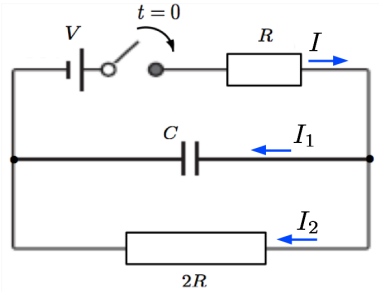
FIS1533/FIZ0221 - I3

Facultad de Física
Pontificia Universidad Católica de Chile
Primer Semestre 2015 - 29 de Mayo

1. Considere el circuito de la figura que cuenta con dos resistencias R y $2R$ y un condensador de capacitancia C inicialmente descargado.



La corriente de la batería inmediatamente después de cerrar el interruptor, I_0, es

a) $I_0 = \dfrac{V}{R}$
b) $I_0 = \dfrac{V}{3R}$
c) $I_0 = \dfrac{3V}{2R}$
d) $I_0 = \dfrac{2V}{3R}$
e) Ninguna de las otras alternativas

Solución

La corriente es

$$\boxed{I_0 = \frac{V}{R}}$$

ya que inicialmente el condensador esta descargado y no hay resistencia en esa rama por lo que la corriente inicialmente para en su totalidad por el condensador.

2. Considere el circuito del Problema 1. La corriente de la batería después de un tiempo muy, muy, largo, I_∞, es

a) $I_\infty = \dfrac{V}{R}$
b) Ninguna de las otras alternativas
c) $I_\infty = \dfrac{3V}{2R}$
d) $I_\infty = \dfrac{3V}{R}$
e) $I_\infty = \dfrac{2V}{3R}$

Solución

Después de un tiempo muy largo el condensador está totalmente cargado y ya no circula corriente por esa rama por lo que la corriente será

$$I_0 = \frac{V}{3R}$$

y la respuesta correcta por lo tanto $\boxed{\text{Ninguna de las otras alternativas}}$

3. Considere el circuito del Problema 1. La corriente en función del tiempo que pasa por el condensador, $I_C(t)$, es

   a) $I_C(t) = \dfrac{V}{2R} e^{-3t/(4RC)}$

   b) $I_C(t) = \dfrac{V}{R} e^{-3t/(4RC)}$

   c) $I_C(t) = \dfrac{V}{R} e^{-3t/(2RC)}$

   d) $I_C(t) = \dfrac{2V}{3R} e^{-2t/(3RC)}$

   e) $I_C(t) = \dfrac{V}{2R} e^{-4t/(3RC)}$

   Solución

   Las ecuaciones del circuito son

   $$-V + RI + \frac{Q}{C} = 0, \qquad -\frac{Q}{C} + 2RI_2 = 0 \qquad I = I_1 + I_2 \qquad I_1 = \frac{dQ}{dt}$$

   de donde se deduce la ecuación

   $$\frac{dQ}{dt} + \frac{3}{2RC} Q = \frac{V}{R}, \quad \text{con } Q(0) = 0.$$

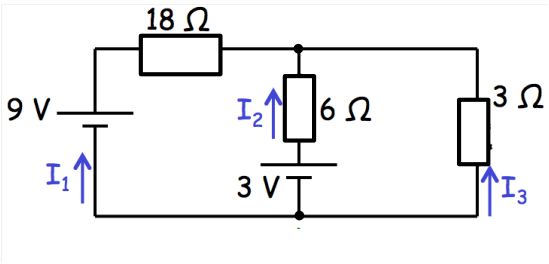
   Llamando

   $$\alpha = 3/(2RC),$$

   su solución es

   $$Q = \frac{V}{R\alpha}(1 - \mathrm{e}^{-\alpha t}) \qquad \text{y la corriente es } \boxed{I_1 = I_C = \frac{V}{R}\mathrm{e}^{-\alpha t}}.$$

4. Considere el circuito de la figura. La corriente I_1 está dada por



a) $I_1 = 0,2\,\mathrm{A}$
b) $I_1 = 0,6\,\mathrm{A}$
c) $I_1 = 0,4\,\mathrm{A}$
d) $I_1 = 0,3\,\mathrm{A}$
e) $I_1 = 0,5\,\mathrm{A}$

Solución

Vea la pregunta siguiente.

5. Considere el circuito del Problema 4. La corriente I_2 está dada por

a) $I_2 = 0,2\,\mathrm{A}$
b) $I_2 = 0,6\,\mathrm{A}$
c) $I_2 = 0,4\,\mathrm{A}$
d) $I_2 = 0,3\,\mathrm{A}$
e) $I_2 = 0,5\,\mathrm{A}$

Solución

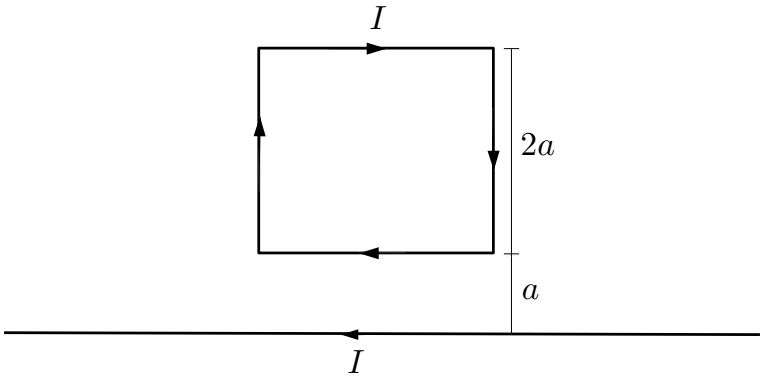
Tomando como mallas independientes la malla exterior y la malla cerrada de la izquierda, las ecuaciones del circuito son

$$-9 + 18I_1 - 6I_2 + 3 = 0,\ -3 + 6I2 - 3I_3 = 0I_1 + I_2 + I_3 = 0,$$

de donde se encuentra

$$\boxed{I_1 = 0,4\,\mathrm{A} \qquad \mathrm{I}_2 = 0,2\,\mathrm{A}}$$

6. Se tiene una espira de corriente cuadrada, de lado $2a$, por la cuál fluye una corriente I. A una distancia a de la espira se encuentra un alambre muy, muy, largo por el que fluye también una corriente I (ver figura). Entonces la magnitud de la fuerza que la espira ejerce sobre el alambre es



a) Ninguna de las otras alternativas

b) $\dfrac{\mu_0 I^2}{3\pi}$

c) $\dfrac{2\mu_0 I^2}{3\pi}$

d) $\dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}$

e) $\dfrac{3\mu_0 I^2}{2\pi}$

Solución

Es más fácil calcular la fuerza que el almbre hace sobre la espira que es igual en módulo. pero de dirección opuesta a la fuerza pedida. La fuerza que el alambre ejerce sobre los lados perpendiculares (derecha e izquierda) se anulan entre sí ya que la distancia es igual y las corrientes que circulan por ellos de sentido opuesto.

La fuerza sobre el lado mas cercano al cable es atractiva y vale

$$F_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}(2a)I$$

y la fuerza que el alambre ejerce sobre el lado paralelo más alejado es de repulsión y vale

$$F_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(3a)}(2a)I$$

de modo que la fuerza neta en módulo es

$$\boxed{F_1 - F_2 = \frac{2\mu_0 I^2}{3\pi}}$$

7. En el alambre de la figura el radio de la semi circunferencia es r, y las dos ramas rectas se extienden hasta el infinito. Por el alambre circula una corriente I. En tal caso el módulo y dirección del campo magnético en el centro C es,

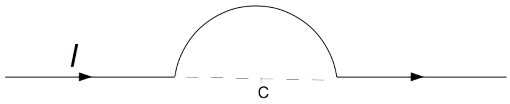
a) $\dfrac{\mu_0 I}{2r}$ entrando en el papel

b) $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}$ entrando en el papel

c) $\dfrac{\mu_0 I}{4r}$ entrando en el papel

d) $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}$ saliendo del papel

e) $\dfrac{\mu_0 I}{4r}$ saliendo del papel



Solución

La porción recta de los almbres no crea campo en el punto C ya que se anulan los productos cruz involucrados en la fórmula de Biot-Savart. El campo sólamente se debe a la semi circunferencia. Eligiendo el origen de coordenadas en C con el eje z saliendo del papel, $\vec{r} = 0, \vec{r'} = r\hat{\rho}, d\vec{\ell} = -rd\theta\hat{\theta}$ y campo es

$$\vec{B}(0) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{Id\vec{\ell}\times(\vec{r}-\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{-rd\theta\hat{\theta}\times(0-r\hat{\rho})}{r^3}$$

que resulta

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4r} \quad \text{entrando en el papel (o sea según } (-\hat{z})\ ).}$$

8. Por la superficie de un cascarón cilíndrico de largo L y radio $\mathbf{R} << \mathbf{L}$ circula una corriente de densidad lineal J_s como se muestra en la figura. El campo magnético en el eje del cilindro es

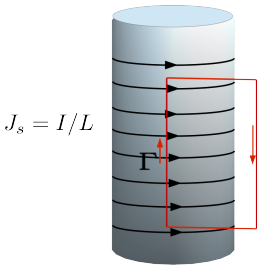
a) $\mu_0 J_s/L$

b) $\mu_0 J_s/2$

c) $\mu_0 J_s L$

d) $\mu_0 J_s$

e) $\pi R^2 \mu_0 J_s/L$



Solución

Como $R << L$ el campo afuera se puede considerar nulo. Aplicamos la ley de Ampère sobre un circuito rectangular, con un lado en adentro, en el eje, donde nos piden calcular el campo y el otro lado afuera donde el campo es cero.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = B(0)H - D(\text{afuera})H = \mu_0 I_{\text{encerrado}} = \mu_0 J_s H$$

y la respuesta correcta es

$$\boxed{B = \mu_0 J_s.}$$

9. Tres alambres rectos están dispuestos en forma paralela como se muestra en la figura. Los alambres están separados una distancia d uno de otro y por los tres circula la misma corriente I. Los alambres están constreñidos a moverse en el plano. El del centro se encuentra en equilibrio estable si las corrientes tienen el siguiente sentido:

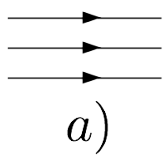
a) Ver la figura.

b) Ver la figura.

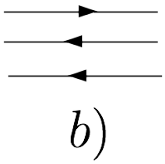
c) Ver la figura.

d) Ver la figura.

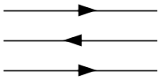
e) Nunca se encuentra en equilibrio.



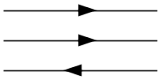
$a)$



$b)$



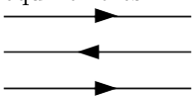
$c)$



$d)$

Solución

Si se permite movimiento en tres dimensiones los cables nunca están en equilibrio. Si se encuentran constreñidos a moverse en el plano, hay una posición de equilibrio para el alambre del medio. Se encuentra en equilibrio si al desplazarse hacia un lado la fuerza neta lo hace volver a su posición. La situación de equilibrio es



puesto que ambos alambres repelen al del medio, si se acerca a un cable este lo repele con más intensidad que el que está mas lejos y lo devuelve a su posición.

10. Considere un conductor plano de espesor despreciable ubicado en el plano (x, y) por el cual circula una densidad de corriente lineal $J_0\hat{x}$ como se muestra en la figura. El campo magnético en la región $z > 0$ es

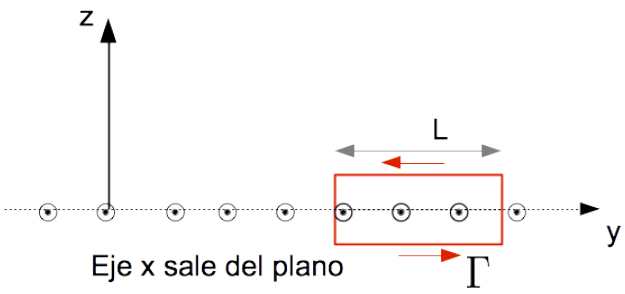
a) $-(\mu_0 J_0\,/2\,)\,\hat{y}$

b) $+(\mu_0 J_0\,/2\,)\,\hat{y}$

c) $-\mu_0 J_0\,\hat{x}$

d) $+\mu_0 J_0\,\hat{x}$

e) $-2\mu_0 J_0\,\hat{y}$



Solución

Elegimos aplicar el teorema de Ampere a la curva de la figura. Por simetría el campo es igual en módulo en los dos lados paralelos que se encuentran equidistantes del plano. Entonces, como el campo magnético apunta en la misma dirección de las flechas rojas que recorren Γ, nos queda

$$2BL = \mu_0 J_0 L$$

y la alternativa correcta es

$$\boxed{\vec{B} = -(\mu_0 J_0\,/2\,)\,\hat{y}}$$

11. Considere un cilindro sólido de radio a por el cual circula una densidad de corriente con simetría cilíndrica $j(r) = (1 - r^2/a^2)j_0$ paralela al eje. El módulo campo magnético en $r > a$ es

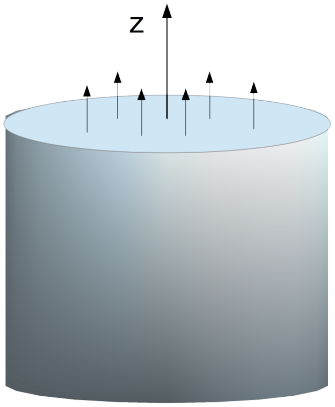
a) $\dfrac{\mu_0 a^2 j_0}{2r}$

b) $\dfrac{\mu_0 a^2 j_0}{4r}$

c) 0 T

d) $\dfrac{\mu_0 a^2 j_0}{2}$

e) $\dfrac{\mu_0 r^2 j_0}{4a}$



Solución

Por simetría el campo es de la forma $\vec{B}(\vec{r}) = B(r)\hat{\theta}$. Usando la ley de Ampere para un circuito en forma de aro de radio r en el exterior encontramos

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B(r) = \mu_0 I = \mu_0 \int \vec{j}(r) \cdot \vec{dS} == \mu_0 \int_0^a \int_0^{2\pi} \left((1 - \frac{r^2}{a^2}\right) j_0 r dr d\theta = \mu_0 \pi j_0 \frac{a^2}{2}$$

por lo que el campo es

$$\boxed{B(r > a) = \frac{\mu_0 a^2 j_0}{4r}}$$

12. En la misma situación del problema 11, el campo magnético en $r < a$ es

a) $\dfrac{\mu_0 j_0 r}{2}\left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)$

b) $\dfrac{\mu_0 j_0 r}{2}$

c) $\dfrac{\mu_0 j_0 r}{2}\left(1 + \dfrac{r^2}{a^2}\right)$

d) $\dfrac{\mu_0 j_0 r}{2}\left(1 + \dfrac{r^2}{2a^2}\right)$

e) $\dfrac{\mu_0 j_0 r}{2}\left(1 - \dfrac{r^2}{2a^2}\right)$

Solución

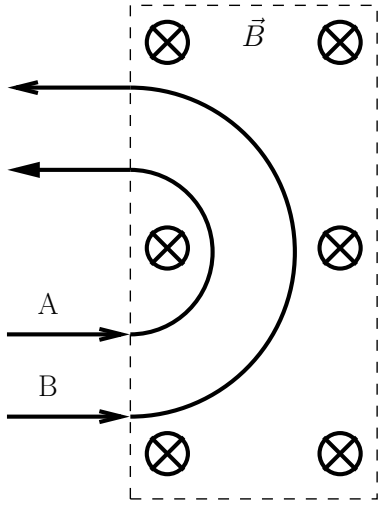
Se repite el procedimiento del problema 11 esta vez tomando el circuito en interior,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B(r) = \mu_0 I = \mu_0 \int \vec{j}(r) \cdot \vec{dS} == \mu_0 \int_0^r \int_0^{2\pi} \left((1 - \frac{r'^2}{a^2} \right) j_0 r' dr' d\theta$$

y la alternativa correcta es

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 j_0 r}{2} \left(1 - \frac{r^2}{2a^2} \right)}$$

13. Dos protones entran con rapideces diferentes a una zona con campo magnético uniforme, como muestra la figura.



¿Qué protón es el más veloz?

a) A es más veloz que B.

b) B es más veloz que A.

c) A y B son igualmente veloces.

d) No se puede decidir porque A y B cambian su rapidez en el campo magnético.

e) No se puede decidir porque lo observado no tiene que ver con rapidez.

Solución

B es más veloz que A. y por eso se dobla menos. La rapidez es $v = |q|RB/m$ que dice que a mayor radio mayor velocidad.

14. En el experimento de problema 13, si ambos protones entran a la zona con campo magnético al mismo tiempo, ¿cuál va a salir de esta zona primero?

a) A sale primero.

b) B sale primero.

c) Ni A ni B salen porque hacen vueltas circulares.

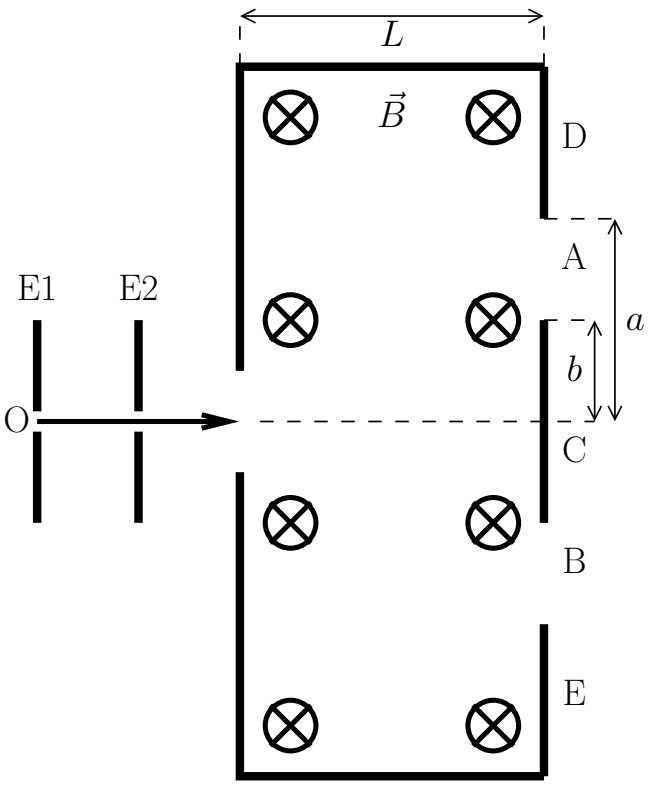
d) A y B salen al mismo tiempo.

e) No se puede decidir.

Solución

A y B salen al mismo tiempo ya que el período $T = 2\pi/\omega$ y la frecuencia de Larmor no depende de la velocidad.

15. Un portador de carga esta siendo acelerado desde el reposo en posición O por dos electrodos E1 y E2 con voltaje (diferencia de potencial) U y después entra a una zona con campo magnético uniforme $\vec{B}$, ver figura. Hay dos aperturas simétricas A y B.



Si el portador de carga es un electrón,¿qué polaridad deben tener los electrodos? y¿por qué apertura puede salir el electrón?

a) E1 negativo, E2 positivo, salida por apertura B.

b) E1 positivo, E2 negativo, salida por apertura B.

c) E1 positivo, E2 negativo, salida por apertura A.

d) E1 negativo, E2 positivo, salida por apertura A.

e) No puede salir.

Solución

Elijamos el sistema de coordenadas de modo que el plano del papel sea el plano (x, y) con el eje z saliendo del papel. La velocidad inicial es $v_0\hat{x}$ y el campo magnético es $-B\hat{z}$ por lo que un carga negativa siente una fuerza dirigida en dirección $-\hat{y}$ y se curva hacia abajo, saliendo por B. Por otro lado los electrodos E! y E2 tienen que acelerarla, como se trata de una carga negativa que se mueve de potencial bajo hacia potencial alto, E2 tiene que ser el electrodo positivo. La respuesta correcta es entonces

E1 negativo, E2 positivo, salida por apertura B.

16. Considerando la configuración del problema 15, si el portador de carga es un protón, ¿en qué rango de voltaje U el protón pasa por una de las aperturas A o B?

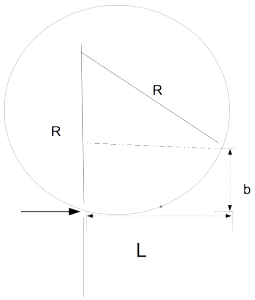
a) $\frac{B^2qb^2}{8m} < U < \frac{B^2qa^2}{8m}$

b) $\frac{B^2q}{2m} \cdot \left(\frac{L^2}{2a}\right)^2 < U < \frac{B^2q}{2m} \cdot \left(\frac{L^2}{2b}\right)^2$

c) $\frac{B^2q}{2m} \cdot \left(\frac{b^2+L^2}{2L}\right)^2 < U < \frac{B^2q}{2m} \cdot \left(\frac{a^2+L^2}{2L}\right)^2$

d) $\frac{B^2q}{2m}\cdot\left(\frac{a^2+L^2}{2a}\right)^2 < U < \frac{B^2q}{2m}\cdot\left(\frac{b^2+L^2}{2b}\right)^2$

e) $\frac{B^2q}{2m}\cdot\left(\frac{ab+L^2}{2a}\right)^2 < U < \frac{B^2q}{2m}\cdot\left(\frac{ab+L^2}{2b}\right)^2$



En la figura dibujamos la trayectoria circular de una carga que sale por la parte inferior de la apertura A. Esta es la trayectoria más veloz que sale por A, Si va más rapido se curva menos y choca con la pared.

Describe un círculo que satisface

$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

y su velocidad es producto de la aceleración que le da el voltaje U, es decir

$$\frac{mv^2}{2} = qU$$

Eliminamos v de estas dos ecuaciones y tenemos

$$U = \left(\frac{qB^2}{2m}\right)R^2.$$

De la figura se ve que $R^2 = L^2 + (R-b)^2$ lo que implica $R = (L^2+b^2)/(2b)$. Reemplazando este radio en la fórmula anterior se obtiene

$$U = \left(\frac{qB^2}{2m}\right)\left[\frac{L^2+b^2}{2b}\right]^2.$$

Esta es la trayectoria de máxima velocidad y por lo tanto corresponde al voltaje máximo. La que sale por el extremo superior de la apertura A es la que sale a menor velocidad. La alternativa correcta es entonces

$$\boxed{\frac{B^2q}{2m}\cdot\left(\frac{a^2+L^2}{2a}\right)^2 < U < \frac{B^2q}{2m}\cdot\left(\frac{b^2+L^2}{2b}\right)^2}$$

17. Un electrón (carga $q = -e$) pasa un campo magnético uniforme $\vec{B}$ por un recorrido L dentro de una trayectoria de forma de un arco.

¿Cuánto aumenta su energía cinética?

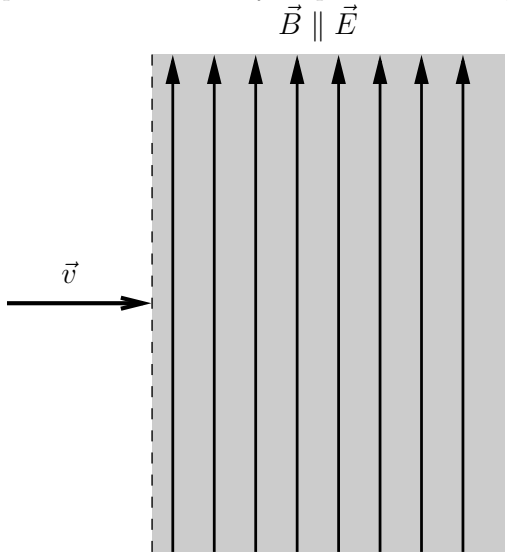
a) 0 J
b) $+eBL$
c) $-eBL$
d) $+eBL/2$
e) $-eBL/\sqrt{2}$

Solución

$$\boxed{0\,\text{J}}$$

ya que el movimiento en un campo magnético no cambia la energía cinética.

18. Un portador de carga q con masa m entra a una zona con campo magnético B y campo eléctrico E paralelos e uniformes y después sale de ella, ver figura. La velocidad inicial es ortogonal a los campos.



¿Cuánto cambia la energía cinética del electrón en este recorrido?

a) 0 J

b) $-\frac{m}{2} \cdot \left(\pi \frac{E}{B}\right)^2$

c) $+\frac{m}{2} \cdot \left(\pi \frac{E}{B}\right)^2$

d) $+2m \cdot \left(\pi \frac{E}{B}\right)^2$

e) $-2m \cdot \left(\pi \frac{E}{B}\right)^2$

Solución

Elijamos el sistema de coordenadas de modo que el plano del papel sea el plano (x, y) con el eje z saliendo del papel. Al entrar a la región con campos la partícula va a girar en el plano (x, z) y acelerar en la dirección $\hat{y}$. La componente vertical de la velocidad será entonces

$$v_y = \frac{qE}{m} t,$$

ya que inicialmente no tiene velocidad según $\hat{y}$. Las componentes$x$ y z de la velocidad no cambian porque el campo magnético no hace trabajo. Sale de la región una vez que ha realizado un semicírculo en el proyección x, z, o sea en $T/2$ en que T es el período del movimiento circular.Como $T = 2\pi/\omega$, $\omega = qB/m$, la velocidad vertical al momento de salir es

$$v_y = \frac{qE}{m} \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi E}{B}.$$

La energí a cinética aumenta $(1/2)mv_y^2$ por lo que la respuesta correcta es (el cambio siempre se define como situación final - situación inicial),

$$\boxed{+\frac{m}{2} \cdot \left(\pi \frac{E}{B}\right)^2}$$