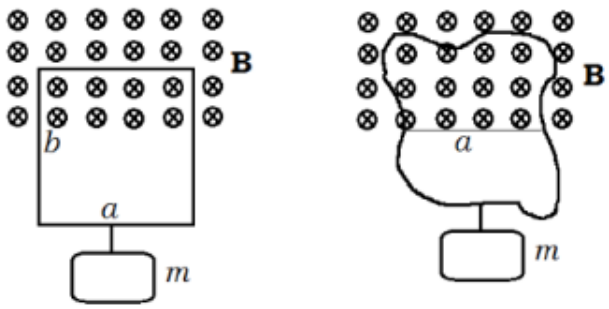
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Física
FIS1533-9 - Electricidad y Magnetismo
Profesora Macarena Domínguez
Ayudante: Samuel Urrutia (samuel.urrutia@uc.cl)

Ayudantía 18

Problema 1

Un loop rectangular de masa despreciable, soportando una masa m, se mantiene verticalmente con la parte superior en un campo magnético uniforme, como muestra la figura. El campo apunta hacia dentro del papel. Suponga que la gravedad actúa uniformemente hacia abajo.



a) Encuentre la corriente I (magnitud y dirección de circulación) para la cual el loop mantiene a la masa m sin que se mueva.

b) Suponga que aumentamos la magnitud de la corriente, sin variar el sentido de circulación anterior. Naturalmente, esperamos que el loop suba, llevando la masa consigo. Es correcto afirmar entonces que se realiza trabajo para que la masa pueda subir. Una expresión de este trabajo (errada) sería $W = \vec{F}_{\text{mag}} \cdot \vec{h}$ cuando m sube una altura h. Sin embargo, sabemos que la fuerza magnética **NO** realiza trabajo. ¿Qué ocurre en este caso? ¿Quién realiza el trabajo?

c) Suponga ahora que al loop rectangular le cambiamos la forma arbitrariamente (segunda parte de la figura). Muestre que la fuerza magnética sobre este loop es la misma que la obtenida en el apartado inicial, sin importar la forma del loop.

SOLUCION:

a) La fuerza magnética que ejerce un campo sobre una corriente que circula sobre un tramo C es

$$\vec{F} = \int_C I d\vec{r} \times \vec{B}$$

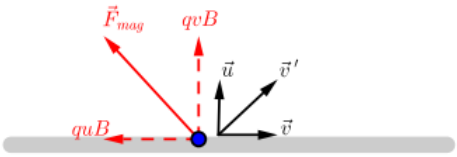
Notemos que no todo el loop está dentro del campo. La fuerza sobre los segmentos verticales se cancelan, así que solo aporta el segmento horizontal superior. Necesitamos que la fuerza sea hacia arriba, para que se oponga al peso del cuerpo de masa m. Para ello, notemos que eso solo se cumple si la corriente circula en sentido horario, en cuyo caso $d\vec{r}$ va en dirección $\hat{x}$ (hacia la derecha), $\vec{B}$ va en dirección $-\hat{z}$ (entra al papel) y por ende $\vec{F}$ va en dirección $\hat{y}$ (hacia arriba). Para este segmento tenemos

$$\vec{F} = IB\left(\int dr\right)\hat{y} = IBa\ \hat{y}$$

Necesitamos que esta fuerza sostenga al peso, por lo que

$$IBa = mg \quad \longrightarrow \quad I = \frac{mg}{Ba}$$

b) Como la fuerza magnética jamás realiza trabajo, alguien o algo debe estar haciéndolo para que efectivamente la energía potencial de la masa aumente. Cuando el loop comienza a moverse, las cargas en los segmentos horizontales ya no se mueven más de forma horizontal, ya que adquieren una componente vertical $\vec{u}$ asociada a la subida del loop, por lo que su velocidad será $\vec{v}'$. La fuerza magnética ya no apuntará directamente hacia arriba, sino que apuntará diagonalmente hacia la izquierda. Si $q = \lambda a$ denota la carga neta en un segmento de largo a, evidentemente la componente horizontal de la fuerza magnética sería $quB = \lambda auB$, que se opone al sentido de la corriente, frenando las cargas:



Lo que sea que mantiene la corriente estacionaria (una batería quizás) debe entonces **EMPUJAR** estas cargas para mantener la corriente estacionaria, para que no sean frenadas por esta nueva fuerza horizontal. Si v denota la componente horizontal de la velocidad de las cargas, entonces el trabajo hecho por el agente externo empujando las partículas es

$$W = F_{\text{horizontal}}\, d = \lambda auBvt = IaBut$$

donde $d = vt$ es la distancia horizontal recorrida por las cargas en un instante t. Notemos que $I = \lambda v$ es la corriente. Finalmente, notemos que $h = ut$ es la distancia vertical que recorren las cargas (mientras sube el loop), por lo que el trabajo queda como sigue:

$$W = IaBh$$

que es la misma expresión que si se calculase usando un argumento físico erróneo, i.e. suponiendo que la fuerza magnética trabaja. ¿Quién hace trabajo? El agente externo, una batería, o lo que sea que mantiene la corriente estacionaria en el tiempo.

c) La fuerza en un caso general viene dada por:

$$\vec{F} = \int_C I d\vec{r} \times \vec{B} = I \left(\int_C d\vec{r} \right) \times \vec{B}$$

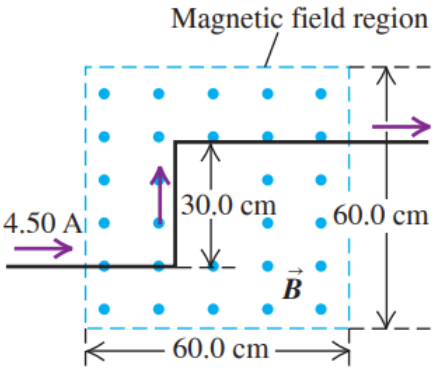
en donde hemos sacado el campo por ser uniforme. Notemos que:

$$\int_C d\vec{r} = \vec{r}_{\text{final}} - \vec{r}_{\text{inicial}} = \vec{a} = a\hat{x}$$

según nuestro sistema. Luego la fuerza es la misma que la del inciso inicial, sin importar la forma de la curva C.

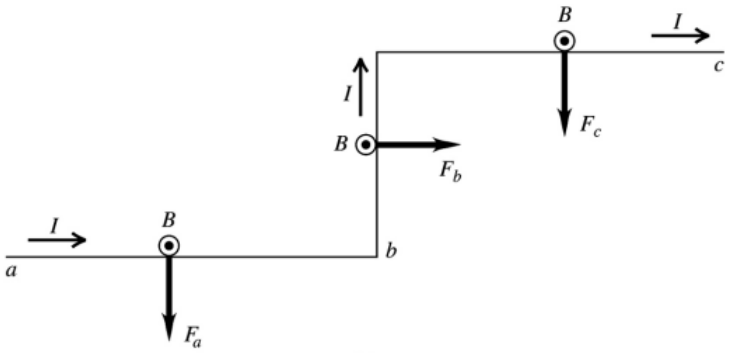
Problema 2

Un alambre largo que transporta 4,5 A de corriente hace dos dobleces de 90°, como se muestra en la figura. La parte doblada del alambre pasa a través de un campo magnético uniforme de 0,24 T dirigido como se muestra en la figura y confinado a una región limitada del espacio. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre el alambre.



SOLUCION:

Nombraremos cada uno de los segmentos como a, b y c. Definiremos x como el largo del segmento a, mientras los segmentos b y c tienen largos 0,3 m y 0,6 m $- x$ respectivamente. La dirección de la fuerza en cada segmento se muestra en la figura a continuación



donde, para cada segmento, $\phi = 90°$. La fuerza que se aplica en cada segmento viene dada por

$$F = I\ell B \sin\phi$$

Y la fuerza total viene dada por la suma de las fuerzas en cada segmento

$$F_a = I\ell B = (4{,}5\text{ A})x(0{,}24\text{ T}), \qquad F_c = (4{,}5\text{ A})(0{,}6\text{ m} - x)(0{,}24\text{ T})$$

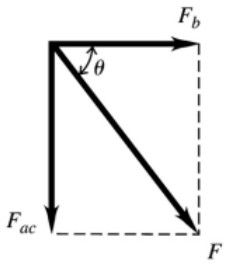
Como $\vec{F}_a$ y $\vec{F}_c$ tienen la misma dirección, su vector posee magnitud

$$F_{ac} = F_a + F_c = (4{,}5\text{ A})(0{,}6\text{ m})(0{,}24\text{ T}) = 0{,}648\text{ N}$$

y su dirección apunta hacia abajo. La magnitud de la fuerza en el segmento b viene dada por

$$F_b = (4{,}5\text{ A})(0{,}3\text{ m} - x)(0{,}24\text{ T}) = 0{,}324\text{ N}$$

con dirección a la derecha. La resultante de ambas fuerzas $\vec{F}_{ac}$ y $\vec{F}_b$ se muestra a continuación



Tenemos que

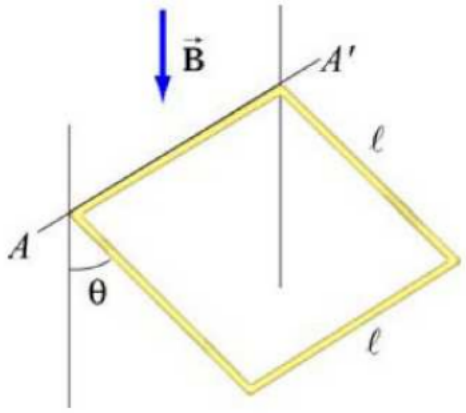
$$F = \sqrt{F_{ac}^2 + F_b^2} = 0{,}724\text{ N}$$

Finalmente la dirección de la fuerza resultante es

$$\tan\theta = \frac{F_{ac}}{F_b} = \frac{0{,}648\text{ N}}{0{,}324\text{ N}}$$
$$\Rightarrow\ \theta = 63{,}4^\circ$$

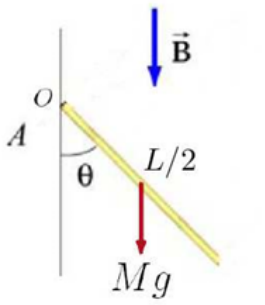
Problema 3

Un circuito cuadrado rígido, de lado L y masa M, está pivoteado en torno a uno de sus ejes en presencia de un campo magnético $\vec{B}$ uniforme, y el campo gravitatorio. El circuito lleva una corriente I que es capaz de mantenerlo en equilibrio en un ángulo θ. Encuentre el sentido y magnitud de dicha corriente:



SOLUCION:

Para el equilibrio, se requiere que el torque neto sobre la espira con respecto a algún punto de aceleración nula sea cero. Se escoge como origen el punto O ubicado en una de las esquinas de la espira. Para el torque que ejerce el peso, usamos que la fuerza de gravedad se puede concentrar en el centro de masa



$$\vec{\tau}_{\rm P} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{L}{2}(\sin\theta\ \hat{x} - \cos\theta\ \hat{y}) \times (-Mg\ \hat{y}) = -\frac{MgL}{2}\sin\theta\ \hat{z}$$

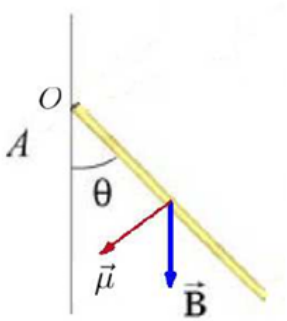
Por otro lado, el torque ejerce la fuerza magnética es

$$\vec{\tau}_{\rm B} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

donde $\vec{\mu}$ es el momento magnético de la espira,

$$\vec{\mu} = IA\hat{n} = IL^2\hat{n}$$

Requerimos en primer lugar que este torque tenga dirección $\hat{z}$. Luego $\hat{n}$ debe tener la direccion de $\vec{\mu}$ en el dibujo



$$\begin{aligned}\vec{\tau}_{\mathrm{B}} &= \vec{\mu} \times \vec{B} \\ &= IL^2[-\sin(\pi/2-\theta)\hat{x} - \cos(\pi/2-\theta)\hat{y}] \times (-B\ \hat{y}) \\ &= IL^2 B\cos\theta\ \hat{z}\end{aligned}$$

El equilibrio exige entonces

$$\vec{\tau}_{\mathrm{P}} + \vec{\tau}_{\mathrm{B}} = 0$$

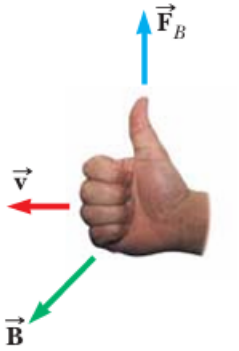
$$\left(-Mg\frac{L}{2}\sin\theta + IL^2 B\cos\theta\right)\hat{z} = 0$$

Luego, la corriente I debe ser

$$I = \frac{Mg\tan\theta}{2LB}$$

La dirección debe ser acorde con la dirección del momento magnético (sentido horario), lo cual se puede determinar usando la regla de la mano derecha.


Dirección de
la corriente
Campo magnético


$\vec{F}_B$
$\vec{v}$
$\vec{B}$


$\vec{\mu}$
$\vec{A}$
I