Electricidad y magnetismo - FIS1533

Interrogación N°2

C. Arenas, E. Arevalo, F. Castillo, M. Domínguez,
D. Goyeneche, P. Urrejola, S. Wallentowitz
21 de noviembre de 2023

Instrucciones generales

- La evaluación tiene una duración de **120 minutos**.
- La evaluación tiene un total de **18 puntos**. Su nota se calculará como: Nota $= 1 +$ Puntaje$/3$.
- La evaluación consiste en **tres ejercicios**. El ejercicio 1 comprende preguntas de selección múltiple. Los ejercicios 2 y 3 son problemas de desarrollo.
- El **ejercicio 1 tiene un total de 6 puntos** (1 punto por cada pregunta de selección múltiple).
- En el caso de las preguntas de selección múltiple debe **seleccionar solo una respuesta para cada pregunta**. Para ello debe **rellenar completamente el círculo** de la respuesta seleccionada en la hoja de respuestas, de lo contrario su respuesta se considerará inválida. El desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se considera en la corrección.
- Debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
- Debe escribir su **nombre, RUN y sección de forma clara y legible en cada hoja** que entregue. Cuando el encargado pase la lista, escriba también su número de lista.
- Al finalizar la interrogación, **entregue el desarrollo de los ejercicios 2 y 3 en hojas separadas**, además de la **hoja de respuestas de las preguntas de selección múltiple**.
- El orden y las explicaciones son requisitos para obtener puntaje en cada problema de desarrollo.
- No puede usar ningún tipo de aparato electrónico. El uso de calculadora, celular, tableta y dispositivos similares será sancionado.
- No puede prestar nada.
- La evaluación es individual y está absolutamente prohibida la colaboración o la copia. Cualquier acto que vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.
- Se aceptan preguntas de enunciado solo dirigidas al profesor(a), durante la primera hora de la evaluación.

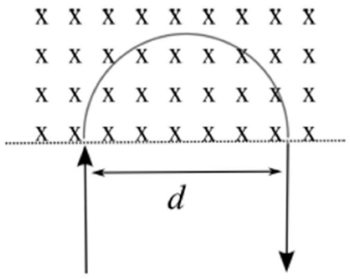
Ejercicio 1

1. Un electrón, un protón, todos con la misma velocidad, entran a una región con campo magnético $\vec{B}$ cuyo sentido es entrando al plano de la figura. Cada uno describe un semicírculo y sale del campo a una distancia d del punto de entrada (en la figura se muestra la trayectoria de uno de ellos solamente). Se hacen las siguientes afirmaciones.

   - (I) La trayectoria que se muestra en la figura debe ser un electrón.
   - (II) La distancia d para el protón es mayor que el d para un electrón.
   - (III) De la trayectoria solamente se puede inferir el signo de la carga de partícula.

   ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?

   (a) (I) es verdadero, (II) y (III) son falsos.
   (b) (I) y (III) son verdaderos, (II) es falso.
   (c) (I) es falso, (II) y (III) son verdaderos.
   (d) (I) y (II) son verdaderos, (III) es falso.
   (e) (I), (II) y (III) son veraderos.
   (f) (I), (II) y (III) son falsos.

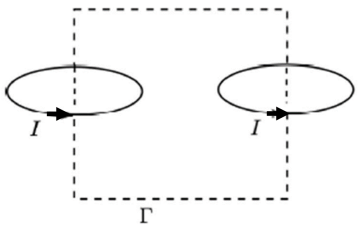


2. Por dos espiras circulares independientes circulan corrientes de la misma magnitud y sentido, como se muestra en figura. Si se calcula la circulación

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

   a lo largo de la trayectoria indicada por la línea punteada (la trayectoria pasa por el centro de las espiras), qué valor se obtiene.

   (a) $\mu_0 I$
   (b) $-2\,\mu_0 I$
   (c) $2\,I$
   (d) $2\,\mu_0 I$
   (e) $-\,\mu_0 I$
   (f) 0

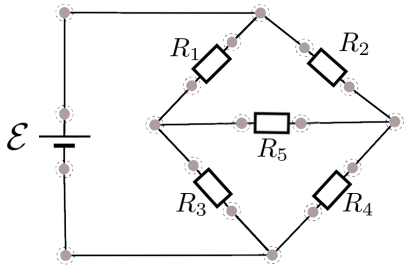


3. Para el circuito resistivo de la figura considere las siguientes afirmaciones: La corriente a través de la resistencia R_5 es nula cuando

   - (I) $R_1 = R_2$ y $R_3 = R_4$ con $R_1 \neq R_3$
   - (II) $R_1 = R_3$ y $R_2 = R_4$ con $R_1 \neq R_2$
   - (III) $R_1 = R_4$ y $R_2 = R_3$ con $R_1 \neq R_2$

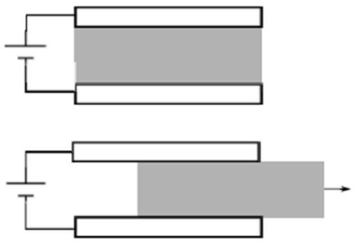
   ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?

   (a) (I) es falso, (II) y (III) son verdaderos.
   (b) (I), (II) y (III) son falsos.
   (c) (I), (II) y (III) son veraderos.
   (d) (I) y (III) son verdaderos, (II) es falso.
   (e) (I) y (II) son verdaderos, (III) es falso.
   (f) (I) es verdadero, (II) y (III) son falsos.



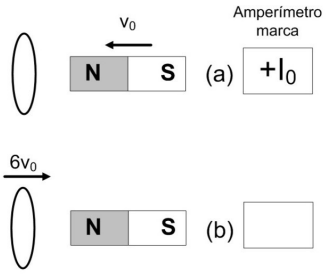
4. Considere una capacitancia de placas paralelas conectada a una batería. El volumen entre las placas esta inicialmente lleno con un material dieléctrico. ¿Qué ocurre con la energía almacenada por la capacitancia si se extrae el material dieléctrico?

   (a) Disminuye y la capacitancia disminuye.
   (b) Aumenta y la capacitancia disminuye.
   (c) Permanece constante y la diferencia de potencial entre las placas permanece constante.
   (d) Aumenta y la capacitancia aumenta.
   (e) Disminuye y la capacitancia aumenta.
   (f) No se puede decidir sin más información



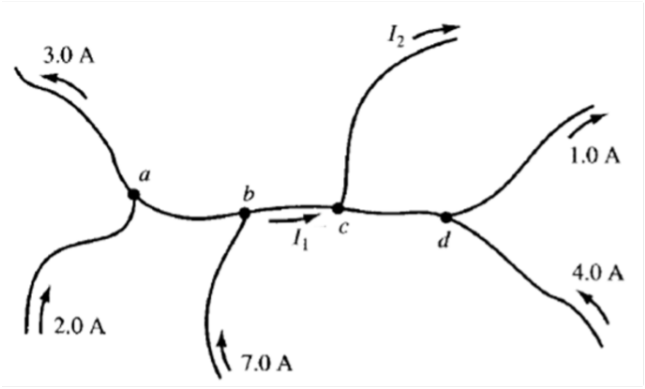
5. La figura muestra dos experimentos de Faraday con un imán y una bobina. En la bobina hay un amperímetro. Tomando como referencia la medición del experimento a), indique cuánto marcaría el amperímetro de la bobina en el experimento b). Nótese que en la figura (a) el imán se acerca a la espira con una rapidez v_0. En la figura (b) la espira se acerca al imán con una rapidez $6\,v_0$. Las mediciones en ambos experimentos se toman para la misma distancia de separación entre el imán y la espira.

(a) $+3\,I_0$
(b) $-3\,I_0$
(c) $+6\,I_0$
(d) $-5\,I_0$
(e) $+5\,I_0$
(f) $-6\,I_0$



6. Para la configuración de conductores de la figura, determine la magnitud de la corriente I_2.

(a) 5 A.
(b) 1 A.
(c) 3 A.
(d) 6 A.
(e) 9 A.
(f) 2 A.



Ejercicio 1

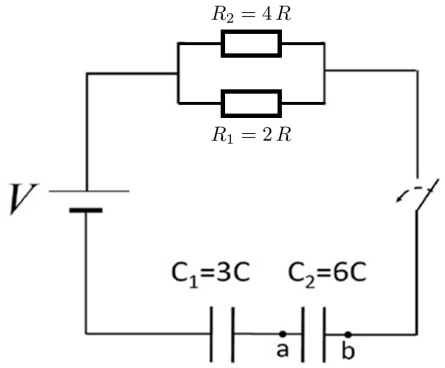
Forma	I	II	III	IV
Pregunta				
1	(d)	(b)	(b)	(f)
2	(f)	(d)	(b)	(a)
3	(e)	(e)	(f)	(b)
4	(a)	(f)	(c)	(b)
5	(c)	(a)	(e)	(f)
6	(e)	(a)	(f)	(c)

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física
FIS1533 — Electricidad y Magnetismo
Segundo Semestre 2023

Interrogación 2

Ejercicio 2

Considere dos resistencias y capacitancias, como se muestra en la figura.

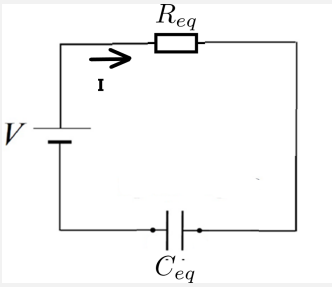


Inicialmente los condensadores se encuentran descargados. El interruptor se cierra en $t = 0$. Considere conocidos los valores V, R y C.

i) Determine la evolución de la carga de la capacitancia C_1 en función del tiempo. (3 puntos).

Solución

Para $t \geq 0$ el circuito se puede reducir a la forma



donde

$$R_{eq} = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(2\,R)\,(4\,R)}{(2\,R) + (4\,R)} = \frac{4}{3}R$$

0.5 pts

y

$$C_{eq} = \frac{C_1\, C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(3\, C)\,(6\, C)}{(3\, C) + (6\, C)} = 2\, C.$$

0.5 pts

Las capacitancias están inicialmente descargadas, por tanto

$$q(0) = 0.$$

0.5 pts

La ecuación del voltajes sobre la malla toma la forma

$$V - R_{eq} I - \frac{q}{C_{eq}} = 0.$$

0.5 pts

La corriente I que circula por el circuito se puede escribir en términos de la carga así:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Reescribiendo la ecuación de voltajes en términos de la carga se obtiene

$$-R_{eq}\, C_{eq} \frac{dq}{dt} = q - V\, C_{eq}.$$

Separando variables se obtiene

$$\frac{dq}{q - V\, C_{eq}} = -\frac{dt}{R_{eq}\, C_{eq}}.$$

Integrando con respecto al tiempo donde los límites de las integrales tienen en cuenta la condición inicial se obtiene

$$\int_0^q \frac{dq}{q - V\, C_{eq}} = -\int_0^t \frac{dt}{R_{eq}\, C_{eq}}.$$

0.5 pts

Entonces la evolución de la carga está dada por la expresión

$$q(t) = V\,C_{eq}\left(1 - e^{-t/(R_{eq}\,C_{eq})}\right).$$

Sustituyendo las expresiones de R_{eq} y C_{eq} se obtiene

$$q(t) = 2\,V\,C\left(1 - e^{-3t/(8\,R\,C)}\right).$$

0.5 pts

ii) Una vez que las capacitancias se han cargado completamente ¿cuál es el valor de la diferencia de potencial entre los puntos a y b en la figura? (3 puntos).

Solución

La carga final Q de los condensadores se obtiene cuando $t = \infty$, es decir

$$Q = \lim_{t\to\infty} q(t) = \lim_{t\to\infty} V\,C_{eq}\left(1 - e^{-t/(R_{eq}\,C_{eq})}\right) = V\,C_{eq} = 2\,V\,C.$$

1.5 pts

Entre los puntos a y b de la figura está la capacitancia $C_2 = 6\,C$. Entonces la diferencia de potencial entre los puntos a y b para $t = \infty$ es

$$V_{ab} = \frac{Q}{C_2} = \frac{V\,C_{eq}}{C_2} = \frac{2\,V\,C}{6\,C} = \frac{V}{3}.$$

1.5 pts

Ejercicio 3

La espira de la figura (a) esta formada por dos segmentos rectos de largo L, uno de largo $2L$ y otro semicircular de radio L. Si la espira conduce una corriente total I en la dirección mostrada.

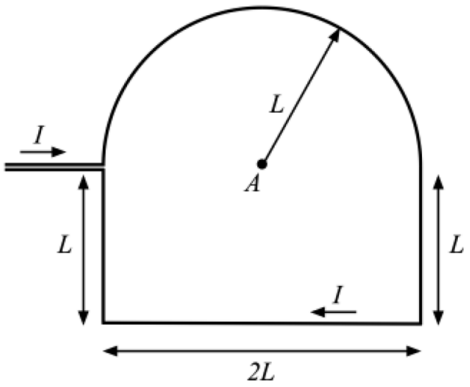


Figura (a)

I) Calcule el campo magnético $\vec{B}$ en el punto A (Centro del semicírculo.) (3 puntos).

Suponga ahora que la espira esta inmersa en un campo magnético constante de magnitud B cuyo sentido es saliendo del plano de la imagen (ver figura (b)). La espira se hace girar con una frecuencia angular, ω, constante alrededor del eje principal, z, mostrado en la figura (b). El sentido de rotación de la espira es mostrado en la figura (c). Despreciar cualquier efecto auto-inductivo.

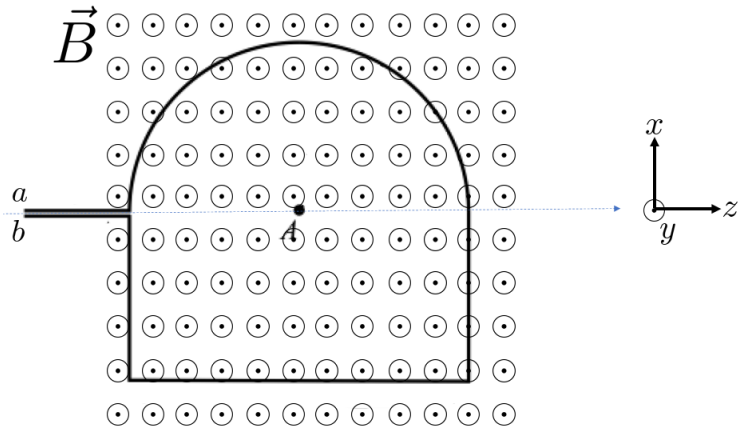


Figura (b)

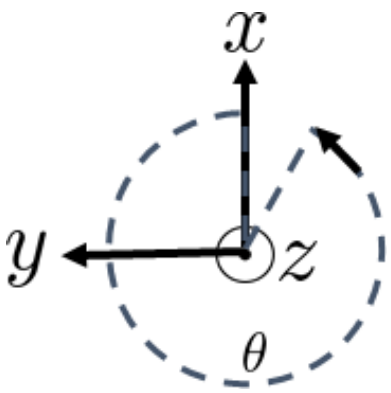
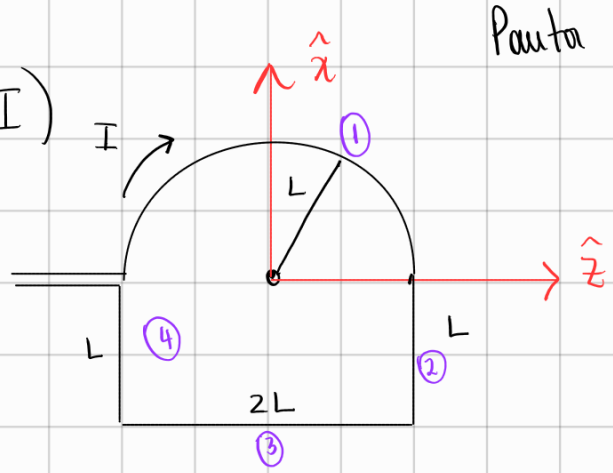


Figura (c)

II) ¿cuál es el valor de la FEM medida entre los extremos a y b? (3 puntos).

Pauta Ejercicio 3 Interrogación 2 FIS1533 2023-2

I)

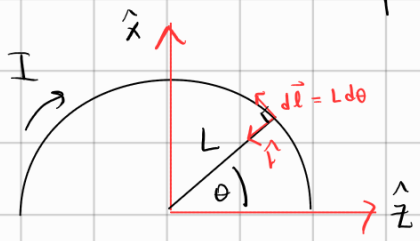


El campo magnético en el origen será:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

Notamos que todos los campos entran a la página en el origen y que $|\vec{B}_4| = |\vec{B}_2| = 2|\vec{B}_3|$, por lo que basta calcular sólo $\vec{B}_2$ por ejemplo

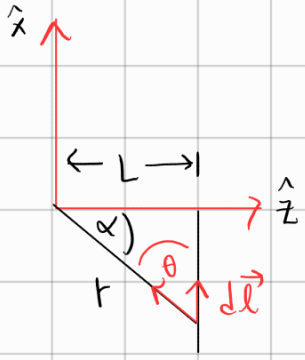
Considerando Biot-Savart para semicírculo:



$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi} \frac{L\,d\theta}{L^2}\,(-\hat{y}) \qquad +0,5$$

$$\boxed{\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi L}\cdot \pi\,\hat{y} = -\frac{\mu_0 I}{4L}\,\hat{y}} \qquad +0,5$$

Ahora consideramos el campo magnético de la región ② en el origen.



$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-L}^{0} \frac{dx\cdot \operatorname{sen}\theta}{r^2}\,(-\hat{y})$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-L}^{0} \frac{dx\cos\alpha}{r^2}\,(-\hat{y}) \qquad +0,5$$

Considerando $\tan\theta = -\frac{x}{L} \rightarrow x = -L\tan\alpha$,

$dx = -L\sec^2\alpha = -\frac{L}{\cos^2\alpha}\,d\alpha$,

y $\cos\alpha = \frac{L}{r} \rightarrow r = L/\cos\theta$.

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{45°}^{0°} -\frac{L\,d\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot\cos\alpha\cdot\frac{\cos^2\alpha}{L^2}\,(-\hat{y}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi L}\int_{45°}^{0°}\cos\alpha\,d\alpha$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi L}\left(\operatorname{sen}(0) - \operatorname{sen}(45°)\right)\hat{y} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi L}$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi L\sqrt{2}}\hat{y} = -\frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{8\pi L}\hat{y}$$ +0,5

Considerando las simetrías del problema y tal como se mencionó anteriormente; $|\vec{B}_4| = |\vec{B}_2| = 2|\vec{B}_3|$, el campo magnético total en el origen será;

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + 4\vec{B}_2,$$ +0,5

$$\vec{B}_T = -\frac{\mu_0 I}{4L}\hat{y} - 4\frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{8\pi L}\hat{y}$$

$$\vec{B}_T = -\frac{\mu_0 I}{2L}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)\hat{y}$$ +0,5

Observación general: Aquí se ha presentado un método de integración para $\vec{B}_2$, note que hay más formas de hacerlo.

II) Para calcular la fem medida entre los extremos a y b cuando se aplica un campo externo de magnitud $|\vec{B}|$ que sale de la hoja, consideremos que la fem inducida en este caso será;

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\cdot A\cos\theta),$$ +0,5

donde θ en este caso varía con el tiempo; $\theta = \omega t$, +0,5 y el área de la espira es constante de magnitud;

$$A = (2L\cdot L) + \frac{1}{2}\pi L^2$$

$$A = 2L^2 + \frac{\pi L^2}{2} = \frac{L^2}{2}(\pi + 4), \quad +0,5$$

laço:

$$\mathcal{E} = -\frac{BL^2}{2}(\pi+4)\frac{d}{dt}(\cos \omega t) \quad +0,5$$

$$\boxed{\mathcal{E} = +\frac{BL^2\omega}{2}(\pi+4)\operatorname{sen}\omega t} \quad +1,0$$