Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Física
Electricidad y magnetismo - FIS1533
Profesor: Marcelo Calderon
Ayudante: Jorge Matamala (jnmatamala@uc.cl)

Ayudantía 13

Vector de desplazamiento y capacitores .

1. Resumen

¿Qué pasa si exponemos un material dieléctrico ante un campo eléctrico $\vec{E}$?

Se genera un vector polarización $\vec{P}$

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E}$$

Donde χ_e es la susceptibilidad eléctrica del material, que a su vez está relacionada con la permitividad eléctrica ϵ

$$\epsilon = \epsilon_0 + \chi_e$$

También, $\vec{P}$ genera cargas de polarización superficiales y volumétricas inducidas, que son calculadas mediante

$$\sigma_p = \vec{P} \cdot n \qquad \rho_p = -\nabla \vec{P}$$

Por otro lado, se define el vector desplazamiento eléctrico, el cual incluye tanto el campo eléctrico en el vacío como los efectos de polarización

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Si se hace un poco de álgebra expresando el vector polarización con las relaciones anteriores, se llega a una forma mucho más compacta y comúnmente utilizada

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Así, es posible definir la ley de Gauss en materiales dieléctricos, donde aquella carga libre del lado derecho de la ecuación corresponde a **toda carga no causada por los efectos de polarización**.

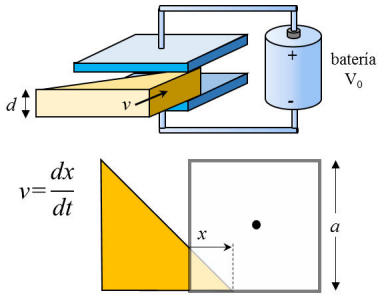
$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{free} \qquad \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{free}$$

Lo anterior permite enfocar el cálculo en el vector desplazamiento eléctrico para cada zona del espacio del problema en particular. Luego, solo se despeja el campo eléctrico teniendo en cuenta la relación con $\vec{D}$

2. Problemas

Problema 1

Un elemento en forma de triángulo rectángulo isósceles, de constante dieléctrica κ,lado a y grosor d cabe a la perfección entre dos placas capacitivas cuadradas de lado a y separación d. Además, los terminales del capacitor se conectan a una batería de voltaje V_0.



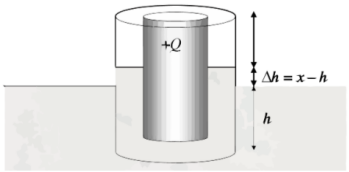
Si inicialmente el dieléctrico se encontraba fuera del capacitor ($x = 0$) y éste había permanecido un tiempo muy largo conectado a la batería. Determine

1. La corriente (en función de x) que circula desde la batería al capacitor cuando el dieléctrico comienza a insertarse entre las placas a una velocidad constante ν de la forma mostrada en la figura plana.
2. ¿Cuál es el trabajo realizado para insertar completamente el dieléctrico entre las placas?

Problema 2

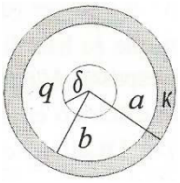
Un condensador cilíndrico de altura l y cuyos conductores tienen radios a y b ($b > a$), está cargado con una carga Q, es decir, una armadura tiene carga $+Q$ y la otra $-Q$. Entre ellas existe vacío y la armadura es un cilindro metálico macizo.

Este dispositivo se sumerge en un líquido dieléctrico de densidad constante ρ y permitividad ϵ, a una profundidad h. Determinar la altura x que sube el nivel del líquido que queda dentro del condensador, en relación al líquido externo (solo basta llegar a la ecuación correspondiente).



Problema 3

Se tiene una corteza dieléctrica esférica de constante dieléctrica κ, radio interior a y radio exterior b. Dentro de esta corteza hay un conductor esférico de radio δ y carga q, tal como se muestra en la figura.



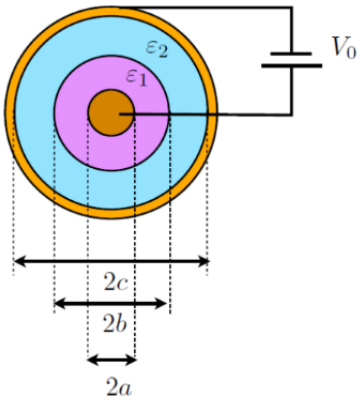
Determine

1. La energía del sistema
2. Las densidades superficiales de polarización en la corteza dieléctrica
3. La densidad volumétrica de polarización

Problema 4

Un cable coaxial de sección transversal circular contiene un dieléctrico compuesto. El conductor interior, de radio a, está rodeado por una capa dieléctrica de permitividad ϵ_1 y radio externo b. A continuación, hay otra capa dieléctrica de permitividad ϵ_2 y radio c. Si una diferencia de potencial V_0 es aplicada entre los conductores, calcule

1. El vector desplazamiento en todo el espacio
2. El campo eléctrico en todo el espacio
3. El vector polarización en todo el espacio
4. Las densidades de carga superficies en cada interfaz.



Problema 5

PROPUESTO

En la figura se muestran dos bloques semi-infinitos de dieléctricos lineales con permitividades ϵ_1 y ϵ_2. La polarización $\vec{P}$ es constante en el dieléctrico 1 y forma un ángulo ψ con la normal al plano que define la interfaz.

1. Encuentre una expresión para los vectores campo eléctrico y desplazamiento en función de la magnitud y el ángulo ψ del vector polarización en el material 1
2. Utilizando las relaciones de borde para el campo eléctrico y el desplazamiento, demuestre que la magnitud de la polarización para $x > 0$ y el ángulo ψ_2 que este vector forma con la normal son, respectivamente,

$$P_{x>0} = P\frac{\epsilon_2 - \epsilon_0}{\epsilon_1 - \epsilon_0}\sqrt{sin^2(\psi) + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}cos^2(\psi)}$$

y

$$\psi_2 = arctan(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}tan(\psi))$$

Nota: Asuma que el vector polarización también es constante en la región 2.

