PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física
FIS1523 — Termodinámica
Primer Semestre 2023
Profesores: M. Domínguez, L. Gence, R. López, A. Meza, S. Rojas, A. Varas

Interrogación 1

17 abril 2023

Reglas generales:

1. La interrogación tiene una duración máxima de 2 horas y 15 minutos.
2. Los enunciados de los problemas y las hojas de respuesta vienen separadas.
3. Los enunciados de los problemas de desarrollo vienen junto con estas instrucciones.
4. Cada problema de desarrollo tiene un cuadernillo de respuesta individual.
5. Debe entregar todos los cuadernillos con las respuestas. No es necesario entregar los enunciados.
6. Debe poner su nombre, rut y sección en cada cuadernillo de respuesta.
7. Cuando el encargado pase la lista, escriba su número de lista en cada cuadernillo de respuestas.
8. No separe las hojas de los cuadernillos de respuesta. No se pueden pedir hojas extra.
9. Consultas sólo de enunciado y en voz alta durante la primera media hora de la evaluación.
10. Se puede usar calculadora no programable.
11. No se puede usar celular. Guarde éste en su mochila.
12. No se puede prestar nada.
13. Si usa lápiz mina no podrá pedir recorrección.
14. El orden y las explicaciones son requisitos para obtener el puntaje máximo en cada problema.
15. Cualquier acto que vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.

Problema 1 [6 puntos]

Agua dulce y de mar fluyen en tuberías horizontales paralelas conectadas entre sí mediante un manómetro de tubo en doble U, como se muestra en la figura. Determine la diferencia de presión entre las dos tuberías. ¿Se puede ignorar la altura de la columna de aire en el análisis?

Considere que la densidad del agua de mar es $\rho_{\text{mar}} = 1035\ \text{kg/m}^3$, del agua dulce $\rho_{\text{dulce}} = 1000\ \text{kg/m}^3$, del mercurio $\rho_{\text{Hg}} = 13600\ \text{kg/m}^3$, y del aire $\rho_{\text{aire}} = 1,2\ \text{kg/m}^3$.

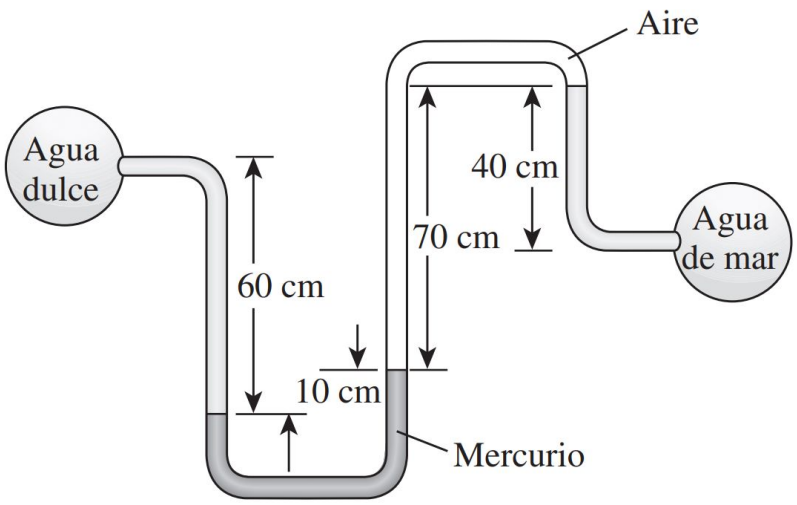


Figura 1: Figura problema 1

Solución:
Sea P_1 la presión del reservorio de agua dulce y P_2 la presión en el reservorio de agua de mar.

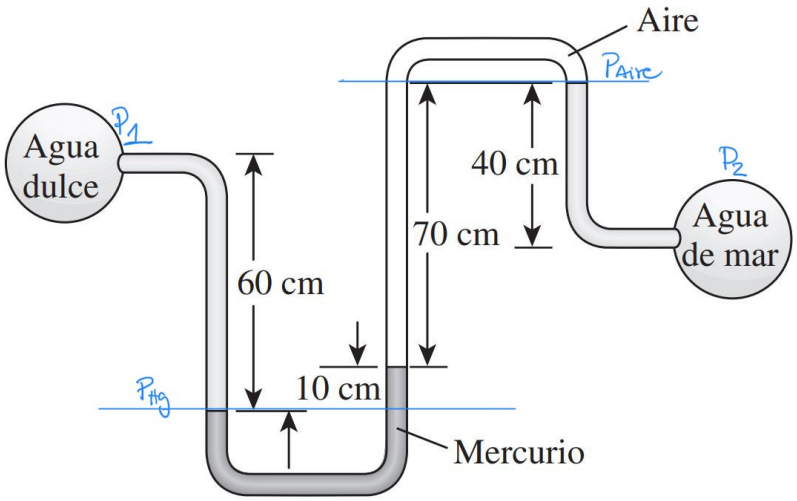


Figura 2: Figura desarrollo problema 1

La presión en la interfaz de agua dulce con mercurio está dada por:

$$P_{Hg} = P_1 + \rho_{\text{dulce}} \cdot g \cdot h_{agua} \quad \text{(1 pto.)}$$

$$p_{Hg} = P_{aire} + \rho_{\text{aire}} \cdot g \cdot h_{aire} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} \quad \text{(1 pto.)}$$

Por otra parte, la presión del reservorio de agua de mar se puede expresar como

$$P_2 \;=\; P_{aire} + \rho_{\text{mar}} \cdot g \cdot h_{mar} \qquad \text{(1 pto.)}$$

De esta forma se tiene

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{Hg} - \rho_{\text{dulce}} \cdot g \cdot h_{agua} \\ P_1 &= P_{aire} + \rho_{\text{aire}} \cdot g \cdot h_{aire} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} - \rho_{\text{dulce}} \cdot g \cdot h_{agua} \\ P_1 &= P_2 - \rho_{\text{mar}} \cdot g \cdot h_{mar} + \rho_{\text{aire}} \cdot g \cdot h_{aire} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} - \rho_{\text{dulce}} \cdot g \cdot h_{agua} \end{aligned}$$

Finalmente

$$P_1 - P_2 \;=\; \rho_{\text{aire}} \cdot g \cdot h_{aire} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_{Hg} - \rho_{\text{mar}} \cdot g \cdot h_{mar} - \rho_{\text{dulce}} \cdot g \cdot h_{agua} \qquad \text{(1 pto.)}$$

Al sustituir con los datos entregados se tiene:

$$P_1 - P_2 \;=\; 3399\,\text{Pa} \qquad \text{(1 pto.)}$$

Como la densidad del aire es considerablemente menor que la de las otras sustancias en el problema, la columna de aire aporta una presión muy baja, por lo que puede ser ignorada, obteniéndose una diferencia de presión de 3.39 kPa (1 pto.).

Problema 2 [6 puntos]

Un anillo de cobre de 20 gramos tiene un diametro de $D = 2{,}54$ cm a 0 °C. Una esfera de aluminio tiene un diametro $d = 2{,}54508$ cm a 100 °C. La esfera es puesta sobre el anillo, como muestra la figura, y se permite que alcancen el equilibrio térmico, sin perdidas de calor con el ambiente. A la temperatura de equilibrio la esfera justo desliza a través del anillo.

a) (3 puntos) Determine la temperatura de equilibrio.

b) (3 puntos) Determine la masa de la esfera.

Considere $\alpha_{\text{Cu}} = 17 \cdot 10^{-6}$ 1/°C, $\alpha_{\text{Al}} = 23 \cdot 10^{-6}$ 1/°C, $c_{\text{Cu}} = 386$ J/kg·K y $c_{\text{Al}} = 900$ J/(kg·K).

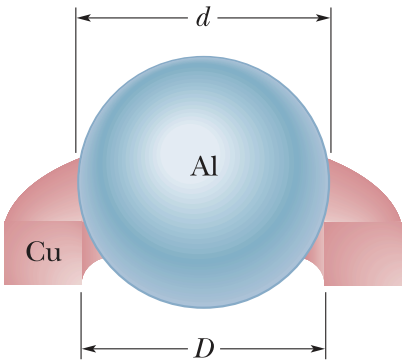


Figura 3: Figura problema 2

Solución:

a) Consideremos que el diámetro inicial del anillo de cobre a 0 °C es $D_{i\text{Cu}}$, entonces una vez alcanzado el equilibrio térmico se tiene,

$$D_{f\text{Cu}} = D_{i\text{Cu}}(1 + \alpha_{\text{Cu}} T_f)\,. \qquad 0,5\text{pts.}$$

De manera similar para la esfera se tiene,

$$D_{f\text{Al}} = D_{i\text{Al}}\left[1 + \alpha_{\text{Al}}(T_f - T_i)\right]\,. \qquad 0,5\text{pts.}$$

En el equilibrio:

$$D_{i\text{Cu}}(1 + \alpha_{\text{Cu}} T_f) = D_{i\text{Al}}\left[1 + \alpha_{\text{Al}}(T_f - T_i)\right]\,, \qquad 0,5\text{pts.}$$

despejando T_f,

$$T_f = \frac{D_{i\text{Cu}} - D_{i\text{Al}} + D_{i\text{Al}}\alpha_{\text{Al}} T_i}{D_{i\text{Al}}\alpha_{\text{Al}} - D_{i\text{Cu}}\alpha_{\text{Cu}}}\,. \qquad 0,5\text{pts.}$$

Reemplazando datos:

$$T_f = \frac{2,54\,\text{cm} - 2,54508\,\text{cm} + (2,54508\,\text{cm}) \cdot 23 \cdot 10^{-6}/°\text{C} \cdot 100\,°\text{C}}{(2,54508\,\text{cm}) \cdot 23 \cdot 10^{-6}/°\text{C} - 2,54\,\text{cm} \cdot 17 \cdot 10^{-6}\ 1/°\text{C}} = 50,38°\text{C}\,. \qquad 1,0\text{pt.}$$

b) Para determinar la masa de la esfera, consideremos que

$$Q_{\text{cedido}} = -Q_{\text{absorbido}} \,, \qquad 0,5\text{pts.}$$

es decir:

$$m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (T_f - T_1) = -m_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} T_f \,. \qquad 1,0\text{pt.}$$

Despejando la masa de la esfera,

$$m_{\text{Al}} = -\frac{m_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} T_f}{c_{\text{Al}} (T_f - T_1)} \,. \qquad 0,5\text{pts.}$$

Reemplazando los datos, $m_{\text{Al}} = 8,71 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$. 1,0 pt.

Problema 3 [6 puntos]

Un dispositivo cilindro-émbolo contiene aire, que puede ser modelado como gas ideal con $\gamma = 1{,}4$. El aire es sometido a un ciclo consistente en cuatro procesos en serie:

- (1-2) Expansión a temperatura constante de 600 K, desde 0,5 MPa a 0,4 MPa.
- (2-3) Expansión adiabática hasta 0,3 MPa.
- (3-4) Compresión a presión constante hasta el volumen inicial.
- (4-1) Calentamiento a volumen constante.

Para este ciclo:

a) (2 punto) Dibuje el diagrama P-v del ciclo, indicando los valores de las presiones y volúmenes en cada punto.

b) (3 puntos) Calcule el trabajo realizado sobre el sistema y el calor intercambiado en cada proceso, en kJ/kg.

c) (1 puntos) ¿En qué sentido de ejerce el trabajo total?.

La constante de gas para el aire es $R_{\text{aire}} = 0{,}287$ kJ/(kg K).
Solución:

a) El diagrama Pv tiene la siguiente forma (1 pto.)

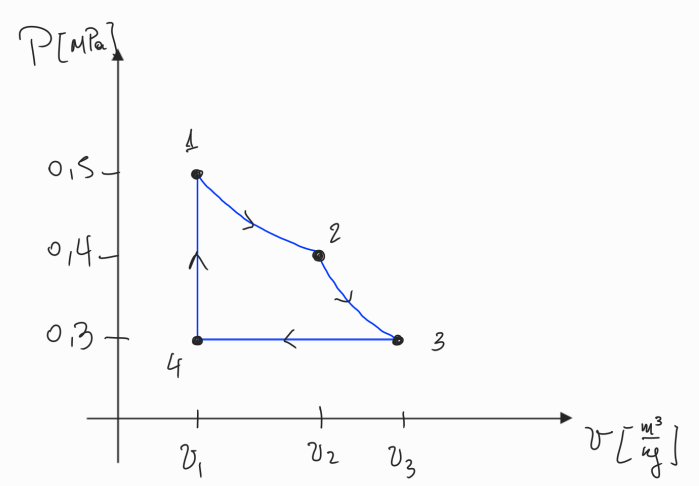


Figura 4: Diagrama Pv del problema 2.

Para calcular los volúmenes utilizamos la ecuación de estado del gas idea, $Pv = R_{\text{aire}}T$, luego $v = R_{\text{aire}}T/P$. Así $v_1 = 0{,}34\,\text{m}^3/\text{kg}$ y $v_2 = 0{,}43\,\text{m}^3/\text{kg}$. Para el proceso adiabático tenemos además $Pv^\gamma = \text{cte}$, luego $P_2 v_2^\gamma = P_3 v_3^\gamma$, así $v_3 = v_2(P_2/P_3)^{1/\gamma}$, luego $v_3 = 0{,}53\,\text{m}^3/\text{kg}$ (1 pto.).

b) En todos los procesos usamos la ecuación de estado para el gas ideal $Pv = RT$. En el proceso $1 \to 2$, tenemos

$$\begin{aligned} w_{12} &= -\int_{v_1}^{v_2} P dv = -R_{\text{aire}} T \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{v} dv \,, \\ w_{12} &= -R_{\text{aire}} T \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \,, \\ w_{12} &= -R_{\text{aire}} T \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \,, \\ w_{12} &= -0{,}287\,\text{kJ/(kg K)} \times 600\,\text{K} \times \ln\left(\frac{0{,}5}{0{,}4}\right) \,. \end{aligned}$$

Luego el trabajo será

$$w_{12} = -38{,}43\,\text{kJ/kg}\,. \qquad \text{(0.375 pts.)}$$

Como el proceso $1 \to 2$ se realiza a temperatura constante, $\Delta u = 0$, así

$$\Delta u = q_{12} + w_{12}\,, \quad \to \quad q_{12} = -w_{12}\,.$$

Luego

$$q_{12} = 38{,}43\,\text{kJ/kg}\,. \qquad \text{(0.375 pts.)}$$

Ahora, el proceso $2 \to 3$ es adiabático con $\gamma = 1{,}4$, luego $Pv^\gamma = C$. Donde $C = P_2 v_2^\gamma = P_3 v_3^\gamma$. El trabajo en este proceso será

$$\begin{aligned} w_{23} &= -\int_{v_2}^{v_3} P dv = -C \int_{v_2}^{v_3} \frac{1}{v^\gamma} dv \,, \\ w_{23} &= -\frac{C}{1-\gamma}\left(v_3^{1-\gamma} - v_2^{1-\gamma}\right) \,, \\ w_{23} &= \frac{1}{\gamma - 1}\left(C v_3^{1-\gamma} - C v_2^{1-\gamma}\right) \,, \\ w_{23} &= \frac{1}{\gamma - 1}\left(P_3 v_3^\gamma v_3^{1-\gamma} - P_2 v_2^\gamma v_2^{1-\gamma}\right) \\ w_{23} &= \frac{1}{\gamma - 1}\left(P_3 v_3 - P_2 v_2\right) \,. \end{aligned}$$

Utilizando los valores de los volumenes encontrados en la parte a), tenemos,

$$w_{23} = \frac{1}{1{,}4 - 1}\left(300\,\text{kPa} \times 0{,}53\,\text{m}^3/\text{kg} - 400\,\text{kPa} \times 0{,}43\,\text{m}^3/\text{kg}\right) \,.$$

Entonces

$$w_{23} = -32{,}5\,\text{kJ/kg}\,. \qquad \text{(0.375 pts.)}$$

Para el proceso $3 \to 4$, como la presión es constante,

$$w_{34} = -P_3 \Delta v = -R_{\text{aire}} \Delta T\,.$$

Para calular las temperaturas, tenemos que en un proceso adiabático se satisface $T v^{\gamma - 1} = \text{cte}$, así

$$T_3 = T_2 \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{\gamma - 1} = 551{,}9\,\text{K}\,,$$

por lo que nos falta T_4. Como se trata de un gas ideal $Pv = R_{\text{aire}}T$, en particular

$$\begin{aligned} P_4 v_4 &= R_{\text{aire}} T_4 \,, \\ P_1 v_1 &= R_{\text{aire}} T_1 \,, \end{aligned}$$

También podíamos usar cualquier otro estado. Luego dividiendo ambas ecuaciones encontramos

$$\begin{aligned} T_4 &= T_1 \frac{P_4}{P_1} \,, \\ T_4 &= 600\,\text{K} \frac{0{,}3}{0{,}5} \,, \\ T_4 &= 360\,\text{K} \,. \end{aligned}$$

Luego

$$w_{34} = -0{,}287\,\text{kJ/(kg K)} \times (360 - 552{,}7)\,\text{K} = 55{,}08\,\text{kJ/kg} \,. \qquad \text{(0.375 pts.)}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} \Delta u &= c_v \Delta T = \frac{R_{\text{aire}}}{\gamma - 1}(T_4 - T_3) \,, \\ \Delta u &= -138{,}3\,\text{kJ/kg} \,. \end{aligned}$$

Entonces,

$$q_{34} = \Delta u - w_{34} = -193{,}6\,\text{kJ/kg} \,. \qquad \text{(0.375 pts.)}$$

Finalmente, en el proceso $4 \to 1$, $\Delta v = 0$ por tanto

$$w_{41} = 0 \,. \qquad \text{(0.375 pts.)}$$

entonces $q_{41} = \Delta u$.

$$\Delta u = c_v \Delta T = \frac{R_{\text{aire}}}{\gamma - 1}(T_1 - T_4) \,.$$

Así

$$q_{41} = 172{,}2\,\text{kJ/kg} \,. \qquad \text{(0.375 pts.)}$$

c) El trabajo neto será la suma de todos los trabajos,

$$w_{\text{neto}} = w_{12} + w_{23} + w_{34} + w_{41} = -15{,}85\,\text{kJ/kg} \,.$$

Como el trabajo neto es negativo, es un trabajo de salida, el trabajo es realizado por el sistema sobre el ambiente. (1 pto.)