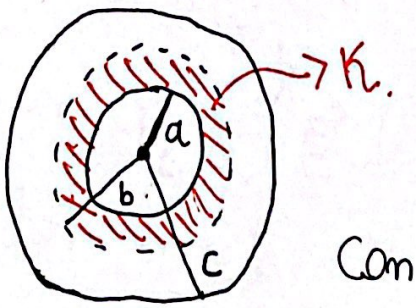
1. Dos cilindros conductores coaxiales de radio a y c:



¿C/L?

Con densidad de carga $\lambda = \frac{Q}{l}$ ⊛

$$\oint D \cdot ds = Q_l$$

$$\vec{D} \cdot 2\pi r l = Q_l$$

$$\vec{D} = \frac{Q_l}{2\pi r l} \overset{⊛}{=} \boxed{\frac{\lambda}{2\pi r} = \vec{D}}$$ para $r \in [a, c]$ ya que el dieléctrico no aporta cargas libres.

$\vec{E}$ sí es distinto dentro o fuera del dieléctrico, pues considera todo tipo de cargas.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad ; \quad \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$, reemplazando $\vec{D}$:

($\varepsilon_r \downarrow K$.)

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi K \varepsilon_0 r} \hat{r} \quad \text{si } a < r < b \rightarrow \text{dieléctrico}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \hat{r} \quad \text{si } b < r < c.$$

($K = 1$)

Scanned with CamScanner

Ahora calculamos el potencial:

$$\Delta V = V_a - V_c = \int_a^b \vec{E} \cdot dr + \int_b^c \vec{E} \cdot dr$$

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \ln\left(\frac{c}{b}\right) \right) \quad ; \text{ Ahora:}$$

$$C = \frac{Q}{V} \Big/ : l \rightarrow \frac{C}{l} = \frac{Q}{\Delta V \cdot l} = \frac{\lambda \not{l}}{\Delta V \cdot \not{l}}$$

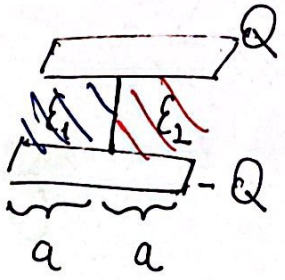
Luego $\frac{C}{l} = \frac{\lambda}{\Delta V}$ por lo tanto:

$$\boxed{\frac{C}{l} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \ln\left(\frac{c}{b}\right)}}$$

Scanned with CamScanner

2. $A = (2a)^2$

Carga Q



¿$\vec{F}$? para mantener la configuración.

Con $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$

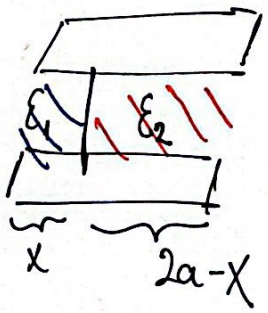
$\vec{F} = -\nabla \cdot U$, entonces:

$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{eq}}$ Consideramos 2 capacitores conectados en paralelo.

$C_1 = \frac{\varepsilon_1 A_1}{d}$; $C_2 = \frac{\varepsilon_2 A_2}{d}$ Con $C_{eq} = C_1 + C_2$.

$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2 \cdot d}{\varepsilon_i A_i}$; luego C_1 tiene menor energía que C_2. pues $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$.

El sistema busca el estado de mínima energía, aumentar la parte azul y sacar la roja.



$$\underbrace{C_{eq}}_{C(x)} = \varepsilon_1 \frac{\overbrace{(x \cdot 2a)}^{A_1}}{d} + \varepsilon_2 \frac{\overbrace{(2a)(2a-x)}^{A_2}}{d}$$

$F_{ext} = -F_{sist} = \nabla \cdot U$

Scanned with CamScanner

Derivamos:

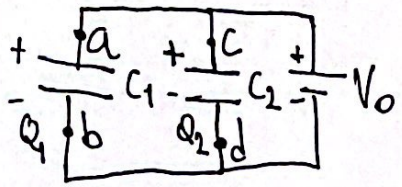
$$\vec{F} = \nabla U = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{x} \quad \text{regla de la cadena.}$$

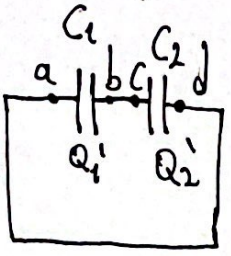
$$\vec{F} = -\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{eq}^2} \cdot \frac{\partial C_{eq}}{\partial x}\hat{x}$$

$$\boxed{\vec{F} = -\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{eq}^2} \cdot \frac{2a(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{d}\hat{x}}$$

Fuerza para mantener la configuración mitad - mitad.

Scanned with CamScanner

3. 



La carga se conserva.

¿Q_1' y Q_2'? en cada placa.

$$Q_i(a) + Q_i(d) = Q_f(a) + Q_f(d)$$

(i) $Q_1 - Q_2 = Q_1' - Q_2'$

(ii) $\Delta V_{ad} = 0 = \underbrace{\frac{Q_1'}{C_1}}_{V_a} + \underbrace{\frac{Q_2'}{C_2}}_{-V_d}$

$V_a - V_d = 0$

$$Q_1' = Q_1 - Q_2 + Q_2'$$

$$Q_1' = Q_1 - Q_2 - \frac{Q_1' C_2}{C_1} \quad \text{(ii)}$$

$$Q_1'\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = \underbrace{Q_1 - Q_2}_{C_1V_0 - C_2V_0}$$

, despejando:

$$Q_1' = \frac{(C_1 - C_2)V_0}{1 + \frac{C_2}{C_1}} \cdot \frac{C_1}{C_1} \Rightarrow \boxed{Q_1' = \frac{C_1(C_1 - C_2)V_0}{C_1 + C_2}}$$

Scanned with CamScanner

En forma análoga:

$$Q_2' = \frac{C_2 (C_1 - C_2) V_0}{C_1 + C_2}$$

Scanned with CamScanner