Termodinámica

FIS1523-4



Tema #2
Dilatación y Gases Ideales

Preparando el experimento #1

Una bola de plumavit y otra de metal van a estar circulando por la sala de clases. Sin usar ningún aparato, traten de determinar cuál pesa más. Más adelante haremos una votación.



¡Sean lo más objetivos posible!

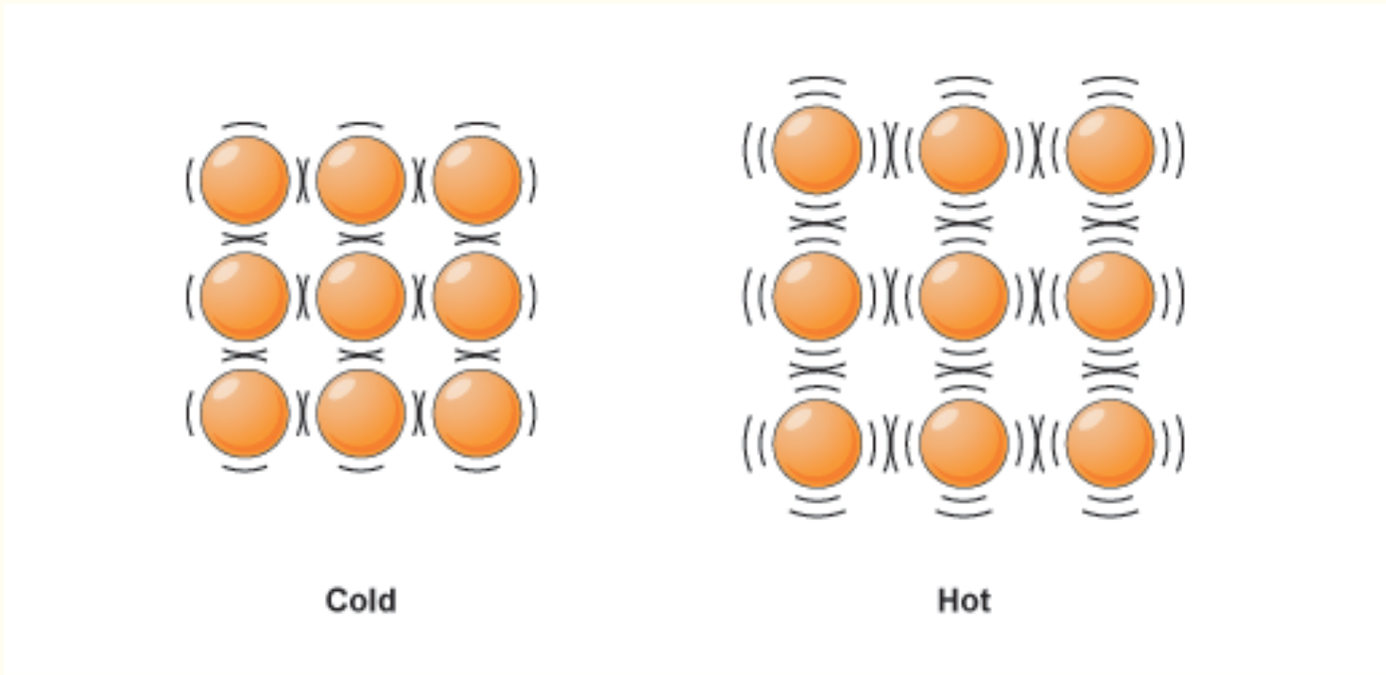
Expansión Térmica (o Dilatación)

este material no está en ninguno de nuestros libros

Expansión Térmica

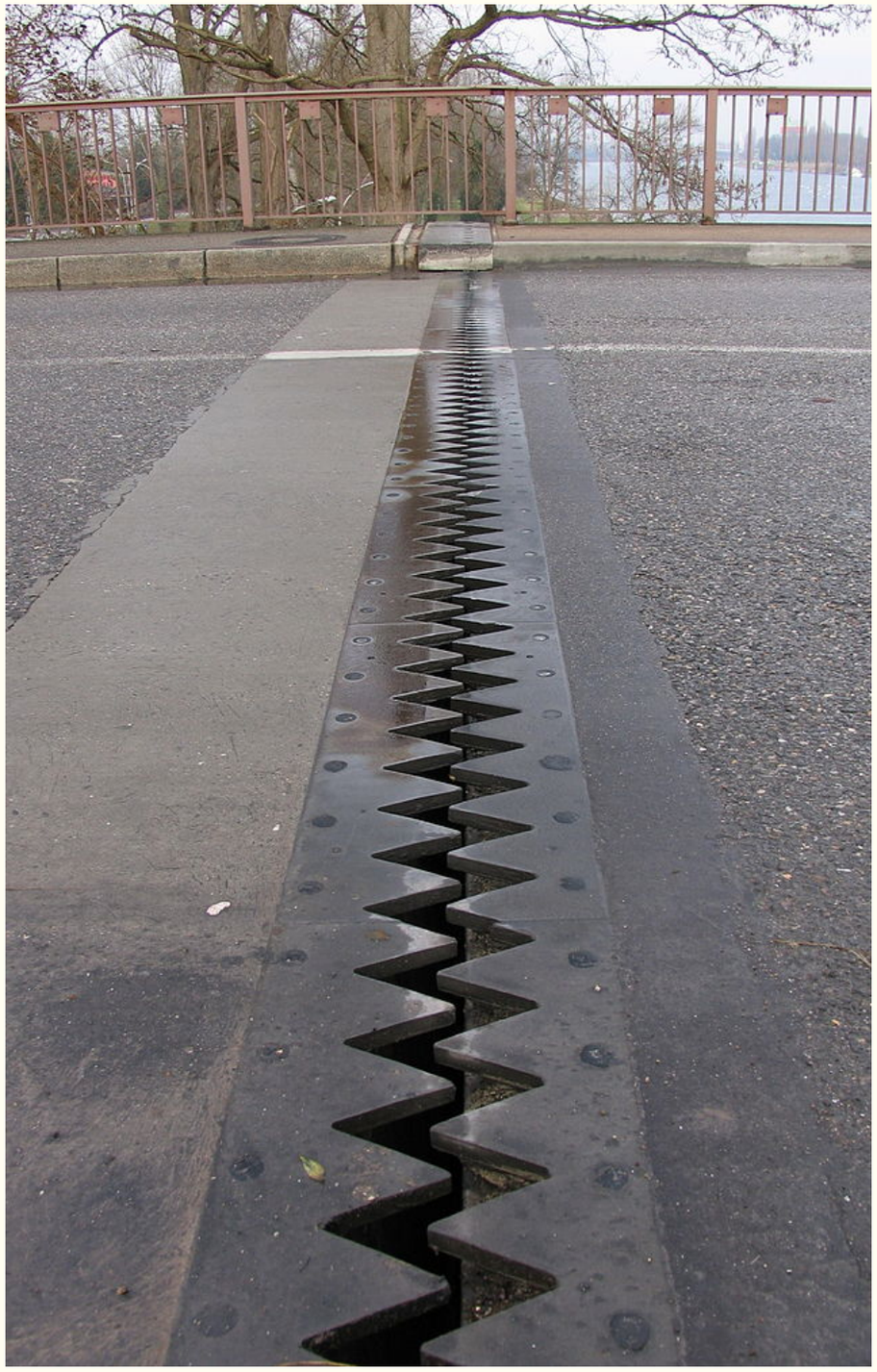
Casi todos los materiales aumentan sus dimensiones cuando se incrementa la temperatura

¿Por qué?

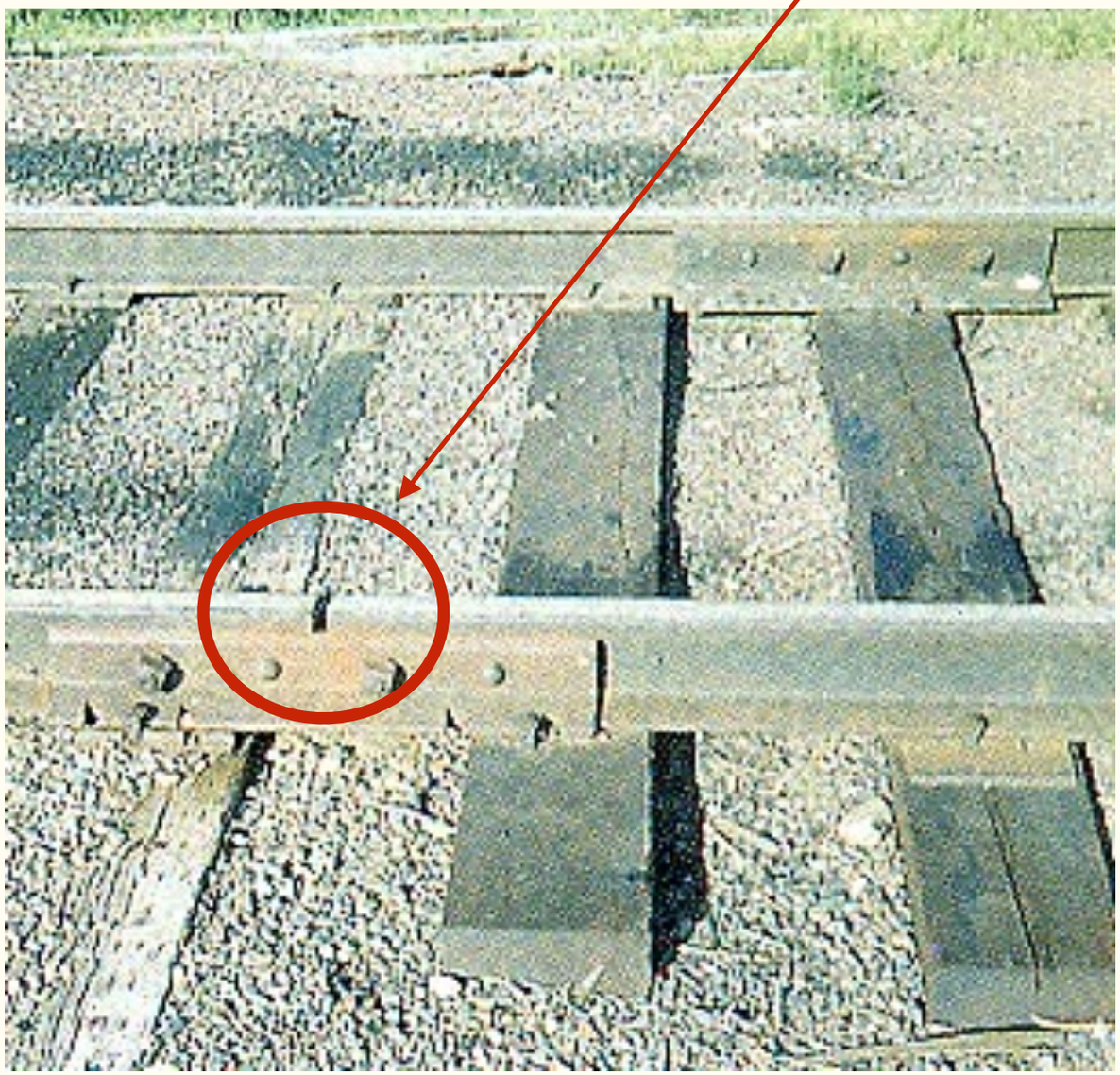


Conforme la temperatura sube, las moléculas vibran más intensamente y su separación promedio se incrementa.

¿Se habían preguntado para qué eran estas cosas en los puentes?



¿O qué pasa si no se hace esto en las vías del tren?





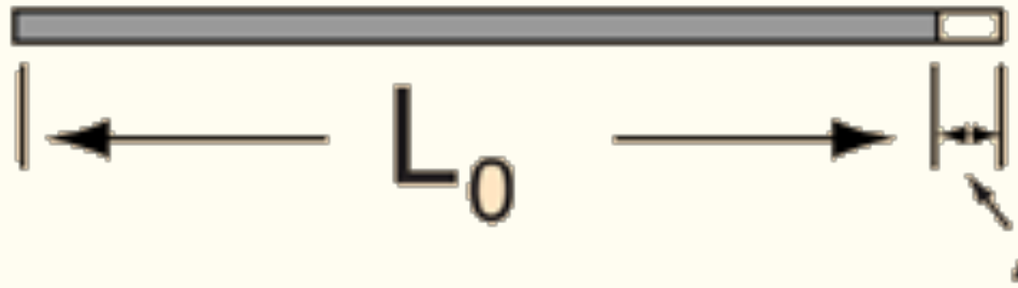
Esto se produjo un día muy caluroso

Cuando el tren pasa por estas separaciones se oye el típico ruido que hacen los trenes

Expansión Térmica Lineal

La expansión lineal es realmente simple de modelar matemáticamente.

En una dimensión tenemos que:



$$\Delta L = L(T) - L(T_0) = \alpha L_0 \Delta T$$

- ΔL: longitud adicional
- $L(T)$: longitud nueva
- $L(T_0)$: longitud inicial ($=L_0$)
- α: coeficiente de expansión lineal (depende del material, y es un número muy chiquito)

Ejercicio

Un riel de tren mide 1km, en un lugar donde cambia la temperatura de 50 C entre día y noche. El acero tiene $\alpha = 12 \times 10^{-6}\ K^{-1}$

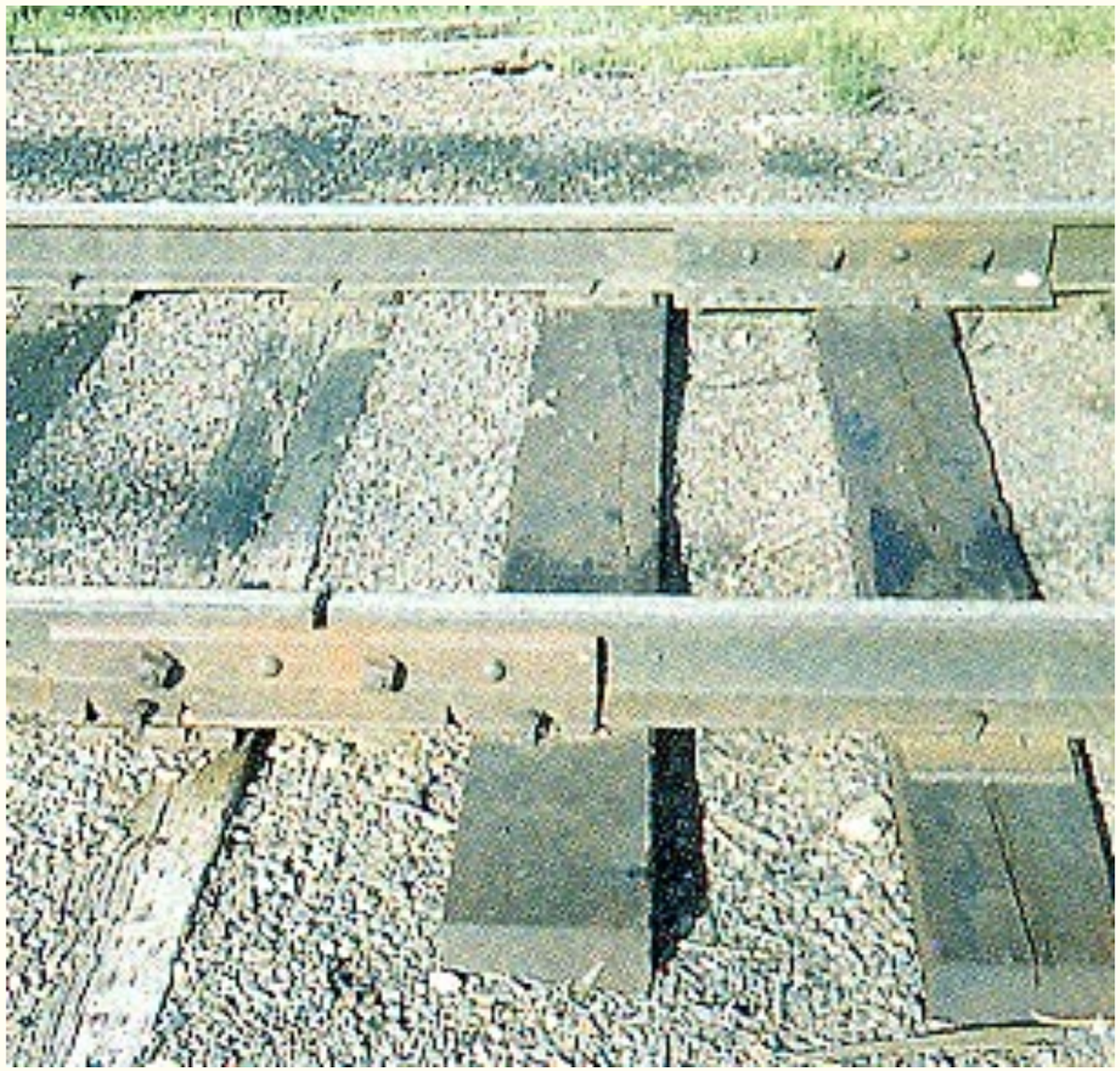
Respuesta: $\Delta L \sim 60cm$

Si cada separación mide 5cm, ¿qué tan seguido necesito poner separaciones?

Resultado: Aprox. cada 80m

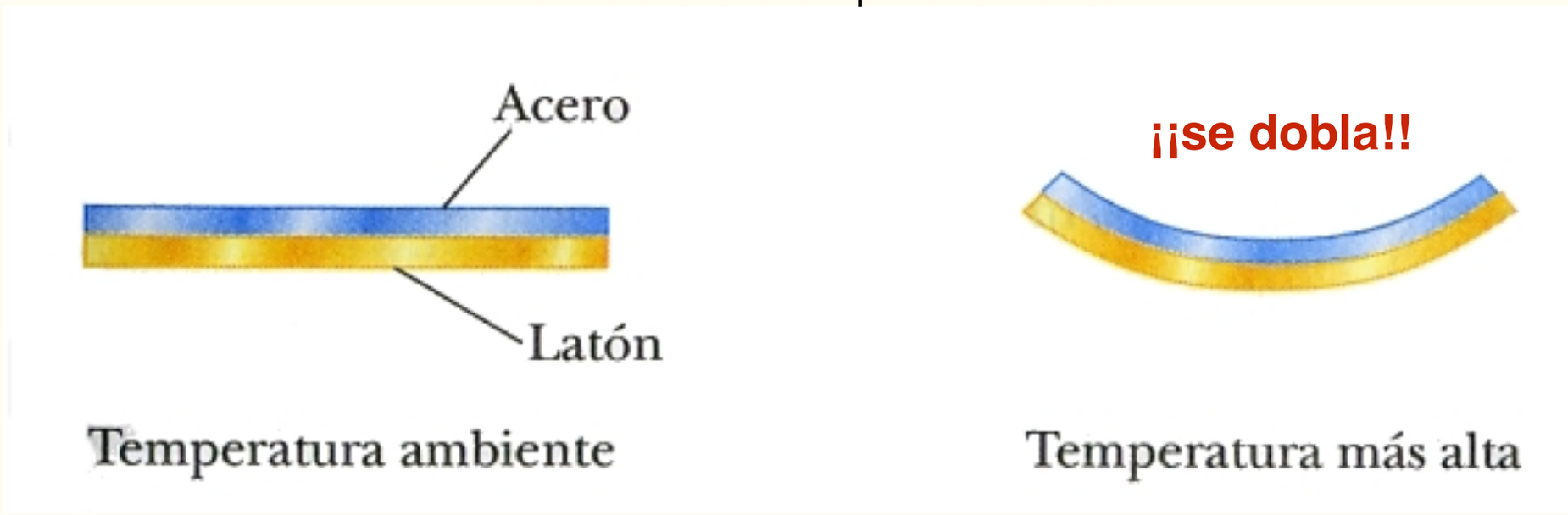
¡super papas!



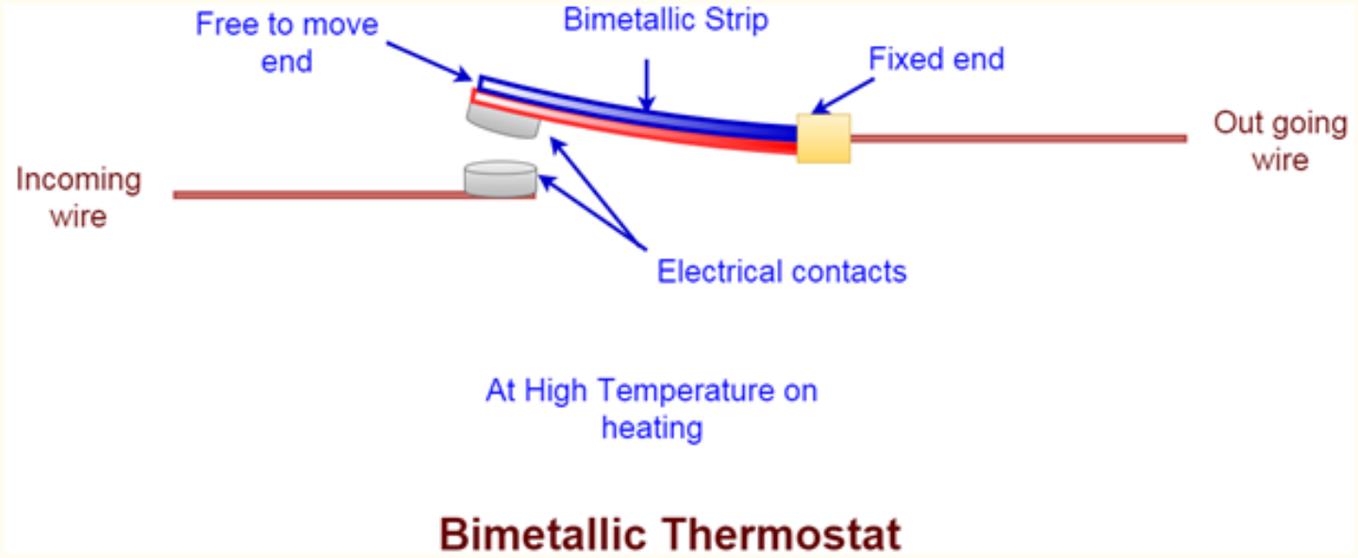


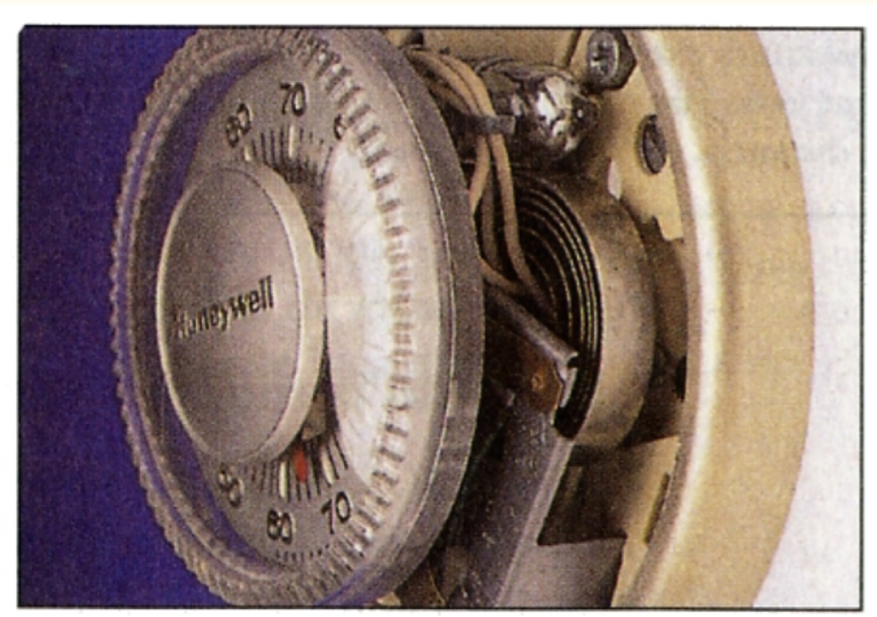
Aplicación: Bimetales

Dos metales con diferentes α's que están pegados. ¿Qué pasa al subir la temperatura?



Aplicación típica: termostatos





Expansión Térmica Superficial y Volumétrica

Si tenemos una superficie o un volumen las ecuaciones son iguales y lo único que cambia es el coeficiente:

$$\Delta A = \gamma A_0 \Delta T \longleftarrow \textbf{área}$$

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \longleftarrow \textbf{volumen}$$

Para sólidos isotrópicos (que se expanden igual en todas direcciones), ¿cómo se relacionan **γ** y **β** con **α**?

$$\gamma \approx 2\alpha \quad \text{y} \quad \beta \approx 3\alpha$$

(demostración en pizarra despreciando términos con α^2 y α^3)

Approximate Coefficients of Thermal Expansion at 20°C		
Material	**α (10⁻⁶/°C)**	**β (10⁻⁶/°C)**
Aluminum	23	69
Concrete	12	36
Diamond	1	3
Glass	9	27
Stainless Steel	17	51
Water*	69	207

Experimento #1

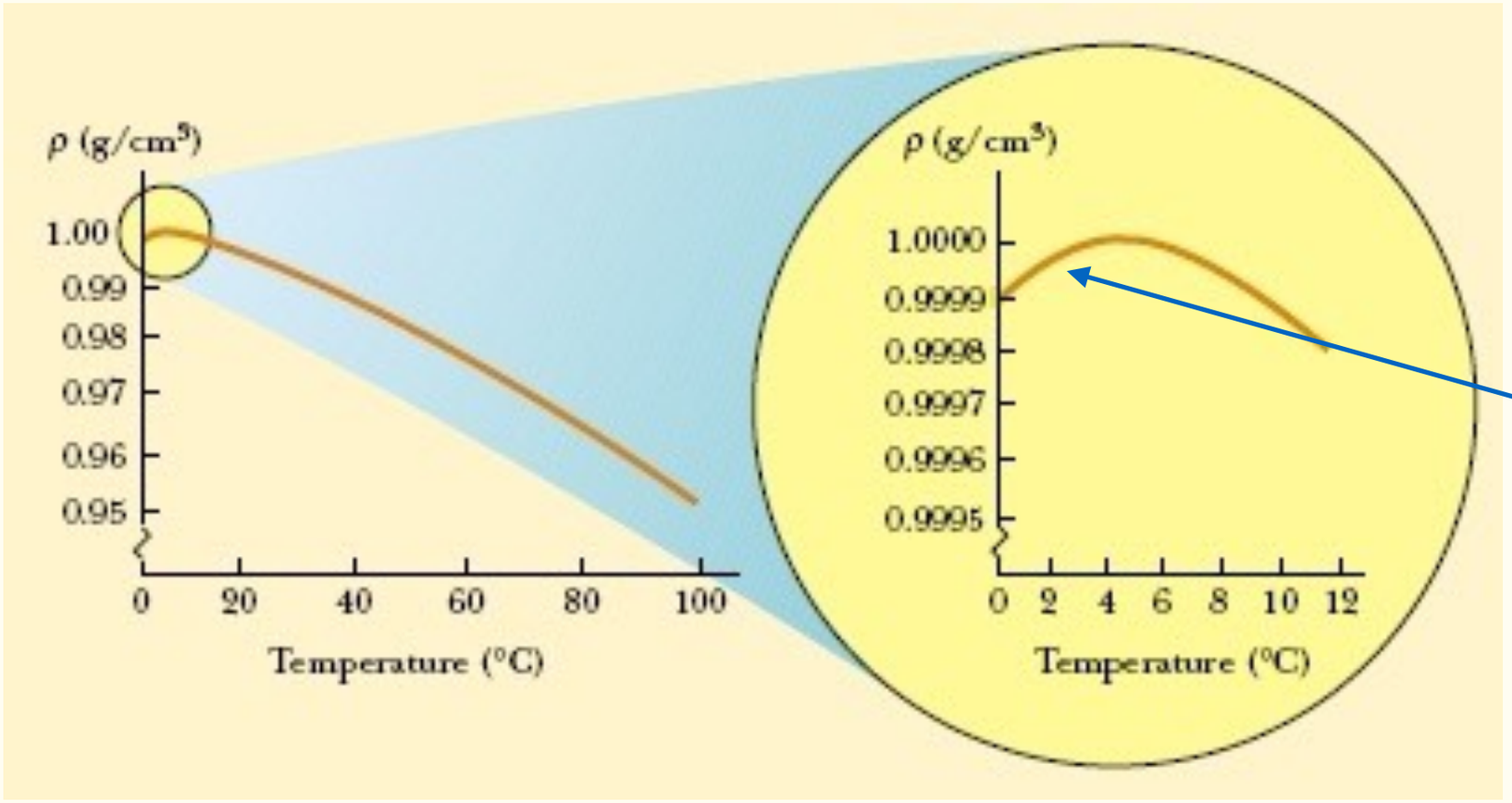


¿Cómo pudo ser que nuestros sentidos nos engañaran? Lo que pasa es que la bola de metal hace una presión mayor sobre la mano, que nuestro cerebro interpreta como una masa mayor.

¿Alguna Excepción?

Hasta ahora hemos visto que el volumen de una sustancia sube (es decir que la densidad baja) con la temperatura ¿Alguna excepción?

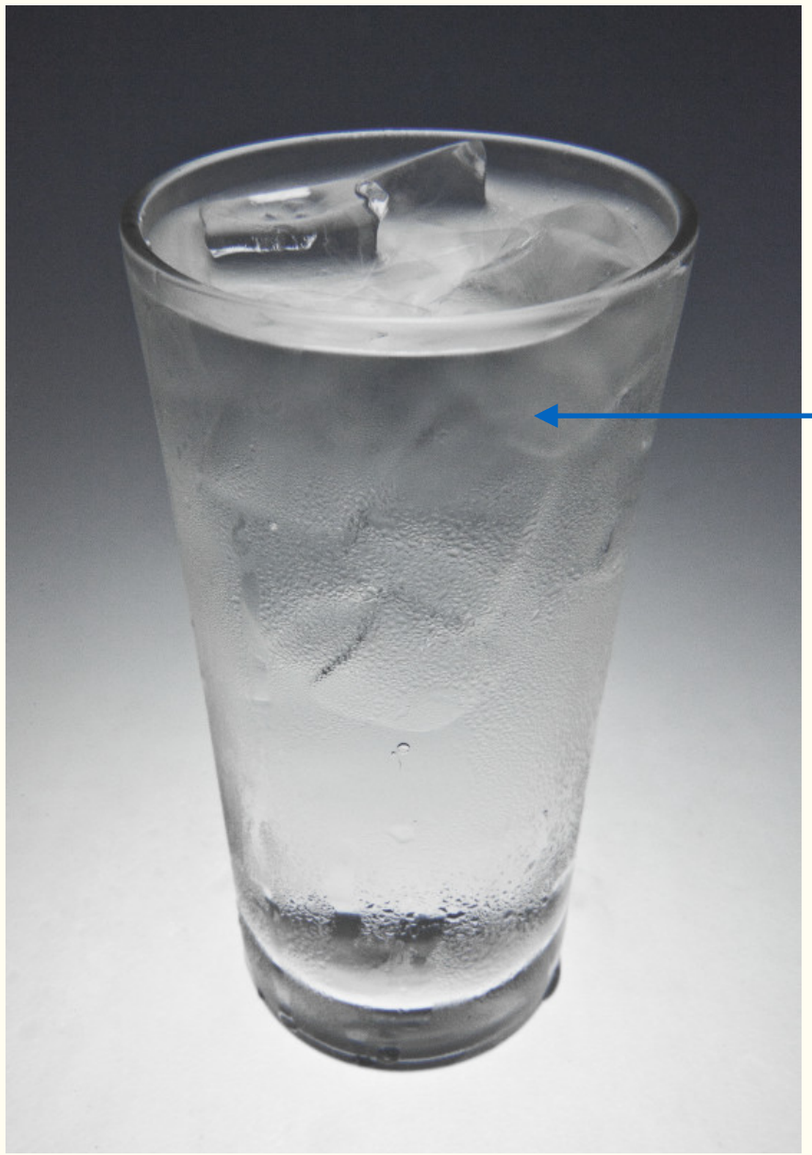
¡Agua!



La densidad sube con la temperatura entre 0 y 4 grados, y luego retoma el comportamiento esperado.

¿Alguna Excepción?

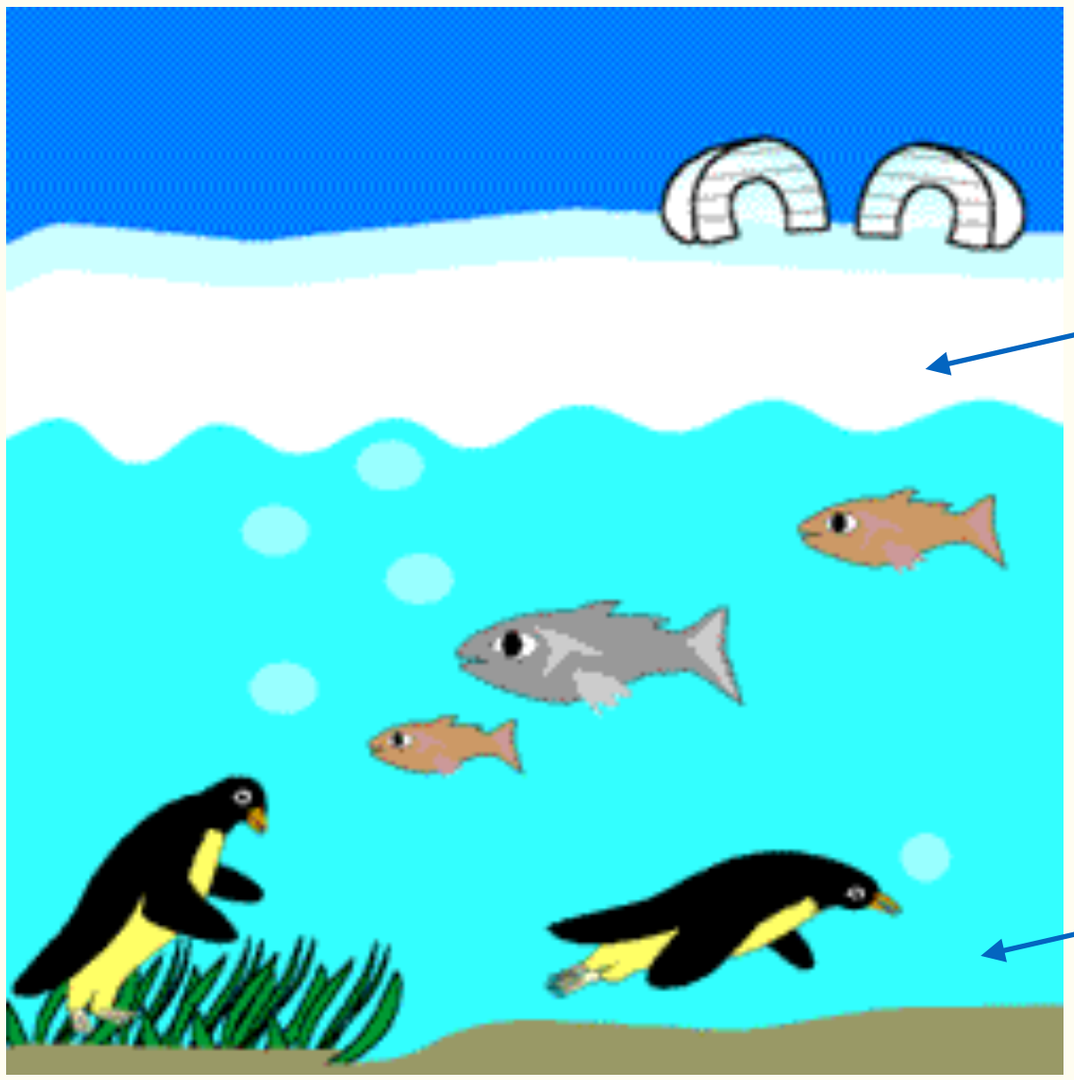
Contrario a las demás substancias, la densidad de agua en estado sólido es *menor* a la que tiene en estado líquido



¡Por eso el hielo flota!

¿Por qué es importante esto?

¡Permite la preservación de la vida marina en ríos y lagos a temperaturas muy bajas!



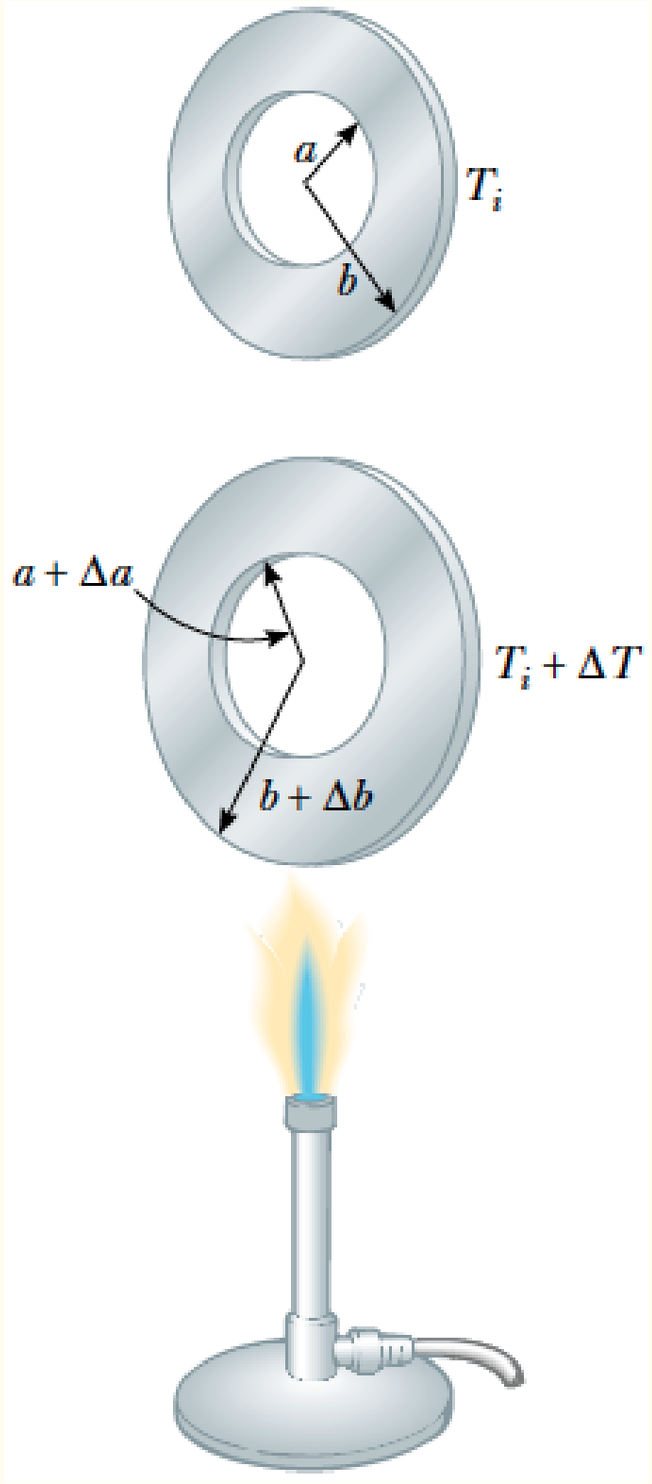
Más información aquí:

http://www.pitara.com/discover/5wh/online.asp?story=25

Experimento #2



Ejercicio #1



Si la temperatura de un anillo hecho de un material con un cierto **α** se incrementa ΔT, ¿cómo cambia su radio interior? ¿Cómo cambia el área del anillo? Cuantifique su respuesta.

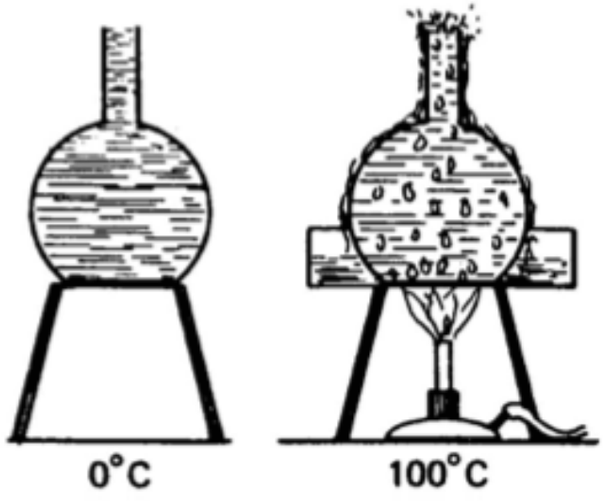
(resolver en pizarra)

Respuesta: ambos se incrementan. El radio interior se incrementa $\Delta a=\alpha a \Delta T$ y el área del anillo se incrementa $\Delta A=2\alpha\Delta T\pi(b^2-a^2)$

Nota: para este problema puede ser útil esta discusión: http://physics.stackexchange.com/questions/12599/will-a-hole-cut-into-a-metal-disk-expand-or-shrink-when-the-disc-is-heated

Ejercicio #2

Un frasco de vidrio, cuyo volumen es 1000 cm^3 a 0°C, está lleno de mercurio a tal temperatura. Cuando el conjunto se calienta hasta 100°C, se derraman 15 cm^3 de mercurio. ¿Cuál fue la dilatación real del mercurio? ¿Cuál fue la dilatación volumétrica del frasco? ¿Cuál es el valor de β para el vidrio del cual está hecho el frasco?

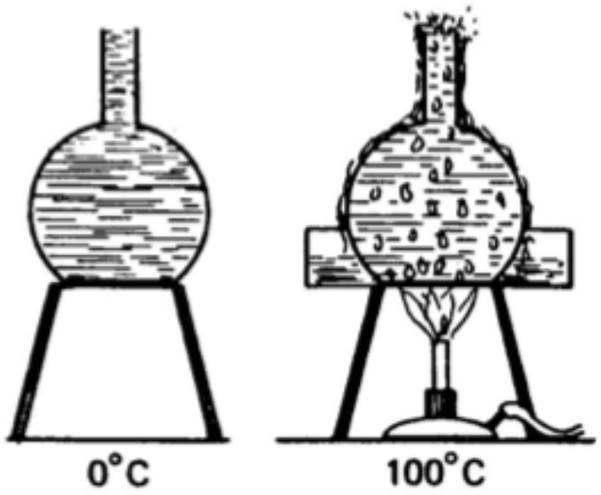


(Nota: $\beta_{Hg} = 0.18x10^{-3}\ C^{-1}$)

(solución completa en siguiente diapositiva)

Solución Ejercicio #2

Un frasco de vidrio, cuyo volumen es 1000 cm^3 a 0°C, está lleno de mercurio a tal temperatura. Cuando el conjunto se calienta hasta 100°C, se derraman 15 cm^3 de mercurio. ¿Cuál fue la dilatación real del mercurio? ¿Cuál fue la dilatación volumétrica del frasco? ¿Cuál es el valor de β para el vidrio del cual está hecho el frasco?



$$\Delta V_{Hg} = \beta_{Hg}\, V_o\, \Delta T$$

$$\Delta V_{Hg} = (0{,}18 \times 10^{-3}(°C)^{-1})\,(1000\,cm^3)\,(100°C)$$

$$\Delta V_{Hg} = 18\,cm^3$$

$$\Delta V_{frasco} = \Delta V_{Hg} - V_{derramado} \longrightarrow \Delta V_{frasco} = 3\,cm^3$$

$$\Delta V_{frasco} = \beta_v\, V_o\, \Delta T \rightarrow \beta_v = \frac{\Delta V_{frasco}}{V_o\, \Delta T} \rightarrow \beta_v = 3 \times 10^{-5}(°C)^{-1}$$

Ahora vamos a hablar de **Gases Ideales**

Sección 3.6 (Cengel y Boles)

CAPÍTULO

3

PROPIEDADES DE LAS SUSTANCIAS PURAS

Este capítulo comienza con la introducción del concepto de *sustancia pura* y el análisis de la física en los procesos de cambio de fase. Luego, se ilustran varios diagramas de propiedades y las superficies *P-v-T* de sustancias puras. Una vez demostrado el uso de las tablas de propiedades, se estudia la sustancia hipotética *gas ideal* y la *ecuación de estado de gas ideal*. Se introduce el *factor de compresibilidad* que toma en cuenta la desviación de los gases reales en su comportamiento respecto del de un gas ideal, y se presentan algunas de las ecuaciones de estado más conocidas, como la de Van der Waals, Beattie-Bridgeman y Benedict-Webb-Rubin.

OBJETIVOS

En el capítulo 3, los objetivos son:

- Introducir el concepto de sustancia pura.
- Estudiar la física de los procesos de cambio de fase.
- Ilustrar los diagramas de propiedades *P-v*, *T-v* y *P-T*, y las superficies *P-v-T* de sustancias puras.
- Demostrar los procedimientos para determinar propiedades termodinámicas de sustancias puras a partir de tablas de propiedades.
- Describir la sustancia hipotética "gas ideal" y la ecuación de estado de gas ideal.
- Aplicar la ecuación de estado de gas ideal en la solución de problemas representativos.

3-6 ▪ ECUACIÓN DE ESTADO DE GAS IDEAL

Las tablas proporcionan información muy exacta acerca de las propiedades, pero son voluminosas y vulnerables a errores tipográficos. Un enfoque más práctico y deseable sería tener entre las propiedades algunas relaciones simples que sean suficientemente generales y precisas.

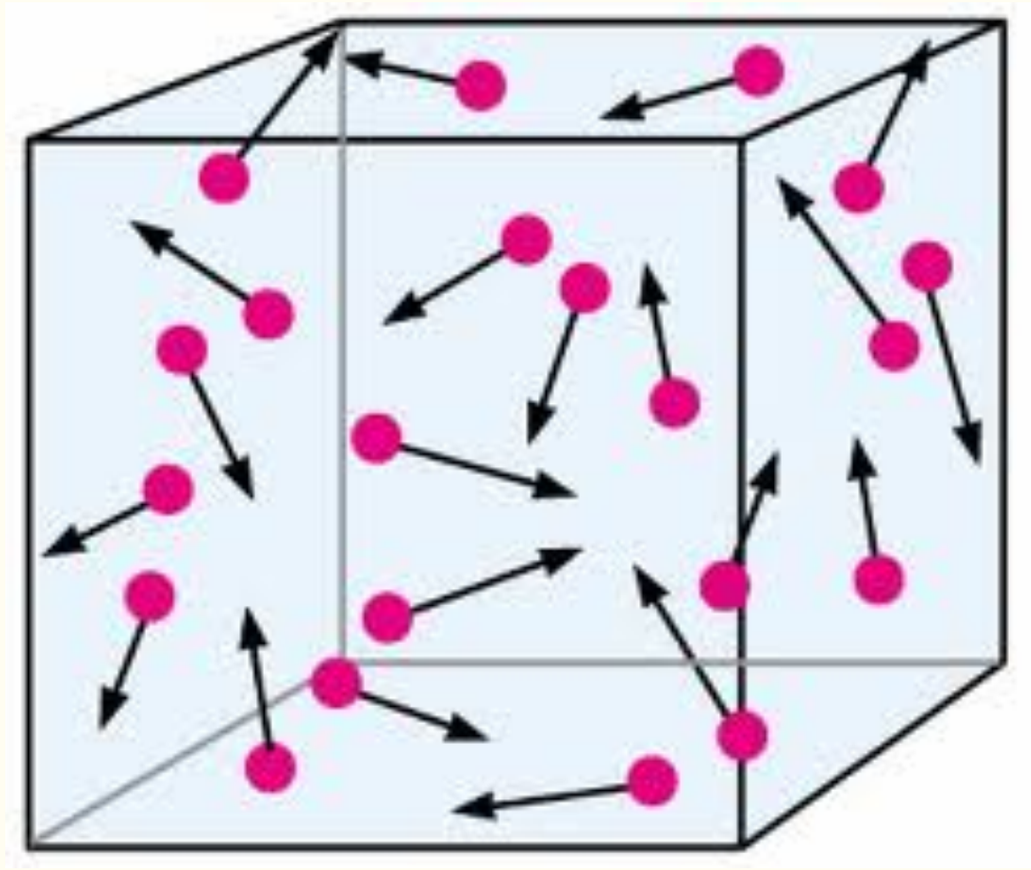
Cualquier ecuación que relacione la presión, la temperatura y el volumen específico de una sustancia se denomina **ecuación de estado**. Las relaciones de propiedades que comprenden a otras pertenecientes a una sustancia que se halla en estados de equilibrio, también se conocen como ecuaciones de estado. Hay varias ecuaciones de estado, algunas sencillas y otras muy complejas: la más sencilla y mejor conocida para sustancias en la fase gaseosa es la ecuación de estado de gas ideal, la cual predice el comportamiento *P-v-T* de un gas con bastante exactitud, dentro de cierta región elegida adecuadamente.

Las palabras *gas* y *vapor* a menudo se utilizan como sinónimos y comúnmente a la fase de vapor de una sustancia se le llama *gas* cuando su temperatura es más alta que la temperatura crítica. El *vapor* normalmente implica un gas que no se encuentra muy alejado del estado de condensación.

En 1662 el inglés Robert Boyle observó durante sus experimentos con una cámara de vacío que la presión de los gases es inversamente proporcional a su volumen. En 1802, los franceses J. Charles y J. Gay-Lussac determinaron de modo experimental que a bajas presiones el volumen de un gas es proporcional a su temperatura. Es decir,

Gases en General

Mencionamos ya que un gas consiste de muchas moléculas separadas unas de otras, que se desplazan con bastante energía en todas direcciones, y que colisionan con las paredes del recipiente que lo contiene



Por eso un gas ocupa todo el volumen que se le dé, y si se abre un hoyo eventualmente se escapa.

Gases en General

Vimos que todo sistema termodinámico tiene propiedades (presión, temperatura, volumen… etc). Un gas no es la excepción.

En general las relaciones entre las propiedades de un gas son muy complicadas, y se tienen que determinar por medio de tablas

Ejemplo de tabla termodinámica que veremos más adelante →

TABLE A–6

Superheated water

T °C	v m³/kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K	v m³/kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K	v m³/kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K
	P = 0.01 MPa (45.81°C)*				P = 0.05 MPa (81.32°C)				P = 0.10 MPa (99.61°C)			
Sat.†	14.670	2437.2	2583.9	8.1488	3.2403	2483.2	2645.2	7.5931	1.6941	2505.6	2675.0	7.3589
50	14.867	2443.3	2592.0	8.1741								
100	17.196	2515.5	2687.5	8.4489	3.4187	2511.5	2682.4	7.6953	1.6959	2506.2	2675.8	7.3611
150	19.513	2587.9	2783.0	8.6893	3.8897	2585.7	2780.2	7.9413	1.9367	2582.9	2776.6	7.6148
200	21.826	2661.4	2879.6	8.9049	4.3562	2660.0	2877.8	8.1592	2.1724	2658.2	2875.5	7.8356
250	24.136	2736.1	2977.5	9.1015	4.8206	2735.1	2976.2	8.3568	2.4062	2733.9	2974.5	8.0346
300	26.446	2812.3	3076.7	9.2827	5.2841	2811.6	3075.8	8.5387	2.6389	2810.7	3074.5	8.2172
400	31.063	2969.3	3280.0	9.6094	6.2094	2968.9	3279.3	8.8659	3.1027	2968.3	3278.6	8.5452
500	35.680	3132.9	3489.7	9.8998	7.1338	3132.6	3489.3	9.1566	3.5655	3132.2	3488.7	8.8362
600	40.296	3303.3	3706.3	10.1631	8.0577	3303.1	3706.0	9.4201	4.0279	3302.8	3705.6	9.0999
700	44.911	3480.8	3929.9	10.4056	8.9813	3480.6	3929.7	9.6626	4.4900	3480.4	3929.4	9.3424
800	49.527	3665.4	4160.6	10.6312	9.9047	3665.2	4160.4	9.8883	4.9519	3665.0	4160.2	9.5682
900	54.143	3856.9	4398.3	10.8429	10.8280	3856.8	4398.2	10.1000	5.4137	3856.7	4398.0	9.7800
1000	58.758	4055.3	4642.8	11.0429	11.7513	4055.2	4642.7	10.3000	5.8755	4055.0	4642.6	9.9800
1100	63.373	4260.0	4893.8	11.2326	12.6745	4259.9	4893.7	10.4897	6.3372	4259.8	4893.6	10.1698
1200	67.989	4470.9	5150.8	11.4132	13.5977	4470.8	5150.7	10.6704	6.7988	4470.7	5150.6	10.3504
1300	72.604	4687.4	5413.4	11.5857	14.5209	4687.3	5413.3	10.8429	7.2605	4687.2	5413.3	10.5229

Sin embargo, hay una clase de gases para los cuales relacionar sus propiedades es trivial: los **gases ideales**

Ecuación de Estado de Gas Ideal

La primera gran ventaja de un gas ideal es que hay una ecuación extremadamente simple que permite relacionar tres de sus propiedades:

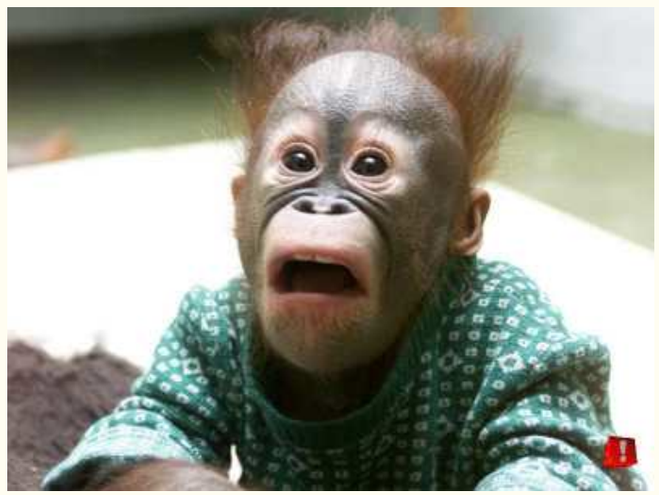
$$PV = nR_uT$$

- P: presión
- V: volumen
- n: número de moles
- R_u: constante universal (8.314 J/mol K)
- T: temperatura (¡en **Kelvin**!)

Nota: el número de moles está obviamente relacionado con la masa del sistema:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\text{masa del sistema}}{\text{masa molar de la sustancia}}$$

= cuántos gramos pesa una mol de la sustancia



Una mol de sustancia contiene $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ moléculas

Otra Expresión de la Ecuación

En la expresión anterior la constante involucrada (R_u) es universal, es decir la misma para todos los gases ideales.

Pero la ecuación también se puede escribir de esta forma:

$$Pv = RT$$

- P: presión
- v: volumen específico ($v=V/m=1/\rho$)
- R: constante del gas (en tablas)
- T: temperatura (¡en **Kelvin**!)

¡Pero cuidado! en este caso el **volumen no es el volumen total**, sino el específico, y la **constante no es universal**, sino que es específica para cada gas.

Es fácil demostrar que $R = \frac{R_u}{M}$

Más información

Algunos valores de la constante universal y la específica a cada gas:

$$R_u = \begin{cases} 8.31447\ \text{kJ/kmol} \cdot \text{K} \\ 8.31447\ \text{kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K} \\ 0.0831447\ \text{bar} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K} \\ 1.98588\ \text{Btu/lbmol} \cdot \text{R} \\ 10.7316\ \text{psia} \cdot \text{pie}^3/\text{lbmol} \cdot \text{R} \\ 1\,545.37\ \text{pie} \cdot \text{lbf}\ \ \text{lbmol} \cdot \text{R} \end{cases}$$

TABLA A-1

Masa molar, constante de gas y propiedades del punto crítico

Sustancia	Fórmula	Masa molar, M kg/kmol	Constante de gas, R kJ/kg · K
Agua	H_2O	18.015	0.4615
Aire	—	28.97	0.2870
Alcohol etílico	C_2H_5OH	46.07	0.1805
Alcohol metílico	CH_3OH	32.042	0.2595
Amoniaco	NH_3	17.03	0.4882
Argón	Ar	39.948	0.2081
Benceno	C_6H_6	78.115	0.1064
Bromo	Br_2	159.808	0.0520
n-Butano	C_4H_{10}	58.124	0.1430
Cloro	Cl_2	70.906	0.1173
Cloroformo	$CHCl_3$	119.38	0.06964
Cloruro metílico	CH_3Cl	50.488	0.1647
Criptón	Kr	83.80	0.09921

Por último, la ecuación también se puede escribir de esta forma:

$$PV = Nk_BT$$

donde:

$$k_B \equiv R_u / N_A = 1.38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K (constante de Boltzmann)}$$

N es el número de átomos o moléculas, y N_A es el número de Avogadro

¿Cómo Recordarlo?





$$PV = nR_uT$$

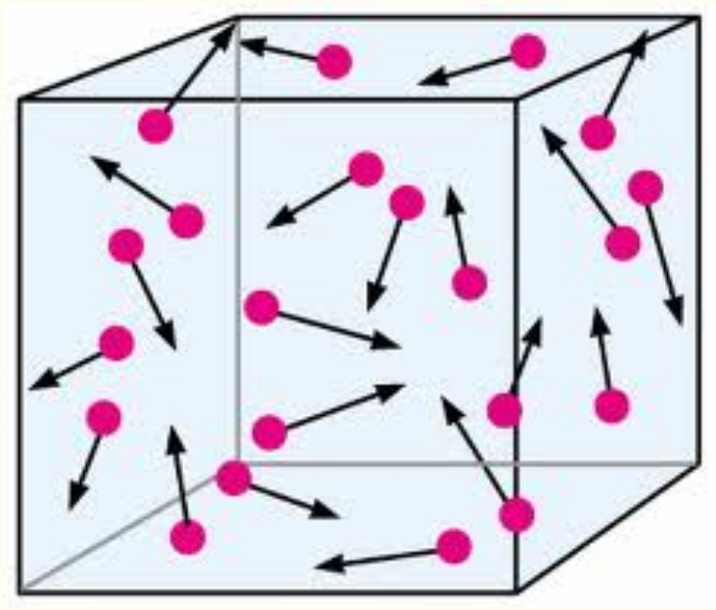
Pancho Villa no Roba Tanto

(o “**Pancho Villa Roba Todo**” si es la segunda versión, o “**Pancho Villa No kiere Tequila**” si es la tercera)

¿Cuándo es ideal un gas?

¿Cuándo funciona bien esta ecuación?

Un gas se considera ideal cuando sus átomos o moléculas prácticamente no interactúan entre ellas



Esto deja de suceder cuando:

- La presión y la densidad son muy altas

Analogía









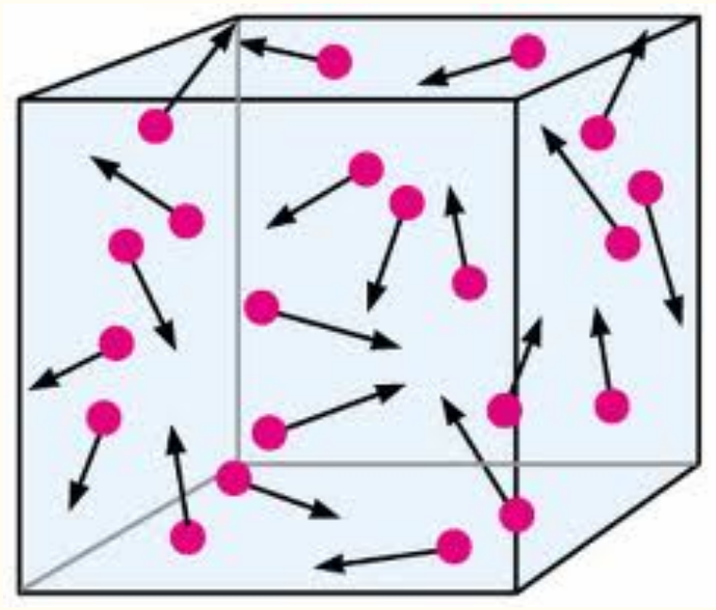
Si ponemos a dos personas en un campo de fútbol con los ojos vendados y les pedimos que caminen. Muy difícilmente se van a encontrar.

Pero si el campo está lleno de gente, entonces ahí si va a haber choques

¿Cuándo es ideal un gas?

¿Cuándo funciona bien esta ecuación?

Un gas se considera ideal cuando sus átomos o moléculas prácticamente no interactúan entre ellas



Esto deja de suceder cuando:

- La presión y la densidad son muy altas

- La temperatura es muy baja ← (lo que causa que las moléculas se quieran juntar, es decir que el gas se condense)

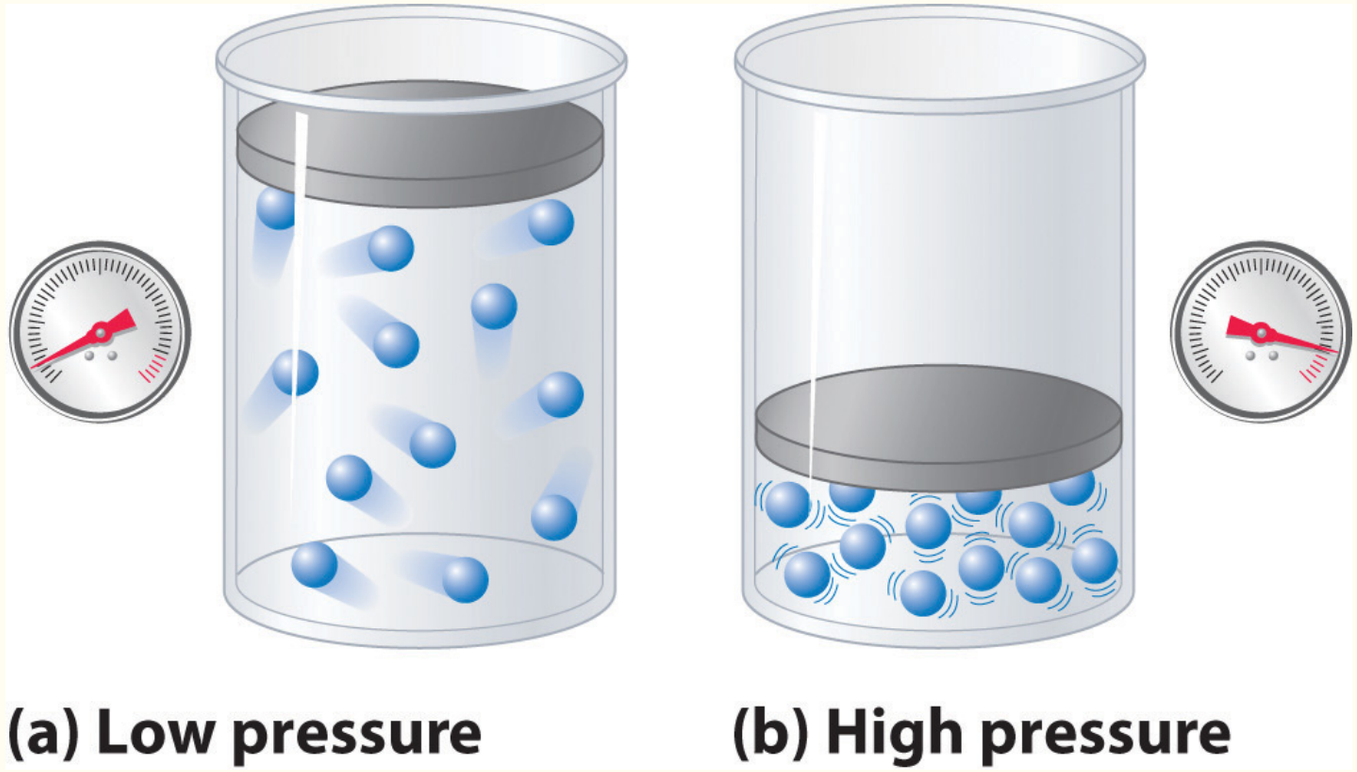
Entendiendo la ecuación

La ecuación de los gases ideales no debiera ser nada misterioso, y **es fácil de entenderse.**

Como ya dijimos, un gas consiste en un montón de pelotitas con mucha energía rebotando en las paredes del contenedor.

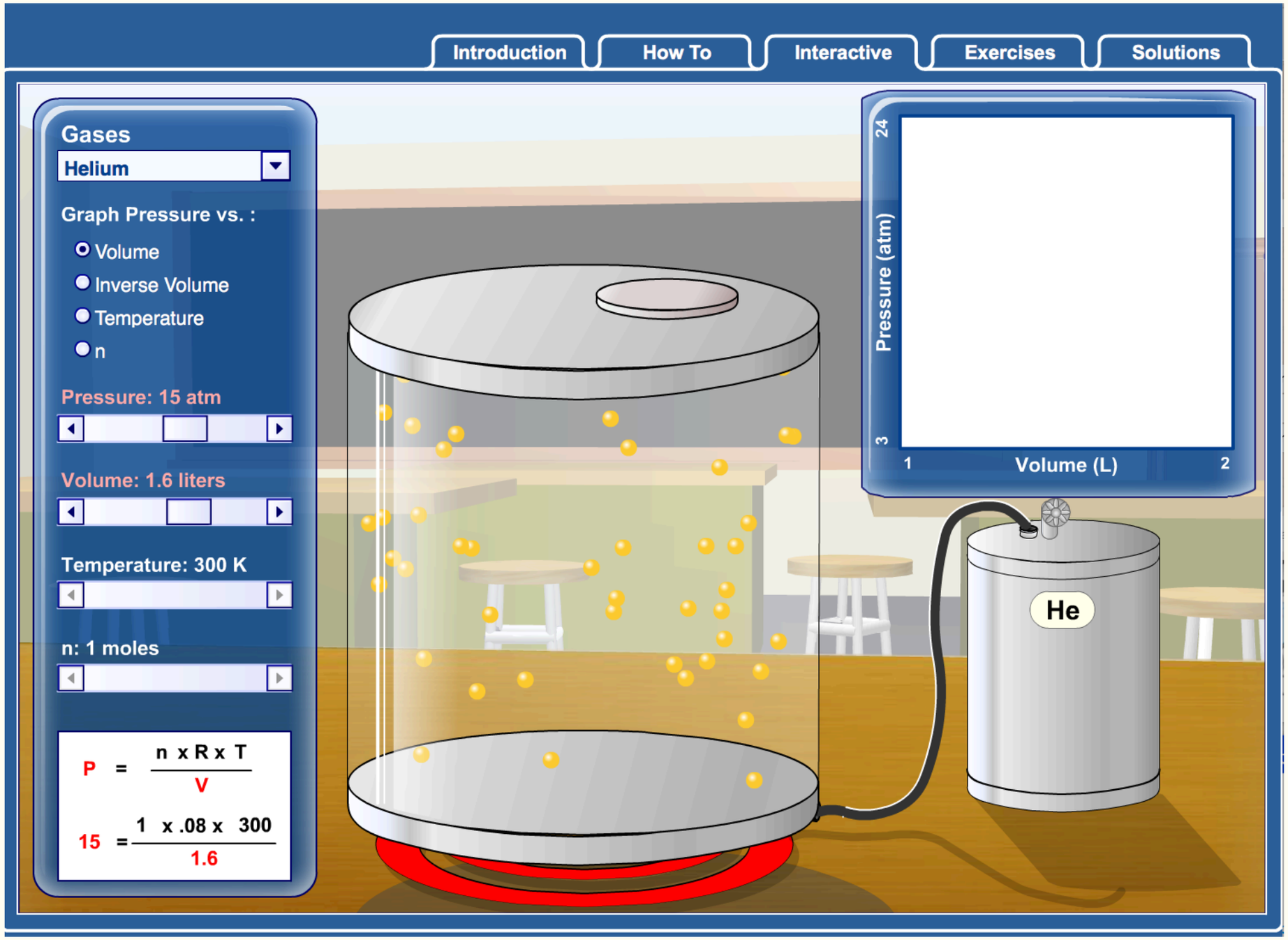
Si se reduce el volumen dejando la temperatura constante, el número de colisiones con las paredes por unidad de tiempo (=la presión) va a aumentar.

La temperatura es básicamente la energía cinética de las pelotitas. Si se incrementa sin cambiar el volumen también va a subir la presión.



Si se incrementa el número de pelotitas (mayor n) sin cambiar ninguna de las otras variables, se espera que el número de colisiones (i.e. la presión) aumente proporcionalmente, que es lo que sucede.

Simulación



Una buena simulación de gases ideales en Internet:

http://highered.mheducation.com/olcweb/cgi/pluginpop.cgi?it=swf::100%25::100%25::/sites/dl/free/0023654666/117354/Ideal_Nav.swf::Ideal%20Gas%20Law%20Simulation

Casos especiales:

Ley de Boyle:

$pV = constante$

(si T constante)

Ley de Charles:

$V/T = constante$

(si P constante)



Ley de Gay-Lussac:

$P/T = constante$

(si V constante)





(Históricamente estas Leyes vinieron primero, pero no es necesario recordarlas por separado)

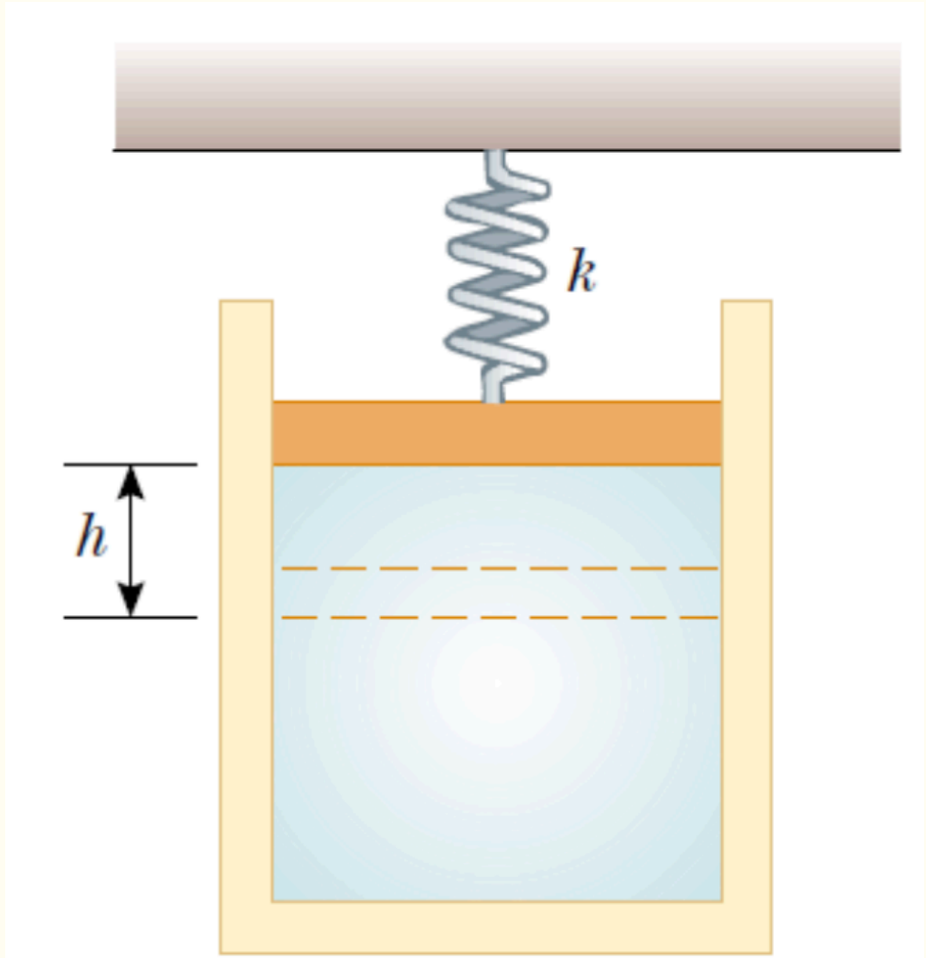
Experimento



Ejercicio

Un recipiente cilíndrico se llena con un gas ideal y se cierra con un pistón de área A que está conectado a un resorte de constante k desconocida. En un inicio el volumen del gas es V_0, la presión es P_0, la temperatura es T0, y el resorte está relajado. Si al elevar la temperatura una cantidad ΔT el pistón sube una distancia h, determine la constante del resorte.

(resolver en pizarra)



Respuesta: $k = \dfrac{P_0 A\left(V_0 \Delta T - A h T_0\right)}{h T_0 \left(V_0 + A h\right)}$

Nota: no nos dicen si el pistón tiene masa, pero nos dan la presión inicial (P_0). Si esta presión es causada en su totalidad por la presión atmosférica, o en parte por la masa del pistón, no importa.

¿Qué pasa si tengo varios gases?

Si no reaccionan químicamente entre sí, y son gases ideales (las moléculas no se afectan por la presencia de otras), entonces:

cada gas se puede considerar por separado, y la presión total es la suma de las presiones de cada uno (presiones parciales)

$$P = \sum_i P_i = \sum_i \frac{N_i k_B T}{V} \qquad P_i = \frac{N_i}{\sum_i N_i} P$$

La presión que ejerce cada gas, como si estuviera solo, se llama presión parcial.

Ley de Dalton de las presiones parciales

Ley de Dalton

(sección 13.2 de Cengel & Boles)

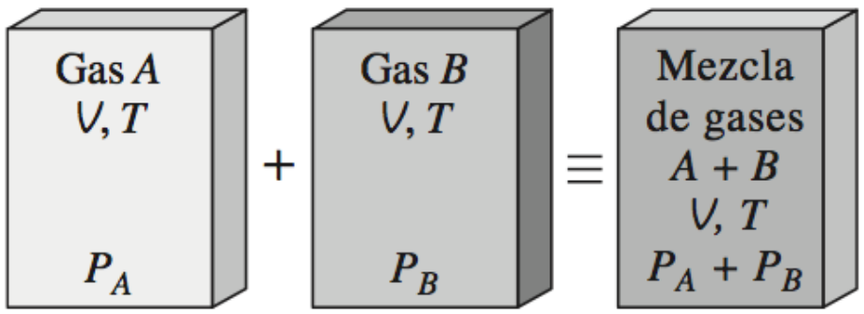
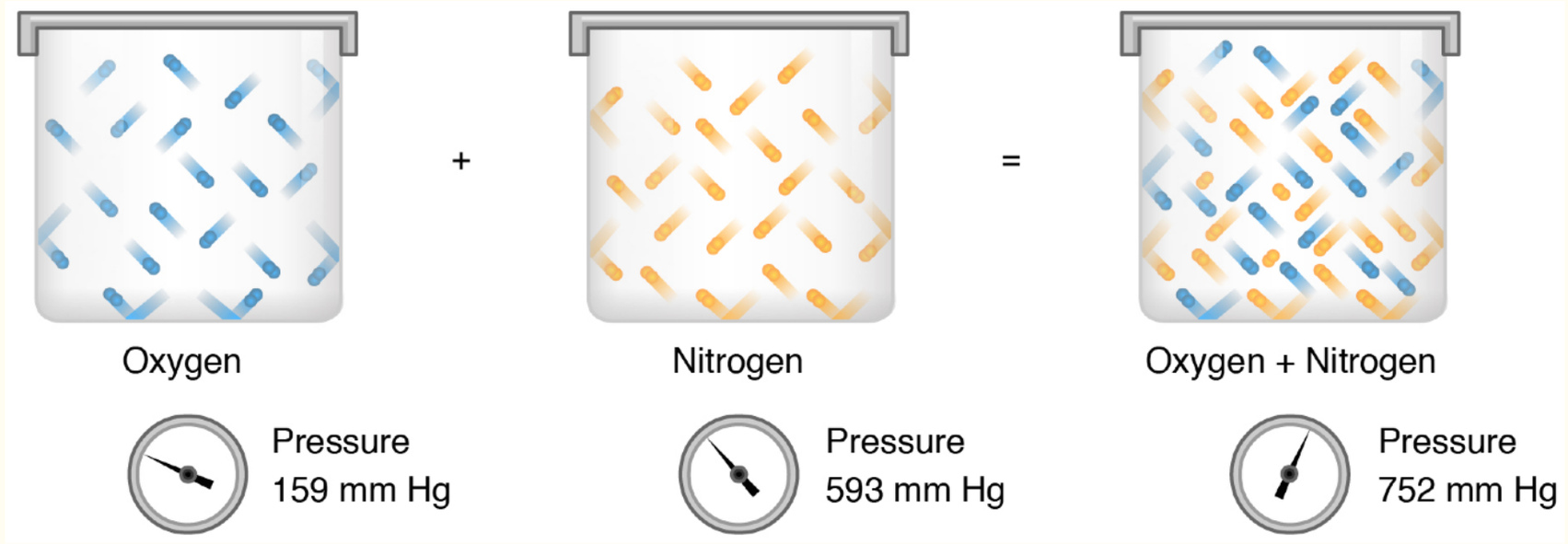


FIGURA 13-5

Ley de Dalton de las presiones aditivas para una mezcla de dos gases ideales.

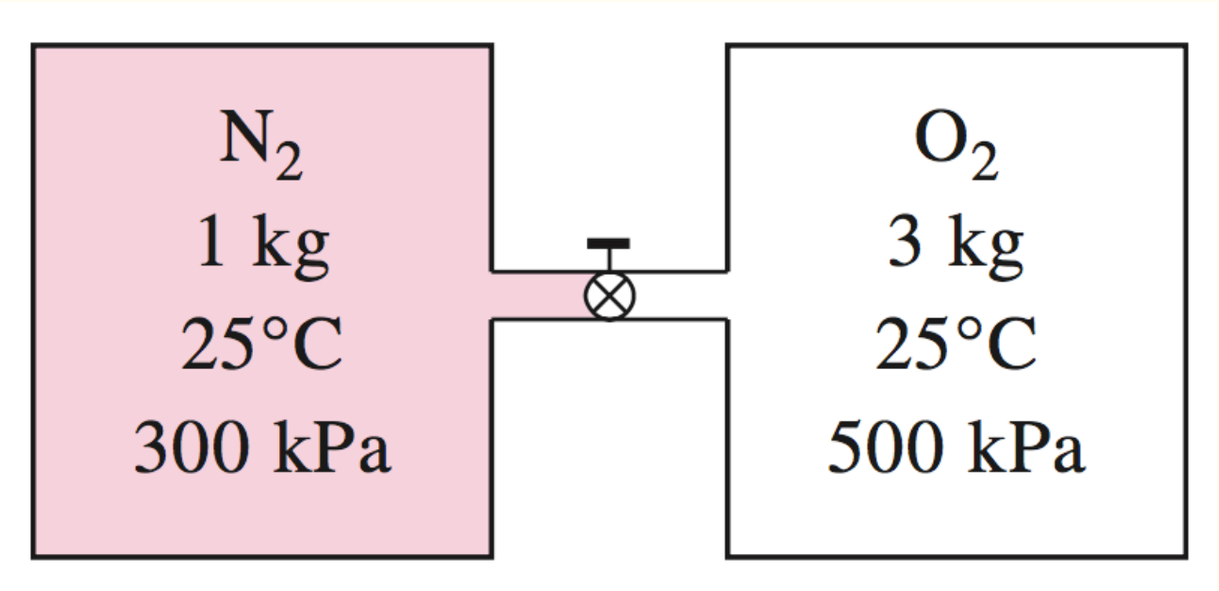
Ley de Dalton de presiones aditivas: *La presión de una mezcla de gases es igual a la suma de las presiones que cada gas ejercería si existiera sólo a la temperatura y volumen de la mezcla*

Por ejemplo, la presión de una mezcla de oxígeno y nitrógeno es la presión que tendría el nitrógeno solo a ese mismo volumen y temperatura, más la presión que tendría el oxígeno solo a ese mismo volumen y temperatura



Ejercicio

(13.38 en C&B, 5ed)



(Nota: a pesar de lo que pudiera parecer por el dibujo, los dos tanques no necesariamente tienen el mismo volumen).

Un tanque rígido que contiene 1kg nitrógeno a 300kPa y 25°C está conectado a otro tanque rígido que contiene 3kg de oxígeno a 500kPa y 25°C. La válvula que conecta los dos tanque se abre, y los dos gases se mezclan. Determine la presión final, asumiendo que la temperatura final de la mezcla es de 25°C.

(resolver en pizarra; ver siguiente diapositiva para tabla con datos)

Respuesta: 422 kPa

Información útil para el ejercicio

(13.38 en C&B, 5ed)

TABLA A-2

Calores específicos de gas ideal de varios gases comunes

a) A 300 K

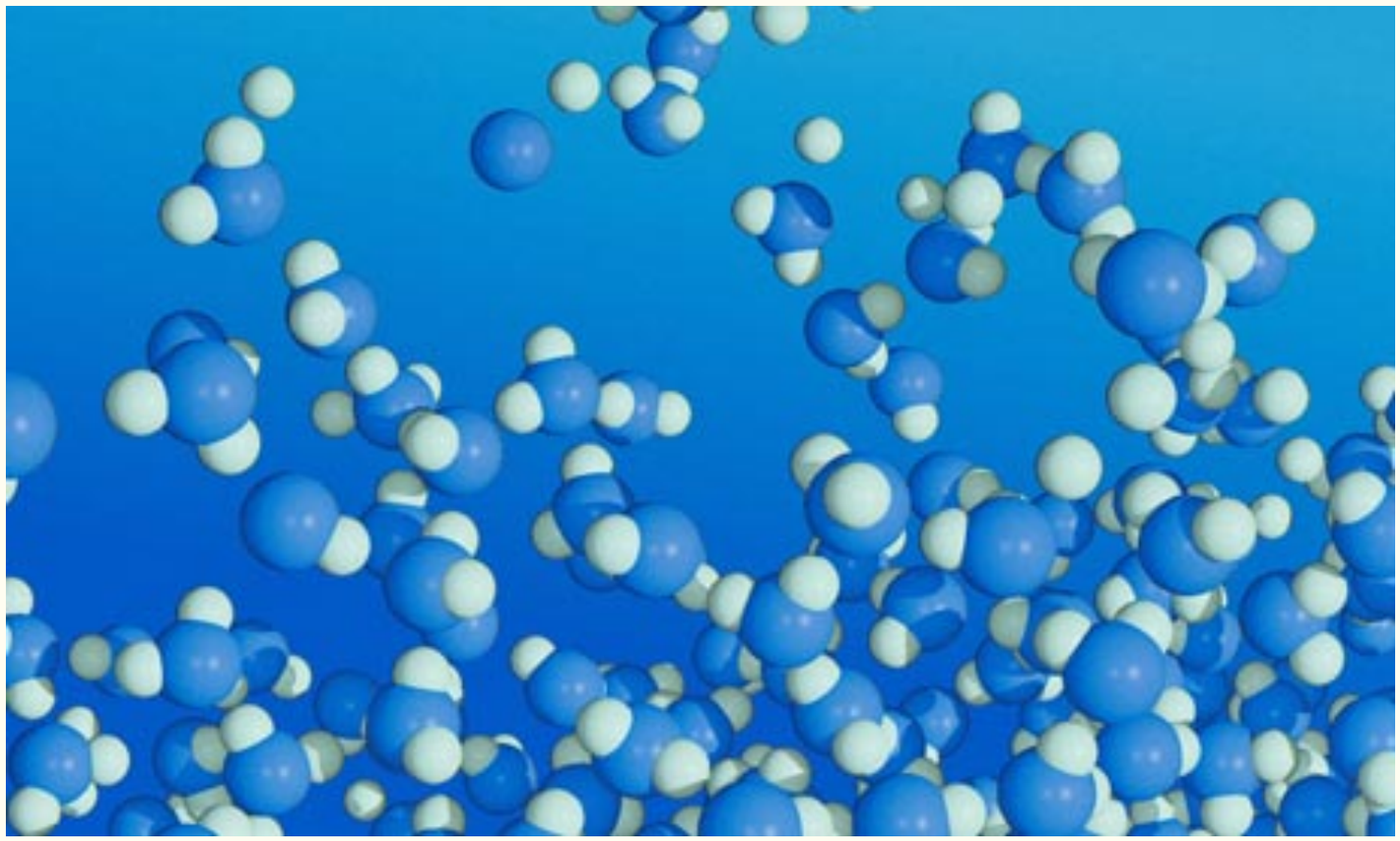
Gas	Fórmula	Constante de gas, R kJ/kg · K	c_p kJ/kg · K	c_v kJ/kg · K	k
Aire	—	0.2870	1.005	0.718	1.400
Argón	Ar	0.2081	0.5203	0.3122	1.667
Butano	C_4H_{10}	0.1433	1.7164	1.5734	1.091
Dióxido de carbono	CO_2	0.1889	0.846	0.657	1.289
Etano	C_2H_6	0.2765	1.7662	1.4897	1.186
Etileno	C_2H_4	0.2964	1.5482	1.2518	1.237
Helio	He	2.0769	5.1926	3.1156	1.667
Hidrógeno	H_2	4.1240	14.307	10.183	1.405
Metano	CH_4	0.5182	2.2537	1.7354	1.299
Monóxido de carbono	CO	0.2968	1.040	0.744	1.400
Neón	Ne	0.4119	1.0299	0.6179	1.667
Nitrógeno	N_2	0.2968	1.039	0.743	1.400
Octano	C_8H_{18}	0.0729	1.7113	1.6385	1.044
Oxígeno	O_2	0.2598	0.918	0.658	1.395
Propano	C_3H_8	0.1885	1.6794	1.4909	1.126
Vapor	H_2O	0.4615	1.8723	1.4108	1.327

Nota: La unidad kJ/kg · K es equivalente a kJ/kg · °C.

Fuente: Chemical and Process Thermodynamics 3a. ed., por Kyle, B.G., © 2000. Adaptado con permiso de Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, Nueva Jersey.

Aparte de proveernos con una una ecuación muy sencilla que relaciona tres de sus propiedades, los **gases ideales tienen otra gran ventaja.**

Para comprender esto tendremos que hacer una pequeña digresión a lo **microscópico**

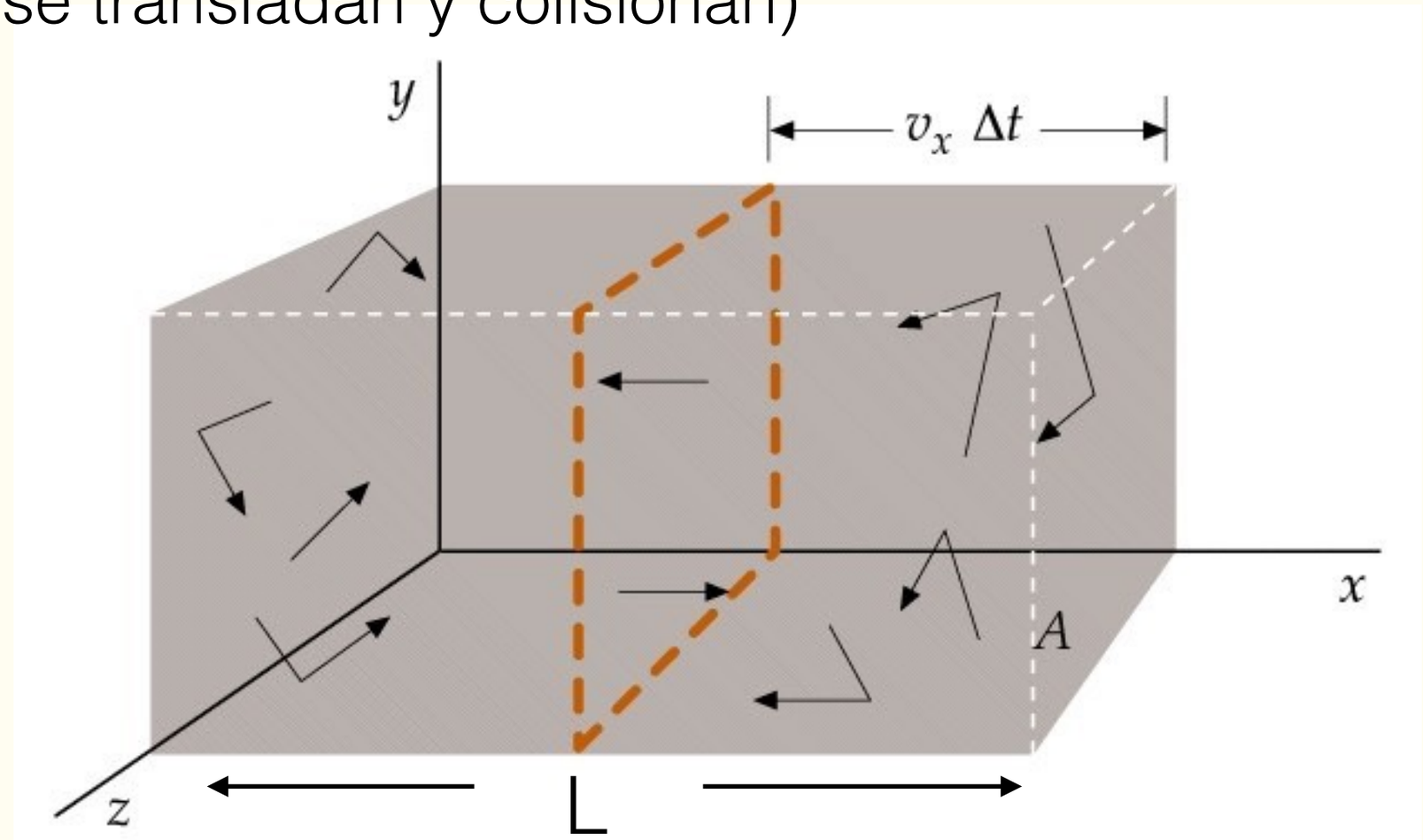


(esta pequeña digresión no está cubierta en el C&B, pero si en el capítulo 21 de “Physics for Scientists and Engineers” de Serway y Beichner)

Gas Ideal

Consideremos una caja con N partículas de un gas ideal monatómico (es decir cuyas moléculas son simples “pelotitas” que sólo se transladan y colisionan)

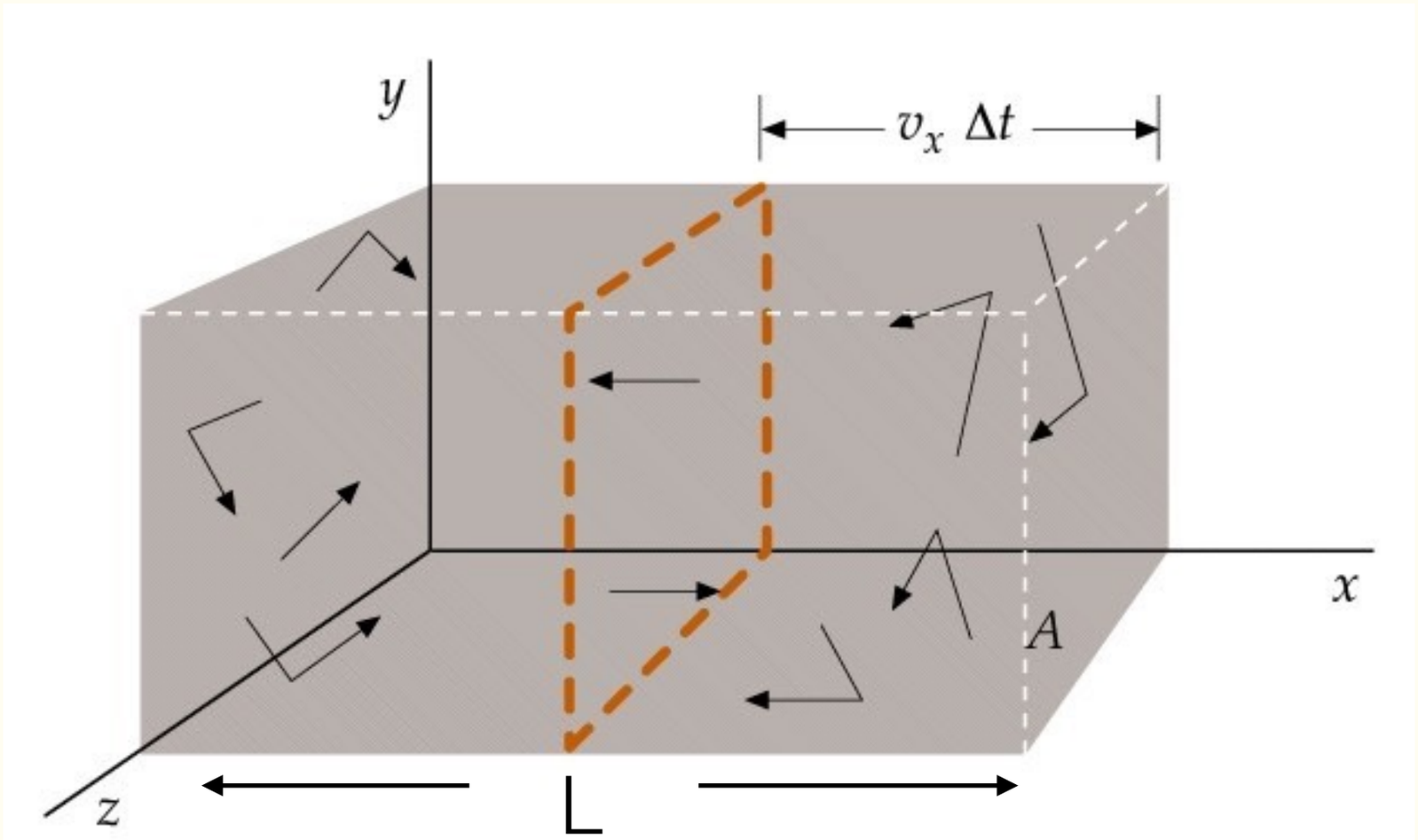
Recordatorio: un gas ideal se puede modelar como “pelotitas” viajando en todas direcciones que no se afectan unas a otras.



¿Cúal es el número de moléculas que impactan la pared izquierda durante un tiempo Δt?

(discutir en pizarra)

Presión



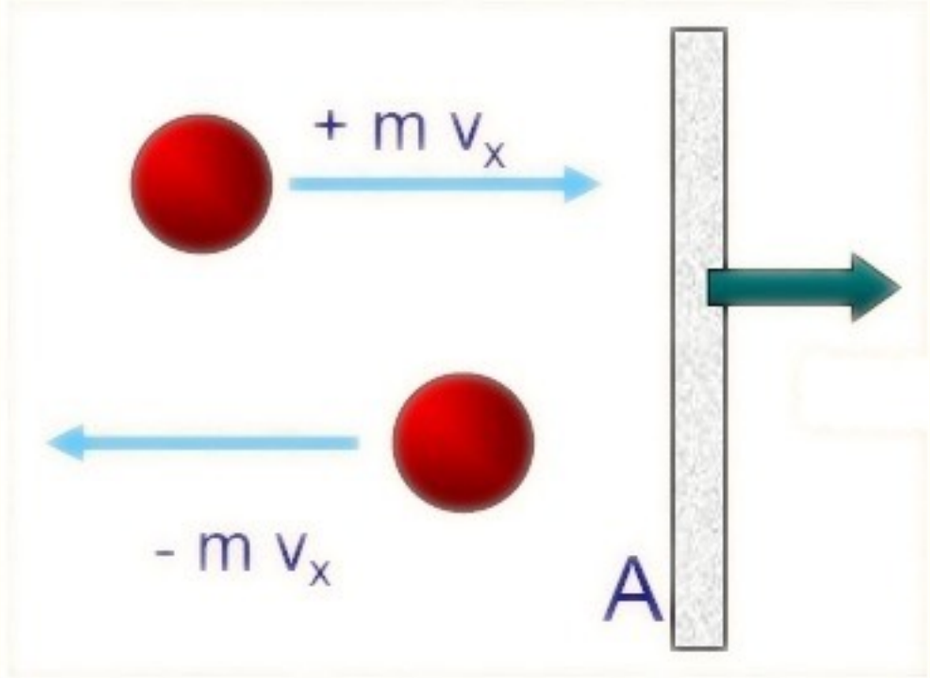
velocidad promedio en x

Respuesta: $N \frac{\langle v_x \rangle}{2L} \Delta t$

Presión

¿Cúal es la magnitud del cambio de momentum de todas las moléculas en un tiempo Δt?

(discutir en pizarra)



Respuesta: $(2m\langle v_x\rangle)\left(N\frac{\langle v_x\rangle}{2L}\Delta t\right)=\frac{N}{L}m\langle v_x^2\rangle\Delta t$

Presión

Ahora convirtamos esto en presión (es decir fuerza por unidad de área)

La fuerza es el cambio de momentum Δp en un cierto Δt
(segunda Ley de Newton)

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A}\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{N}{LA} m\left\langle v_x^2 \right\rangle = \frac{N}{V} m\left\langle v_x^2 \right\rangle = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left(\frac{1}{2} m\left\langle v^2 \right\rangle\right)$$

velocidad cuadrática media

ya que: $\left\langle v^2 \right\rangle = \left\langle v_x^2 \right\rangle + \left\langle v_y^2 \right\rangle + \left\langle v_z^2 \right\rangle = 3\left\langle v_x^2 \right\rangle$

Nos queda entonces que: $P = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left\langle e_c \right\rangle$

La presión es proporcional al número de moléculas por unidad de volumen y a la energía cinética traslacional promedio de las moléculas

Nótese que estamos asumiendo que la energía cinética es sólo de traslación, ya que es un gas monoatómico. Más sobre esto adelante.

Temperatura

Ahora usemos la ley de los gases ideales para derivar una relación entre la energía cinética traslacional de las moléculas y la temperatura

Combinando $PV = nR_uT$ con $P = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\langle e_c \rangle$ llegamos a:

$$\frac{2}{3}N\langle e_c \rangle = nR_uT \rightarrow \langle e_c \rangle = \frac{3}{2}\frac{n}{N}R_uT = \frac{3}{2}\frac{R_uT}{N_A} = \frac{3}{2}k_BT$$

Recordatorio:
$R_u = N_A k_B$

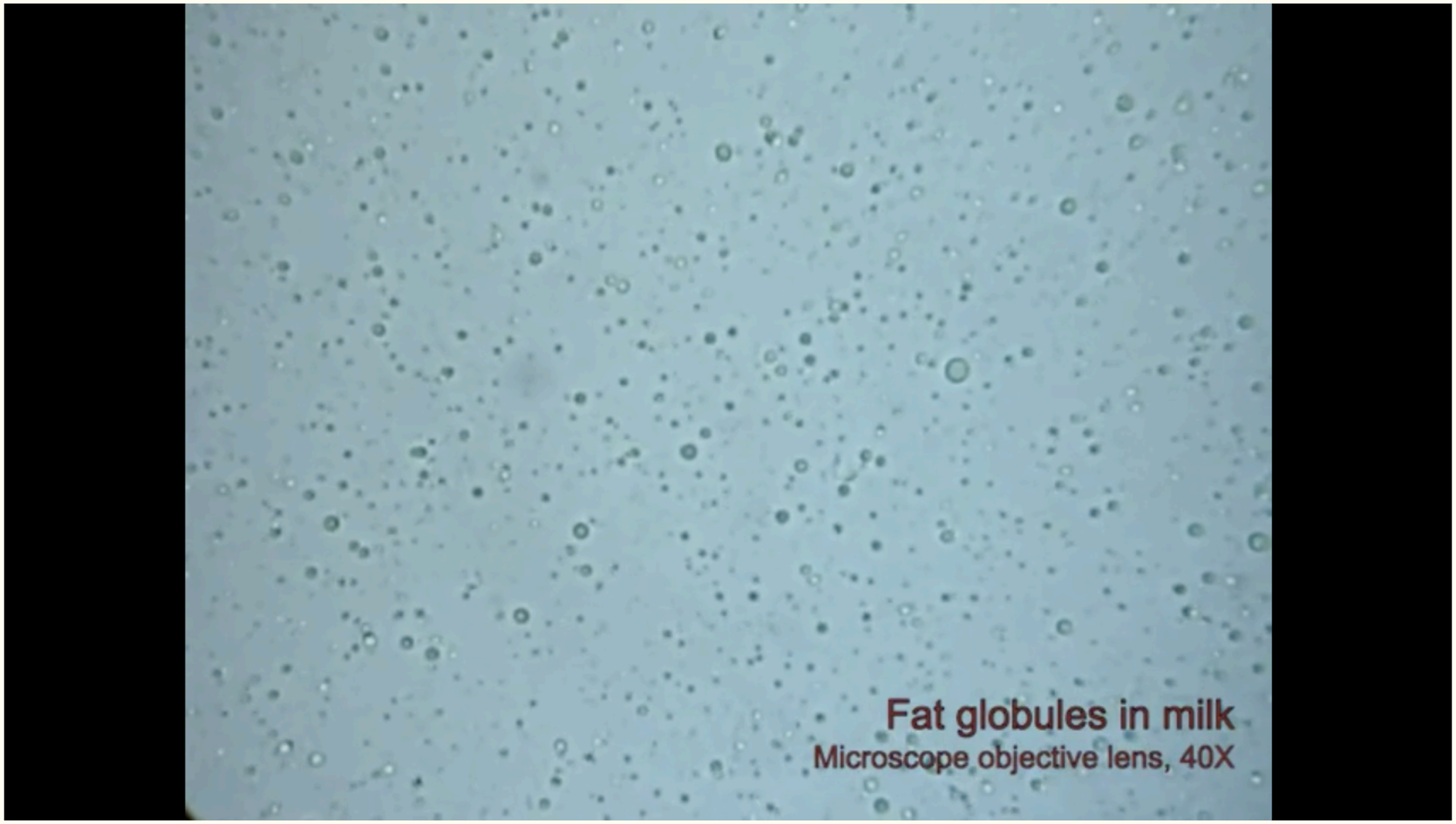
O, en otras palabras:

$$T = \frac{2}{3k_B}\langle e_c \rangle$$

La energía cinética traslacional de las moléculas de un gas ideal depende exclusivamente de la temperatura

Experimento #1 (virtual)

Una manera de corroborar nuestras hipótesis sobre las moléculas y su movimiento es el llamado “Movimiento Browniano”:



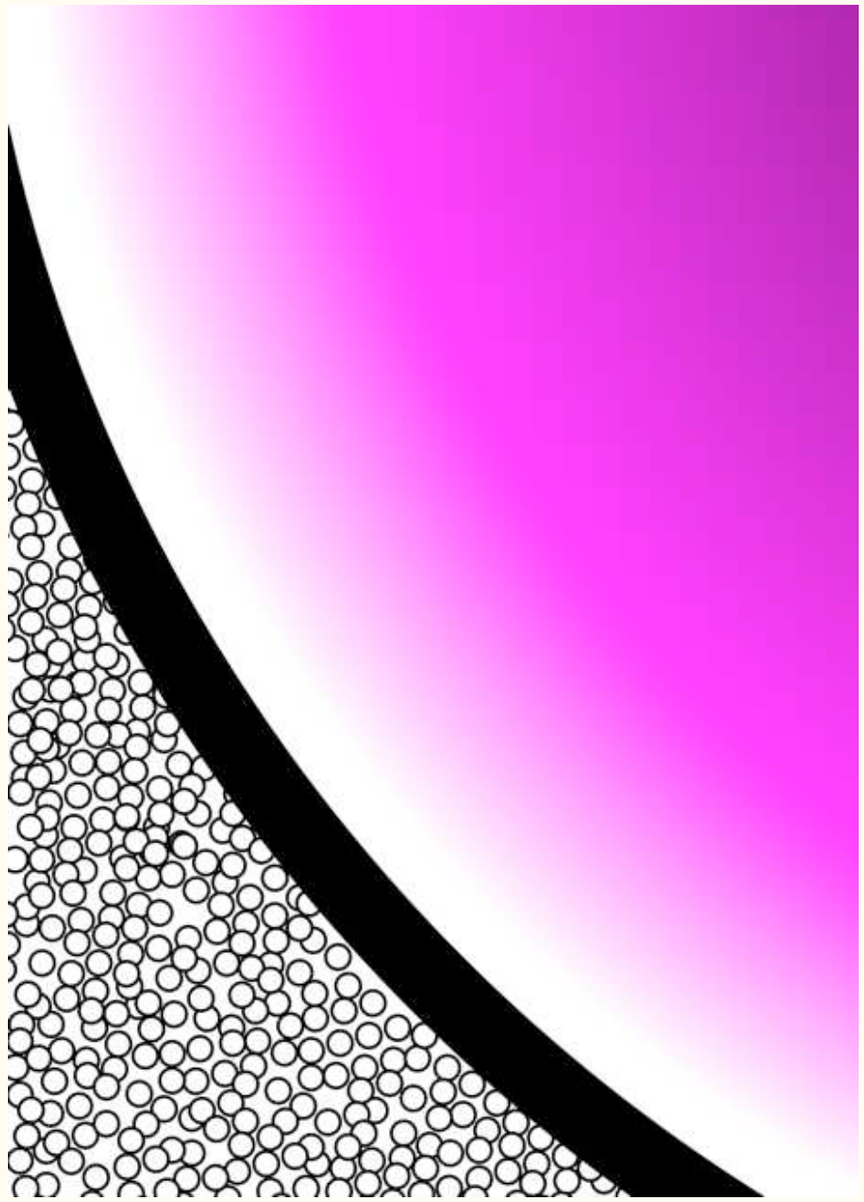
Ver video en: https://www.youtube.com/watch?v=f4mp4TWYfBs

Movimiento Browniano

Este movimiento es causado por las colisiones de las moléculas que vienen en todas direcciones

Este fenómeno es una clara confirmación de la existencia de los átomos y de las moléculas. El primero en explicarlo fue Albert Einstein (1905)

tamaño de lo que uno ve en el microscopio vs. el tamaño de las moléculas



Para una buena explicación y más videos de movimiento Browniano ver: https://www.youtube.com/watch?v=UDj7BXA1CHU

Experimento #2

Ahora veamos esto experimentalmente:

De acuerdo a nuestros cálculos, **mayor temperatura implica mayor energía cinética de las moléculas**:

$$T = \frac{2}{3k_B}\langle e_c \rangle$$

Si bien esta ecuación anterior sólo aplica para un gas ideal monoatómico, el concepto es cierto en general. Veamos esto con agua líquida y tinta.



Energía Interna de un Gas Ideal

Con lo que hemos hecho podemos calcular la energía interna de un gas ideal:

energía interna = suma de las energías cinéticas de los átomos

La energía promedio de los átomos de un gas monoatómico está dada por:

$$\langle e_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

Por ende, la energía interna de una muestra de n moles de un gas ideal monoatómico está dada por:

Recordatorio:
$R_u = N_A k_B$

$$U^{\text{monoatómico}}_{\text{gas ideal}} = (nN_A)\left(\frac{3}{2}k_B T\right) = \frac{3}{2} nR_u T$$



¡La energía interna de un gas ideal sólo depende de la temperatura!

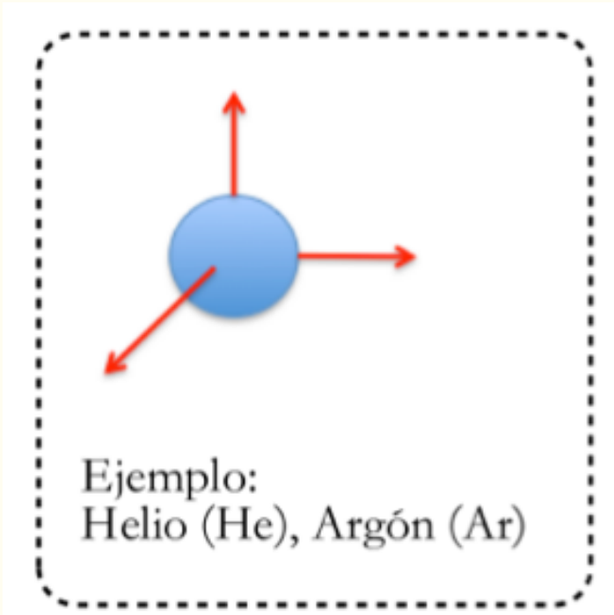
Grados de Libertad

Hay algo muy interesante sobre nuestro resultado:

$$U_{\text{gas ideal}}^{\text{monoatómico}} = \frac{3}{2} n R_u T = 3N\left(\frac{1}{2} k_B T\right)$$

Recordemos: ¿de dónde salió el 3?

Respuesta: salió de considerar que la molécula de nuestro gas se puede trasladar en 3 dimensiones (grados de libertad)

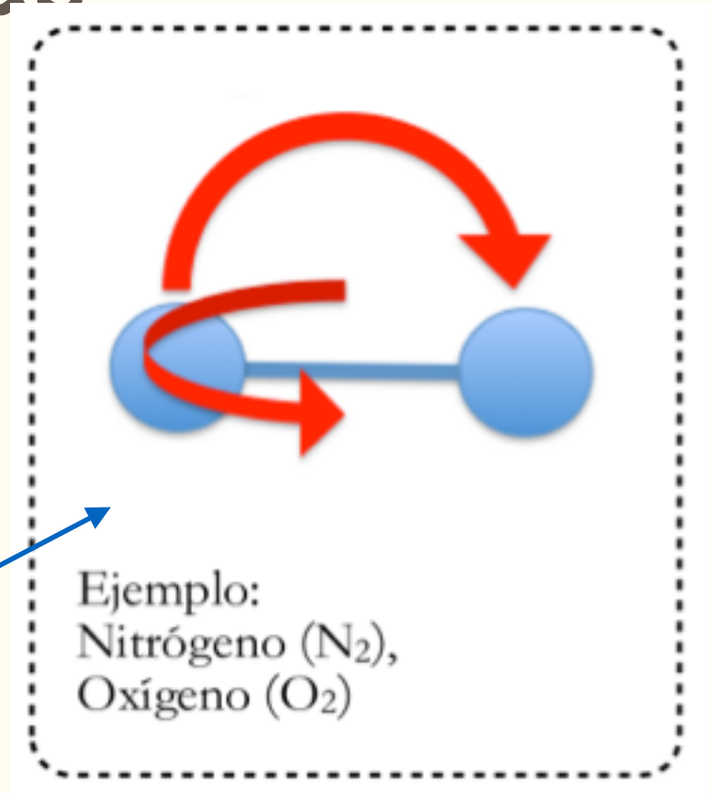


¿Qué pasa si tenemos un gas ideal hecho de una molécula más compleja y y cuya energía cinética no sólo se debe a su traslación sino también a otro tipo de movimiento (como rotación y/o vibración)?

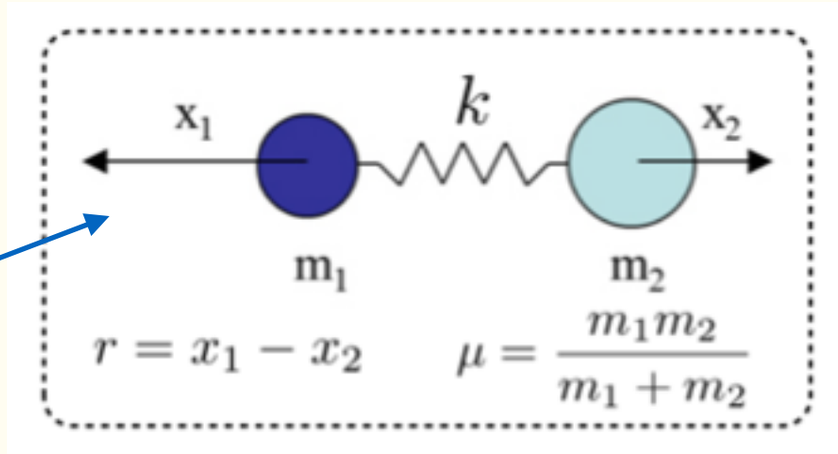
Grados de Libertad de Moléculas más complejas

Debemos definir el concepto de **grado de libertad**: el número de movimientos independientes que una molécula pueden tener
(esta es una definición medio burda, pero suficiente para este curso)

Por ejemplo, una molécula diatómica rígida tiene 5 grados de libertad: los 3 de translación, más 2 de rotación alrededor de ejes perpendiculares a la molécula



Una molécula diatómica no rígida tiene 7 grados de libertad: los 5 mencionados arriba, más 2 adicionales por la vibración y el movimiento relativo de las dos moléculas.



Nota: el movimiento de rotación de la molécula diatómica sobre su eje longitudinal no cuenta como un grado de libertad, de la misma forma que tampoco cuenta la rotación de moléculas monoatómicas. Esto es porque el momento de inercia en esos casos es muy pequeño.

Teorema de Equipartición de la Energía

El teorema de equipartición de la energía nos dice cómo calcular la energía interna de gases ideales con moléculas más complicadas:

Cada grado de libertad G contribuye $1/2k_BT$ a la energía interna del sistema

$$U_{\text{gas ideal}} = \frac{G}{2} nR_u T = \frac{G}{2} Nk_B T$$



Comentario Final

No haremos problemas sobre esta última parte todavía, pero hemos demostrado resultados importantes que usaremos a lo largo del curso. Las dos lecciones más importantes son:

- **La energía interna de un gas ideal sólo depende de la temperatura**
- **Cada grado de libertad contribuye la misma cantidad a la energía total.**



¡Terminamos con Dilatación y Gases Ideales!

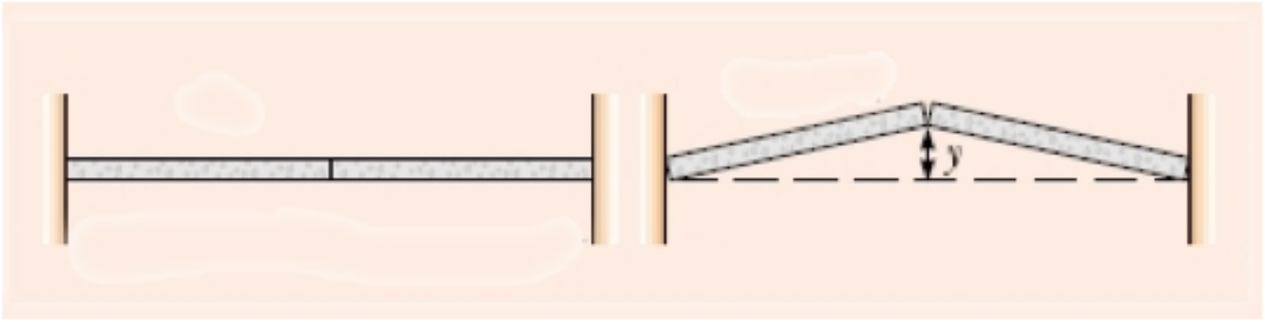
A continuación se incluyen dos problemas extra con solución.
Espero les sirvan.



Nota: se le agradece a al Profesora Griselda García por su ayuda en la compilación de estos problemas

Problema #1

Como resultado de un aumento de temperatura de 32°C, una barra con una fisura en su centro se desvía hacia arriba. Si la distancia fija L_o es 3.77 m y el coeficiente de expansión lineal de la barra es $25\times10^{-6}(°C)^{-1}$, encontrar el levantamiento central.



Consideremos la mitad de la barra.
Longitud original, $\ell_o = L_o/2$

Longitud después del incremento de temperatura, $\ell = \ell_o + \alpha\,\ell_o\,\Delta T$

Usando el teorema de Pitágoras,

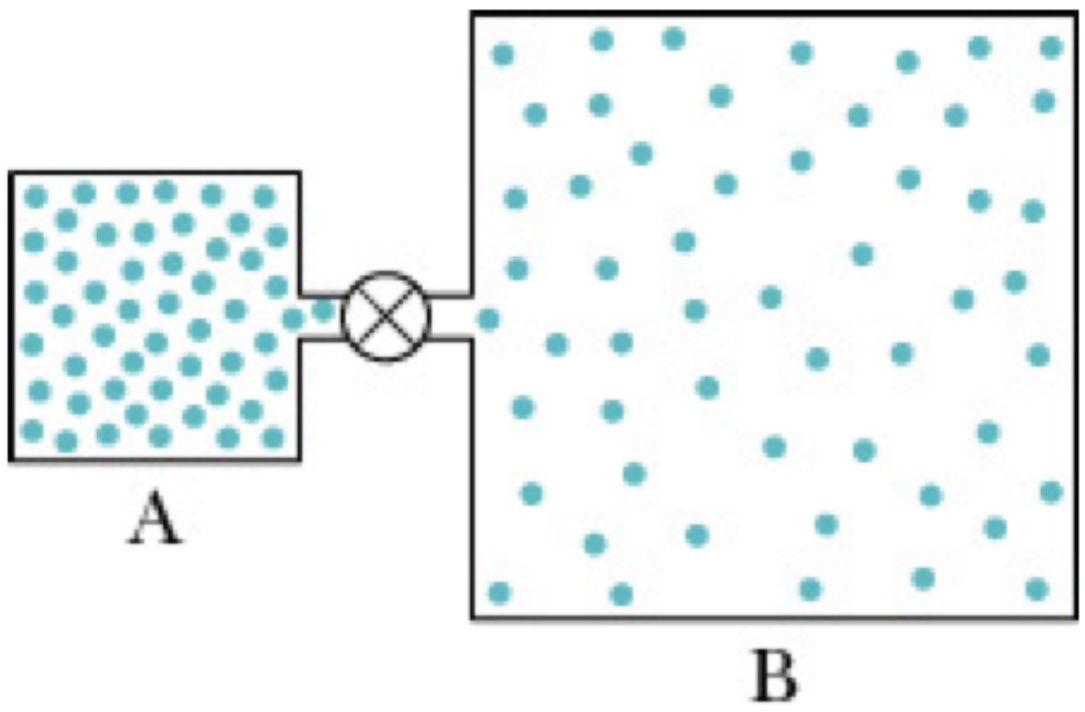
$$y^2 = \ell^2 - \ell_o^2 = \ell_o^2\,(1 + \alpha\,\Delta T)^2 - \ell_o^2$$

Como el cambio es pequeño, $(1 + \alpha\,\Delta T)^2 \approx 1 + 2\,\alpha\,\Delta T$.

$$y^2 = 2\,\ell_o^2\,\alpha\,\Delta T \quad \longrightarrow \quad \mathbf{y = \ell_o\sqrt{2\,\alpha\,\Delta T} = 7{,}5\times10^{-2}\ m}$$

Problema #2

El contenedor *A* de la figura mantiene un gas ideal a una presión de 5.0×10^5 Pa y a una temperatura de 300 K. Está conectado por un tubo delgado (con una válvula cerrada) al contenedor *B*, que tiene un volumen cuatro veces más grande que el volumen de *A*. El contenedor *B* contiene el mismo gas ideal para a una presión de 1.0×10^5 Pa y a una temperatura de 400 K. La válvula es abierta para igualar las presiones pero las temperaturas de cada contenedor son mantenidas. ¿Cuál es la presión final?



Respuesta:
$2x10^5$ Pa

Próxima clase: primera ley para sistemas cerrados

