Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Física
Electricidad y Magnetismo FIS1533-1, 2022-2
Profesor: Marcelo Calderón (marcelo.calderon@uc.cl).
Ayudante: Benjamin Wassermann (bewassermann@uc.cl).

Ayudantía 1

Electrostática: Ley de Coulomb y Distribuciones

Resumen

- **Ley de Coulomb**: Existe una fuerza, parecida a la gravedad, que se produce entre dos partículas con carga. La ley de Coulomb nos dice que la fuerza que ejerce una partícula con carga q_1 (en posición r_1) sobre otra con carga q_2 (en r_2) es:

$$\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathbf{r_2} - \mathbf{r_1}}{|\mathbf{r_2} - \mathbf{r_1}|^3}.$$

  Notamos que la fuerza es proporcional al producto de las cargas. Si hay dos cargas de igual signo, se repelen, mientras que si tienen signo opuesto, se atraen. Además, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las cargas.

  Normalmente en vez de preocuparnos por esta fuerza, nos abstraemos un poco y pensamos en el concepto de *Campo Eléctrico*

- **Campo Eléctrico**: El campo eléctrico E en un punto r, producido por una carga puntual q que se encuentra en un punto r' es:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}.$$

  Luego, si E_1 es el campo producido por q_1, entonces la fuerza que ejerce q_1 sobre q_2 es $F_{12} = q_2 \cdot E_1(r_2)$

- **Superposición**: El principio de superposición dice que si tenemos una carga que produce un campo E_1, y otra que produce un campo E_2, el campo eléctrico total será $E1 + E2$. Con este principio podemos calcular el campo que producen muchas cargas puntuales como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_q q \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}.$$

- **Distribución de Cargas**:

  En la realidad, lo más común es encontrar cuerpos mucho más grandes que el tamaño del electrón, cargados electricamente. Mejor conocidos como *distribuciones continuas de carga.*

  Luego definimos el concepto de densidad de carga para 3 casos posibles:

  1. Lineal:
  $$\lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}$$
  2. Superficial:
  $$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}$$
  3. Volumétrica:
  $$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

  Aplicando el principio de superposición pero en medios continuos, obtenemos una expresión para el campo eléctrico:

  $$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int dq \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}}$$

  Donde dq depende del tipo de distribución. Para distribuciones lineales $dq = \lambda dl$ para superficies $dq = \sigma dS$ y para volúmenes $dq = \rho dV$.

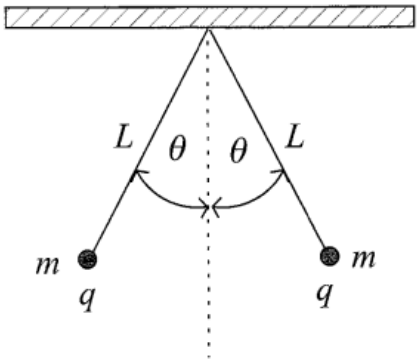
  Cosas importantes:

  1. El principio de superposición aplica para todos los conceptos anteriromente mencionados.
  2. "Donde menos de donde"

Problemas

Problema 1

Dos pequeñas esferas de masa m, cuelgan de un péndulo de largo L. Cuando cada una de las esferas tiene carga q, cada cuerda forma un ángulo θ con la vertical, como indica la figura:



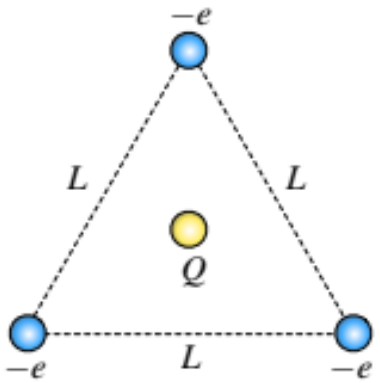
Demuestre que:

$$q = 2L \sin\theta \sqrt{\frac{mg \tan\theta}{k}}$$

Con k una constante cualquiera.

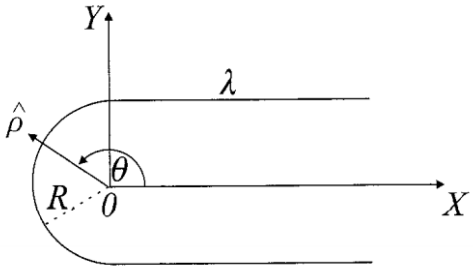
Problema 2

En los vértices de un triángulo equilátero de lado L se han situado tres cargas negativas e. Si en el centro de gravedad del triángulo se sitúa una carga de magnitud Q, determine el valor que debe poseer esa carga para mantener el sistema en equilibrio.



Problema 3

Un alambre infinito con densidad lineal de carga λ se dobla en forma de horquilla. Determine el campo eléctrico en el punto O:



Respuestas

1. QED.
2. $\frac{e}{\sqrt{3}}$.
3. $\vec{E}(O) = 0$.