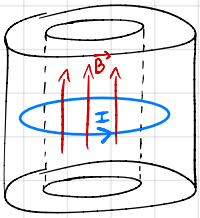
# 1

Viendo la ley de Ampère $\rightsquigarrow \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$ ..... ¿Cuál loop sirve?

Es directo que $\vec{B}_{afuera} = 0$ ya que No hay corriente encerrada

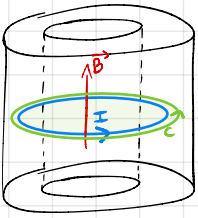
Para $\vec{B}_{adentro}$ :




La densidad de corriente está fijada una altura β y decrece al alejarnos del centro.

Por Regla mano derecha, encontramos dirección de $\vec{B}$

El loop amperiano debe ser tal que $\vec{B}\cdot d\vec{l} \equiv B\,dl$, y luego para sacar B de la integral este debe tener magnitud cte.

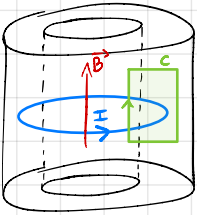



Haciendo Ley de Ampère en C :

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

Pero la dirección de $\vec{B}$ es $\hat{k}$ y la de $d\vec{l}$ es $\hat{\theta}$, y el producto punto de vectores $\perp$ es cero... No sirve. Además no hay $I_{enc}$. (De afuerade la región)

Otra opción :




Por ley de Ampère en c: $\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$

Notar que puedo separar C en la unión de cada lado por separado

$$\sqcup \;\cup\; \sqcup \;\cup\; \equiv \square$$

Así que 


$$\Rightarrow \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{C_1}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_2}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_3}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_4}\vec{B}\cdot d\vec{l}$$

¿Como son las direcciones en cada tramo?

$\rightsquigarrow C_1$: $B \parallel dl \Rightarrow \int_{C_1}\vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{C_1} B\,dl$

$\rightsquigarrow C_2$: $B \perp dl \Rightarrow \int_{C_2}\vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$

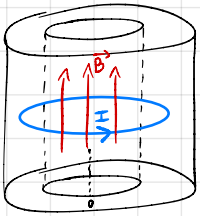
$\rightsquigarrow C_3$: $B \parallel dl \Rightarrow \int_{C_3}\vec{B}\cdot d\vec{l} = -\int_{C_3} B\,dl$

$\rightsquigarrow C_4$: $B \perp dl \Rightarrow \int_{C_4}\vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$ //

Como se tiene una $\vec{J}$ en dos coordenadas... ¡Superposición!

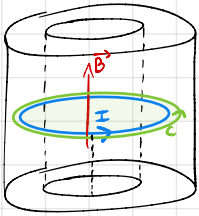
Primero se tiene $\vec{J}_\theta = \frac{\alpha}{r}\hat{\theta}$

Para $\vec{B}$




La densidad de corriente decrece al alejarme del centro. Por regla mano derecha, encontramos dirección de $\vec{B}$

El loop amperiano debe ser tal que $\vec{B}\cdot\vec{dl} \equiv B\,dl$, y luego para sacar B de la integral este debe tener magnitud cte.

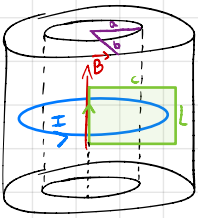



Haciendo Ley de Ampere en C:

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{enc}$$

Pero la dirección de $\vec{B}$ es $\hat{R}$ y la de $dl$ es $\hat{\theta}$, y el producto punto de vectores $\perp$ es cero... No sirve. Además no hay $I_{enc}$. (De atrapado la región)

Otra opción:




Por ley de Ampère en c: $\oint_c \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I_{enc}$

Notar que puedo separar c en la unión de cada lado por separado

$$\sqcup \;\; \sqcap \;\; \cup \;\; \sqcup \;\; _ \;\; \equiv \;\; \square$$

Así que  $\Rightarrow \oint_c \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_{C_1\cup C_2\cup C_3\cup C_4} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_{C_1}\vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_{C_2}\vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_{C_3}\vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_{C_4}\vec{B}\cdot\vec{dl}$

¿Como son las direcciones en cada tramo?

$\rightsquigarrow C_1$: $B \parallel dl \Rightarrow \int_{C_1}\vec{B}\cdot\vec{dl} = \int_{C_1} B\,dl$

$\rightsquigarrow C_2$: $B \perp dl \Rightarrow \int_{C_2}\vec{B}\cdot\vec{dl} = 0$

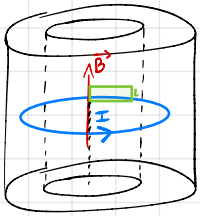
$\rightsquigarrow C_3$: $B \parallel dl \Rightarrow \int_{C_3}\vec{B}\cdot\vec{dl} = -\int_{C_3} B\,dl$

$\rightsquigarrow C_4$: $B \perp dl \Rightarrow \int_{C_4}\vec{B}\cdot\vec{dl} = 0$ //

ASÍ, $\vec{B}_{a<r<b}$ : $L(B_{(0)} - B_{(r)}) = \mu_0 \int_0^L \int_a^r \frac{\alpha}{r}\hat{\theta} \cdot \overbrace{dr\,dz\,\hat{\theta}}^{dA}$

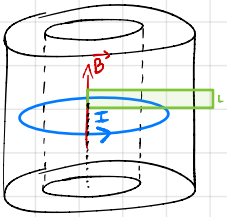
: $L(B_{(0)} - B_{(r)}) = \mu_0 \alpha L \ln\left(\frac{r}{a}\right)$

$\vec{B}_{r<a}$ :




$L(B_{(0)} - B_{(1)}) = 0$

$\vec{B}_{r>b}$



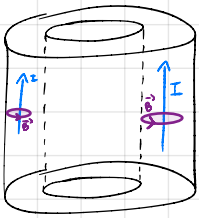

$L(B_{(0)} - B_{(1)}) = \mu_0 \int_0^L \int_a^b \frac{\alpha}{r}\hat{\theta} \cdot dr\,dz\,\hat{\theta}$

: $L(B_{(0)} - B_{(1)}) = \mu_0 \alpha \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

¿Cómo Calculo $B_{(0)}$? ⇝ BIOT-SAVART ⇒ $B_{(0)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{\frac{\alpha}{r}\hat{\theta} + dr\,d\theta\,dz \times -(r\hat{r} + z\hat{z})}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \mu_0 \alpha \ln\left(\frac{b}{a}\right)\hat{z}$

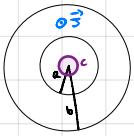
↳ Generalmente dan el valor $B_{(0)}$, no se asusten.

⇒ Si $\vec{J}_\theta$ : $\vec{B}_{r<a} = \mu_0 \alpha \ln\left(\frac{b}{a}\right)\hat{z}$ $\quad \vec{B}_{a<r<b} = \mu_0 \alpha \ln\left(\frac{b}{r}\right)\hat{z}$ $\quad \vec{B}_{r>b} = 0$



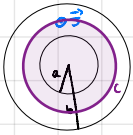

Un loop como el anterior no sirve ya que no se encierra corriente y $B \perp dl$

Mirando de Arriba ⇝

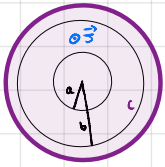



El loop sirve ya que $\vec{B} \parallel d\vec{l}$

Así, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot 0 \Rightarrow \vec{B}_{r<a} = 0$




$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{J} \cdot d\vec{A} \Rightarrow B 2\pi r = \mu_0 \beta \pi (r^2 - a^2) \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \beta (r^2 - a^2)}{2r} \hat{\theta}$$




$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint J \cdot dA \Rightarrow B 2\pi r = \mu_0 \beta \pi (b^2 - a^2) \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \beta (b^2 - a^2)}{2r} \hat{\theta}$$

Así, $B_T$

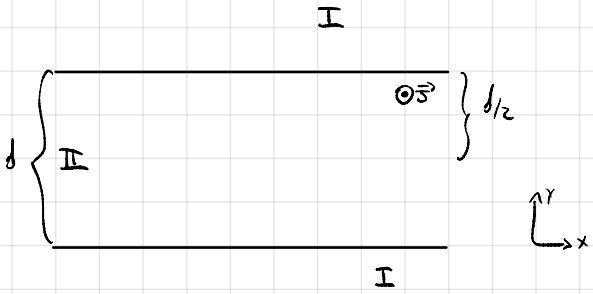
$$\begin{cases} \mu_0 \alpha \beta_1 \left(\frac{b}{a}\right) \hat{z} & r < a \\ \frac{\mu_0 \beta (r^2 - a^2)}{2r} \hat{\theta} + \mu_0 \alpha \beta_1 \left(\frac{b}{r}\right) \hat{z} & a < r < b \\ \frac{\mu_0 \beta (b^2 - a^2)}{2r} \hat{\theta} & r > b \end{cases}$$

//

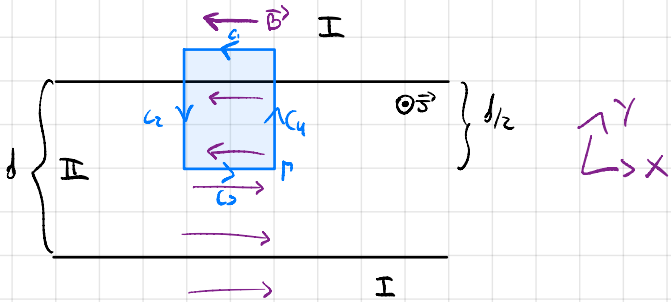
# 2

¡Siempre el campo en el medio de una lámina es cero!

Como $\vec{J}$ va en dirección $\hat{k}$, por Ley mano derecha, el campo es $\vec{B}$




Para $y > d/2$ se usa el siguiente loop




Por ley de Ampere: $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{J}\cdot d\vec{s} \Rightarrow \int_{C_1}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_2}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_3}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_4}\vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{J}\cdot d\vec{A}$

$\Rightarrow \int_{C_1} B(\hat{i})\cdot d\hat{i}(\hat{i}) + \int_{C_2} B(\hat{i})\cdot d\hat{i}(\hat{j}) + \int_{C_3} \; + \int_{C_4} B(\hat{i})\cdot d\hat{i}(\hat{j}) = \mu_0 \iint J\,\hat{k}\cdot dA\,\hat{k}$

0, ya que está en el medio

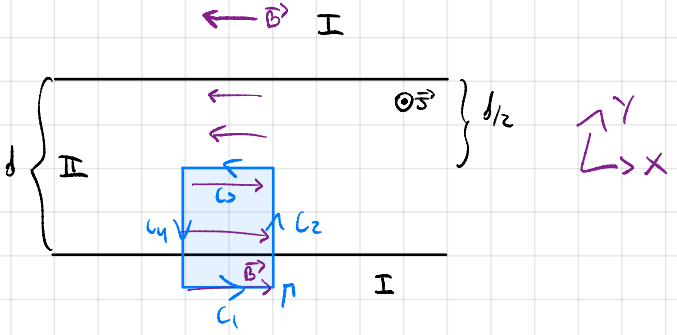
$C_2$ y $C_4$ dan cero ya que $\hat{i} \perp \hat{j}$ $\Rightarrow \int_{C_1} B\,dl = \mu_0 \iint J\,dA$

$\Rightarrow BL = \mu_0 J \iint dA$ (L·L²)

$\Rightarrow BL = \mu_0 J L \frac{d}{2}$

$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 d J}{2}(-\hat{i})$

PARA $d < y/2$




Por ley de Ampere: $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{J}\cdot d\vec{s} \Rightarrow \int_{C_1}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_2}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_3}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{C_4}\vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{J}\cdot d\vec{A}$

$\Rightarrow \int_{C_1} B\hat{\imath}\cdot d\hat{\imath} + \int_{C_2} B\hat{\imath}\cdot d\hat{\jmath} + \int_{C_3}$ (0, ya que está en el medio) $+ \int_{C_4} B\hat{\imath}\cdot d\hat{\jmath} = \mu_0 \iint J\hat{k}\cdot dA\,\hat{k}$

$C_2$ y $C_4$ son cero ya que $\hat{\imath} \perp \hat{\jmath}$ $\Rightarrow \int_{C_1} B\,dl = \mu_0 \iint J\,dA$

$\Rightarrow BL = \mu_0 J \iint dA$ (LTE)

$\Rightarrow BL = \mu_0 J L \frac{d}{2}$

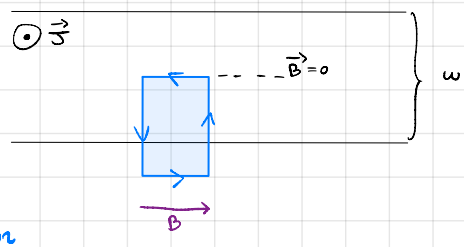
$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 d J}{2}\uparrow$

ASÍ, $\vec{B} = \begin{cases} -\mu_0 \frac{d}{2} J \uparrow & y > d/2 \\ 0 & y = d/2 \\ \mu_0 \frac{d}{2} J \uparrow & y < d/2 \end{cases}$

☆ Pueden calcular para $y \in (0, d/2)$ y solo cambia la corriente encerrada

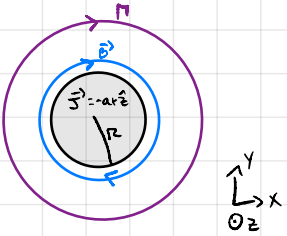
Usamos Superposición

$\vec{B}_{Bloque}$




↳ Igual que el Anterior

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 J L\, w/2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 J w}{2}\uparrow$$




$\Rightarrow$ Por ley de Ampere: $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint \vec{J}\cdot\vec{ds}$

$$\Rightarrow \oint_\Gamma B\uparrow \cdot dl\uparrow = \mu_0 \iiint J(-\hat{z})\cdot ds\,(-\hat{z})$$

$$\Rightarrow \oint B\,dl = \mu_0 \int_0^{2\pi}\int_0^{R} a r\, r\,dr\,d\theta$$

$$\Rightarrow B 2\pi r = \mu_0 2\pi \int_0^{R} a r^2\,dr$$

$$\Rightarrow B 2\pi r = \frac{\mu_0 2\pi a R^3}{3}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 a R^3}{3r}\uparrow$$

$$\Rightarrow B(r=s) = \frac{\mu_0 a R^3}{3s}\uparrow$$

El Campo total sobre el Cable es

$$B_T = \frac{\mu_0 a R^3}{3s}\uparrow + \frac{\mu_0 J w}{2}\uparrow \Rightarrow B_T = \frac{\mu_0 a R^3}{3r} + \frac{\mu_0 J w}{2}\uparrow$$

$$\Rightarrow F = \int \vec{I}\times\vec{B} \Rightarrow F = \int_0^{L} I\,dz\,\hat{z} \times \left(\frac{\mu_0 a R^3}{3s} + \frac{\mu_0 J w}{2}\right)\uparrow$$

$$\frac{F}{L} = \mu_0 I\left(\frac{a R^3}{3s} + \frac{J w}{2}\right)\uparrow$$