Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Física
Electricidad y Magnetismo FIS1533-1, 2022-2
Profesor: Marcelo Calderón (marcelo.calderon@uc.cl).
Ayudante: Benjamin Wassermann (bewassermann@uc.cl).

Ayudantía 5

Electrostática: Potencial Eléctrico

Resumen

- **Trabajo y Energía**: Para mover una carga q debemos contrarestar la fuerza que existe sobre ella, luego el trabajo necesario para mover la carga es:

$$W_{a\to b} = -\int_c F \cdot dr$$

Usando el teorema trabajo energía $W = \Delta U$ podemos definir energía almacenada por una configuración de cargas como:

$$U = \sum_{i<j} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_j}{|r_i - r_j|}$$

- **Potencial Eléctrico**:

El campo eléctrico producido por una carga Q a una distancia r viene dado por:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

Ahora, usando la identidad vectorial:

$$\boxed{\frac{\hat{r}}{r^2} = -\nabla \frac{1}{r}}$$

Podemos escribir:

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla \phi}$$

Donde ϕ es un campo escalar que llamaremos "Potencial Electrostático"

Para satisfacer la condición de arriba lo habitual es usar un punto de referencia r_0, donde el potencial lo definimos como cero, de modo que:

$$\phi(r) = -\int_{r_0}^{r} E \cdot dl$$

Usualmente $r_0 = \infty$.

Entonces el potencial producido por una carga Q en R, tomando el infinito como punto de referencia es:

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{|r-R|}$$

Por otra parte, si tenemos una carga q sometida a un campo $\vec{E}$ debemos ejercer una fuerza que contrarreste la acción del campo sobre ella. Luego el trabajo necesario es:

$$W_{a\to b} = -\int_c F \cdot dr$$

Pero $\vec{F} = q\vec{E} = -q\nabla\phi$, reemplazando:

$$W_{a\to b} = q\int_c \nabla\phi \cdot dr = q[\phi(b) - \phi(a)]$$

Lo que nos recuerda que $\vec{E}$ es conservativo.

Por lo tanto:

$$\boxed{W = q \cdot \Delta\phi}$$

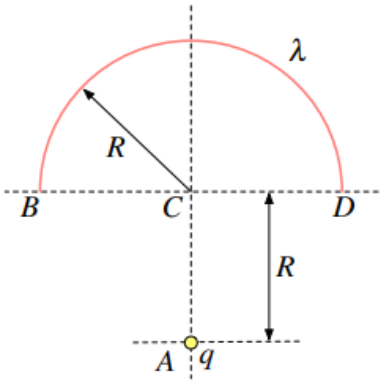
Cosas importantes:

1. ϕ es un escalar.
2. El potencial cumple con el principio de superposición.
3. Podemos interpretar el potencial como el trabajo por unidad de carga.
4. La energía almacenda por una configuración de cargas es equivalente al trabajo que cuesta armar dicha configuración.
5. El secreto mejor guardado: $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$

Problemas

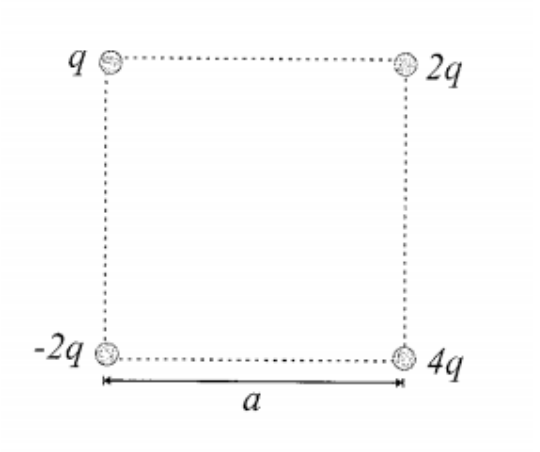
Problema 1

Una densidad de carga lineal λ está repartida de forma homogénea a lo largo de un semicircunferencia BD centrada en C y de radio R. Una carga puntual q está ubicada en punto A como se indica en la Figura. ($\overline{CA} = R$) Calcule el potencial eléctrico en el punto C.



Problema 2

Encuentre el trabajo necesario para poner las 4 cargas de la figura en un cuadrado de lado a:

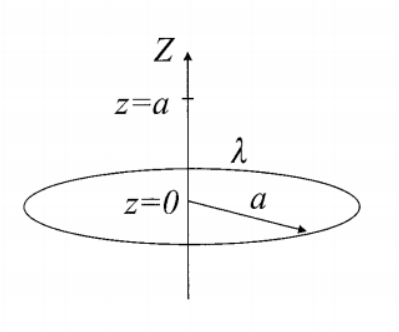


Problema 3

Considere un aro de radio a cargado con una densidad lineal de carga λ

a) ¿Cuál es el trabajo que debe hacerse para traer una carga q desde el infinito hasta un punto sobre el eje del aro, a distancia a del centro de este?

b)¿Cuál es la velocidad mínima que se le debe dar a una partícula de masa m y carga q para que viajando desde $+\infty$, a lo largo del eje, logre traspasar el aro?



Respuestas

1. $V(c) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}$.
2. 0
3. a) $W_{\infty\to a} = \frac{q\lambda}{2\varepsilon_0\sqrt{2}}$.
   b)$v_{min} = \sqrt{\frac{q\lambda}{m\varepsilon_0}}$.