Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Física
Electricidad y Magnetismo FIS1533-1, 2022-2
Profesor: Marcelo Calderón (marcelo.calderon@uc.cl).
Ayudante: Benjamin Wassermann (bewassermann@uc.cl).

Ayudantía 3

Electrostática: Ley de Gauss

Resumen

- **Ley de Gauss**:

  La forma integral nos dice que para una carga puntual q ubicada en un punto fijo del espacio y una superficie S que la encierra. El flujo del campo eléctrico que atraviesa S viene dado por:

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

  Por otro lado la forma diferencial nos dice que la divergencia del campo en un punto (es decir, cuanto "se separa" el campo en un punto) es proporcional a la densidad de carga en ese punto:

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

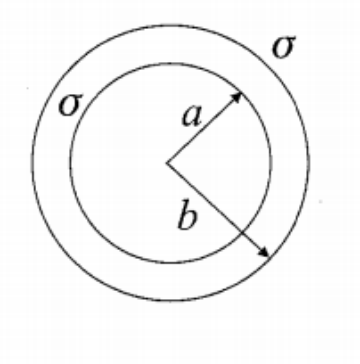
  Cosas importantes:

  1. La Ley de Gauss siempre es verdad, pero no siempre es útil, pues necesitamos **simetría**.
  2. La clave es que haya simetría, pues en estos casos podemos tener un campo elétrico constante sobre la superficie, y así sacarlo de la integral. De otra forma, no podríamos calcularla.
  3. El campo eléctrico no es necesariamente continuo. Las discontinuidades son provocadas generalmente por cargas puntuales o superficies cargadas
  4. Existen 3 tipos de simetrías: plana, cilíndrica y esférica.
  5. La forma diferencial de la Ley de Gauss es útil para calcular densidad de carga con un campo $\vec{E}$ conocido.

Problemas

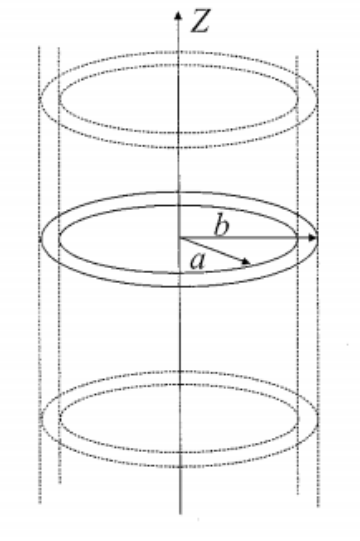
Problema 1

Las superficies interior ($r = a$) y exterior ($r = b$) de un cascarón esférico no conductor tienen la misma densidad de carga σ constante. Encuentre el campo eléctrico en las zonas $r < a$, $a < r < b$ y $r > b$



Problema 2

Una corteza cilíndrica no conductora, gruesa e infinitamente larga. De radio interior a y radio exterior b posee una densidad de carga volumétrica igual a ρ. Determine el campo eléctrico en todo el espacio.



Problema 3

En un día con buen tiempo el campo eléctrico sobre la superficie terrestre queda descrito por la expresión empírica $\vec{E} = -(ae^{-\alpha z} + be^{-\beta z})\hat{k}$ donde a, b, α, β son constantes cualquiera mayores a cero, y z es la altura sobre la superficie.

a) Encuentre la densidad de carga en función de la altura $\rho(z)$

b) Calcule la carga total contenida en una columna verticalde sección transversal A que va desde $z = 0$ hasta $z = +\infty$

Respuestas

1. i)$E(r) = 0$; $r < a$
   ii)$E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(\frac{a}{r})^2$; $a < r < b$
   iii)$E(r) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(\frac{a^2+b^2}{r^2})$; $r > b$
2. i)$E(r) = 0$; $r < a$
   ii)$E(r) = \frac{\rho}{2r\varepsilon_0}(r^2 - a^2)$; $a < r < b$
   iii)$E(r) = \frac{\rho}{2r\varepsilon_0}(b^2 - a^2)$; $r > b$
3. 0
4. a) $\rho(z) = \varepsilon_0(a\alpha e^{-\alpha z} + b\beta e^{-\beta z})$

   b) $Q = A\varepsilon_0(a + b)$