{\text{inferior}} = +P_0\pi R^2$. En otras partes del cilindro la carga ligada es cero, por tanto $q_{\text{manto}} = 0$.

d) Las cargas ligadas o inducidas están distribuidas uniformemente en las caras inferior y superior asi como en el manto, perpendicular a las caras. La carga en la cara de arriba es $q_{\text{superior}} = +P_0\pi R^2$, en la cara de abajo $q_{\text{inferior}} = -P_0\pi R^2$ y en el manto $q_{\text{manto}} = -2P_0\ell\pi R$.

12. En el problema anterior si se elige el origen del sistema coordenado en el centro de la cara inferior del cilindro, la expresión del potencial eléctrico V sobre el eje z es:

a)

$$V = -\frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2}-|z|\right)+\frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{(z-\ell)^2+R^2}-|z-\ell|\right)$$

b)

$$V = -\frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2}-|z|\right)+\frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{(z+\ell)^2+R^2}-|z+\ell|\right)$$

c)

$$V = \frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2}-|z|\right)-\frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{(z-\ell)^2+R^2}-|z-\ell|\right)$$

d)

$$V = \frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2}-|z|\right)-\frac{P_0}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{(z+\ell)^2+R^2}-|z+\ell|\right)$$