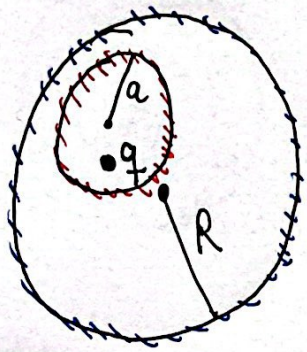
Ayudantía 7.

1.



a) Si tomo una sup gaussiana dentro del conductor y que además encierre la cavidad:

$$\oint E \cdot ds = \frac{q + q_{cavidad}}{\varepsilon_0}$$; pero E dentro del conductor es 0.

Luego $\underline{q_{cavidad} = -q.}$ ✳

b) Tomamos una superficie Gaussiana que encierre todo.

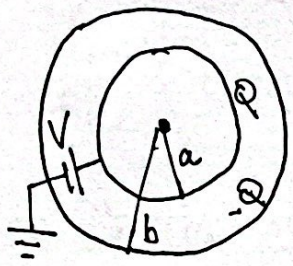
$$\oint E \cdot ds = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow q_{ext} = q$$ ✳ con:

$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2}$ uniforme en la superficie de afuera. (Carga inducida).

Scanned with CamScanner

2.

a)



Lo primero es calcular $\vec{E}(r)$:

i) $r < a$:

$$\vec{E}(r) = 0$$

ii) $a < r < b$:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

iii) $b < r$:

$$E(r) = 0.$$

para encontrar la capacidad debemos relacionar Q con la diferencia de V.

Luego: $\Delta V = V(a) - V(b) = \int_a^b E(r)\,dr$, reemplazando el campo se obtiene: $V = \int_a^b \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,dr$

Scanned with CamScanner

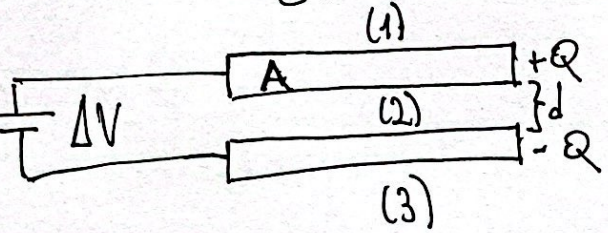
Luego:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \quad ; \quad Q = C \cdot V \rightarrow C = \frac{Q}{V}$$

La capacitancia es:

$$C = \frac{Q \cdot 4\pi\varepsilon_0}{Q\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} = \boxed{4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{(b-a)} = C}$$

b)



con $d << $ Largo de las placas.

En (1) y (3) $\vec{E} = 0$. Mientras que, en (2) $\vec{E} = -\frac{V}{\varepsilon_0}\hat{K}$,

Ahora la diferencia de potencial:

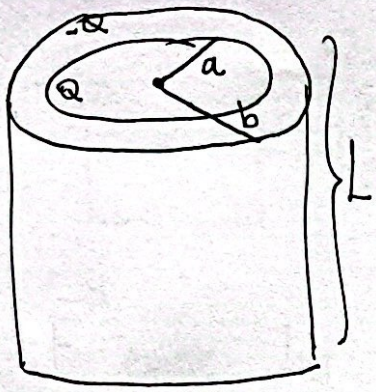
$$\Delta V = V(d) - V(0) = -\int_0^d E \cdot \hat{K}\, dz = \frac{V}{\varepsilon_0} d = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 A}$$

Luego la capacitancia es:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{Q\varepsilon_0 A}{Q d} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 A}{d} = C}$$

Scanned with CamScanner

c)



Cilindro interior: $V = V_0$

Cilindro exterior $V = 0$

a y $b \ll L$

Lo primero es calcular el campo entre ambas placas:

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L};$$

La diferencia de potencial entre condensadores es:

$$V_0 = V(a) - V(b) = \int_a^b E(r)\,dr$$

⊗ Nota: si integro de mayor potencial a menor potencial me olvido del signo (−) de la ecuación.

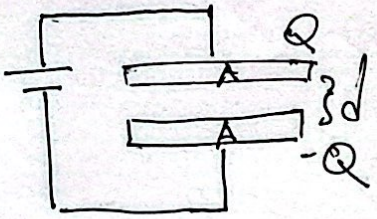
$$V_0 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Luego:

$$C = \frac{Q}{V_0} = \frac{\cancel{Q}\, 2\pi\varepsilon_0 L}{\cancel{Q} \ln(b/a)} = \boxed{\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(b/a)} = C}$$

Scanned with CamScanner

3.



a) ¿$\vec{F}$ entre las placas? $\rightarrow$ $\boxed{\vec{F} = -\nabla \cdot U}$

Donde $U = \frac{1}{2} C V^2$, pero $Q = CV \rightarrow V = \frac{Q}{C}$

Reemplazando:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

La capacitancia es $C = \frac{A\varepsilon_0}{Z}$ ↑ debe ser un parámetro, para derivarlo. (Si fuera d, la derivada quedaría cte).

$$\vec{F} = -\nabla \cdot U = -\frac{\partial U}{\partial Z}\hat{Z} = -\frac{\partial}{\partial Z}\frac{1}{2}\frac{Q^2}{A\varepsilon_0} \cdot Z \quad \therefore \boxed{\vec{F} = -\frac{1}{2}\frac{Q^2}{A\varepsilon_0}\hat{k}}$$

b) Se mantiene Q, buscamos dW para llevar las placas a $d/2$?

Cambio la geometría, cambio la capacitancia.

Scanned with CamScanner

Luego, la nueva capacitancia:

$$C' = \frac{A\varepsilon_0}{d/2} \quad ; \quad C = \frac{A\varepsilon_0}{d}$$

$$\boxed{C' = 2C}$$

Usando teorema $W = U_f - U_i$: Luego,

$$W = \frac{1}{2}\underbrace{\frac{Q^2}{2C}}_{C'} - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \rightarrow \boxed{W = -\frac{Q^2}{4C}}$$

Scanned with CamScanner