Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Física
Electricidad y Magnetismo FIS1533-1, 2022-2
Profesor: Marcelo Calderón (marcelo.calderon@uc.cl).
Ayudante: Benjamin Wassermann (bewassermann@uc.cl).

Ayudantía 7

Electrostática: Conductores y Capacitores

Resumen

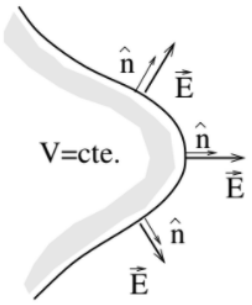
- **Conductores**:

  En un conductor, la última capa de electrones, puede desplazarse libremente en presencia de un campo eléctrico. Sin embargo, los electrones no pueden salir.

  Si acercamos una carga Q a un conductor los electrones de este se reacomodan llegando a una posición de equilibrio despues de un tiempo llamado "tiempo de relajación".Transcurrido ese tiempo el campo eléctrico en el interior del conductor es cero. Pues si no lo fuera los electrones libres seguirían moviéndose.

  Sin embargo es en la superficie donde el campo no necesariamente es nulo. Por lo que aparece una densidad de carga superficial σ.

  Para calcular el campo en la superficie usamos la ley de Gauss de forma local tomando un cilindro recto de área δa y altura h



  Y obtenemos que el campo en la superficie de un conductor es:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}}$$

Resumiendo, algunas propiedades importantes de los conductores son:

- $\vec{E}_{int} = 0$
- $\vec{E}$ no tiene componente tangencial.
- $\vec{E}$ es siempre normal a la superficie.
- En el borde existe una densidad de carga σ
- $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$
- ϕ es constante dentro del conductor, pues no hay campo.

- **Capacitores**:

Un capacitor es un dispositivo el cual tiene la capacidad de almacenar carga. Puede estar compuesto por uno o dos conductores de forma arbitraria.

Luego si sometemos un capacitor a una diferencia de potencial tenemos que nuestras principales ecuaciones son:

$$\boxed{Q = CV}$$

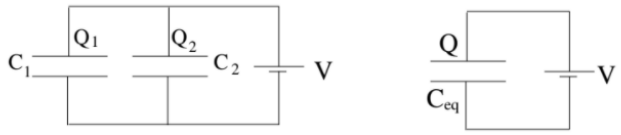
Donde Q es la carga almacenada, V el voltaje y C la capacitancia del capacitor en Farads [F].

Y la energía almacenada es:

$$\boxed{U = \frac{1}{2}CV^2}$$

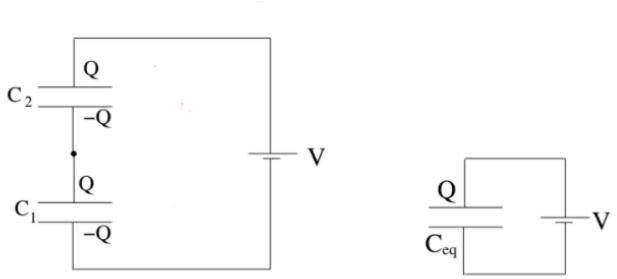
Por otro lado podemos realizar conexiones entre capacitores. Donde la capacitancia se comporta de manera ïnversa.[a] la resistencia.

Por lo tanto si tenemos capacitores en paralelo:



$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Para una conexión en serie:



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Por último, para capacitores de 2 cuerpos es importante conocer ciertos valores de capacitancia:

- C Placas paralelas: $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$
- C Cilíndrico: $C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$
- C Esférico: $C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})}$

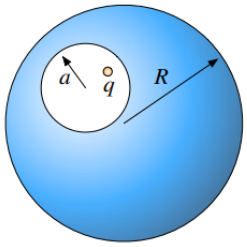
Cosas importantes:

1. En un conductor $\vec{E}_{int} = 0$
2. Existe una fuerza entere conductores que viene dada por $\vec{F} = -\nabla U$
3. La capacitancia depende exclusivamente de la geometría.
4. Efecto punta: Menor radio de curvatura, mayor campo Eléctrico.

Problemas

Problema 1

Una esfera maciza conductora de radio R tiene un cavidad esférica de radio a dentro de ella ($a < R$). Dentro de la cavidad existe una carga puntual q la cual se ubica en un punto dentro de ella (no necesariamente el centro).

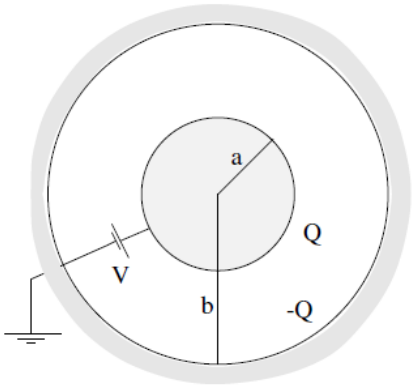


a) Determine la carga total inducida en la superficie de la cavidad esférica de radio a. Indique cualitativamente como es la densidad superficial de carga sobre ella

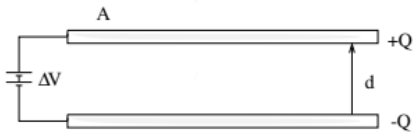
b) Determine la carga total inducida en la superficie exterior de la esfera de radio R. Indique cualitativamente como es la densidad superficial de carga sobre ella.

Problema 2

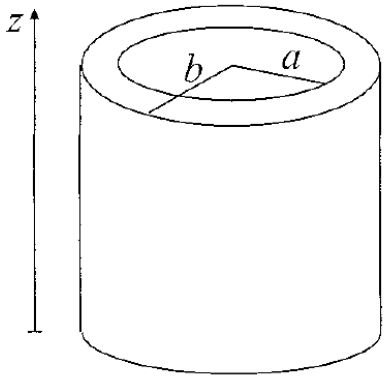
a) Consideremos un condensador cuyas placas son dos Cáscaras esféricas concéntricas de radios a y b respectivamente, con $a < b$. La placa de radio a se mantiene a potencial V en tanto que la placa de radio b se mantiene a potencial 0. Calcule su capacitancia.



b) Supondremos que las placas de este condensador son regiones planas iguales, de área A, los planos donde se encuentran son paralelos y están separadas por una distancia d, como se indica en la figura. Suponemos que d es mucho menor que el diámetro de las placas. Calcule su capacitancia.

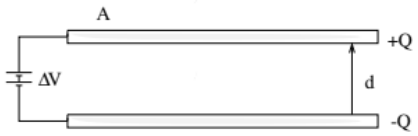


c) Un condensador coaxial está formado por dos cilindros conductores concpentricos de radio a y b, respectivamente y de largo L. Suponiendo que el cilindro interior se encuentra a potencial $V = V_0$ y el exterior a $V = 0$, considerando L muy grande, encuentre la capacidad del condensador.



Problema 3

Para un condensador de placas paralelas cargado con carga Q



a) Calcule la fuerza eléctrica que actúa sobre las placas

b) Considere que la carga Q sobre las placas del condensador se mantiene y que su capacidad es C. Calcule el trabajo que se realiza al llevar las placas a la mitad de la distancia original, manteniendo la carga constante. Puede suponer que las placas poseen una área A muy grande.

Respuestas

1. a) $q_{int} = -q$

   b) $q_{ext} = q$

2. a) $\frac{4\pi\varepsilon_0}{(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})}$

   b) $\varepsilon_0 \frac{A}{d}$

   c) $\frac{4\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$

3. a) $\vec{F} = -\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 A}\hat{z}$

   b) $W = -\frac{Q^2}{4C}$