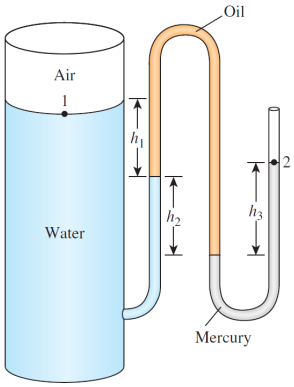
FIS1523 ⋆ Termodinámica
✓ **Ayudante:** *Sebastián Urrutia Quiroga*
✓ **Correo:** sgurruti@uc.cl
✓ **Página Web:** web.ing.puc.cl/~sgurruti/termo

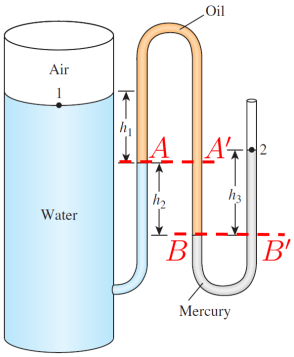
Ayudantía ⋆ Presión y Temperatura

1. El agua en un tanque está presurizada por aire, y la presión se mide con un manómetro de varios fluidos, el cual se muestra en la figura. Determine la presión manométrica o relativa del aire en el tanque, si $h_1 = 0.2\,\text{m}$, $h_2 = 0.3\,\text{m}$ and $h_3 = 0.4\,\text{m}$. Considere que las densidades del agua, aceite y mercurio son $1000\,\text{kg/m}^3$, $850\,\text{kg/m}^3$ y $13600\,\text{kg/m}^3$, respectivamente.



Solución:

Consideremos la siguiente situación:



La presión en el punto A es:

$$P_A = P_{aire} + \rho_{ag} g h_1$$

Como se trata de un mismo fluido, es posible afirmar que $P_A = P_{A'}$ pues se encuentran a la misma altura. Por otra parte,

$$P_B = P_{A'} + \rho_{ac} g h_2 = P_A + \rho_{ac} g h_2 = P_{aire} + g(\rho_{ag} h_1 + \rho_{ac} h_2)$$

El mismo argumento anterior, $P_B = P_{B'}$. Además,

$$P_{B'} = P_{atm} + \rho_{me} g h_3$$

Igualando,

$$P_{atm} + \rho_{me} g h_3 = P_{aire} + g(\rho_{ag} h_1 + \rho_{ac} h_2)$$

de donde podemos despejar la presión relativa:

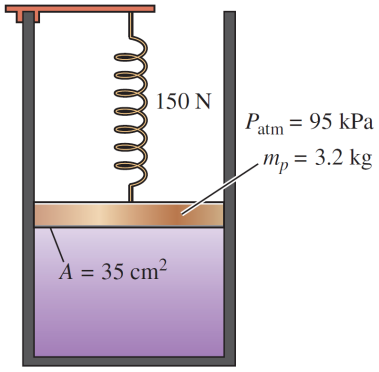
$$P_{aire,rel} = P_{aire} - P_{atm} = g(\rho_{me} h_3 - \rho_{ag} h_1 - \rho_{ac} h_2)$$

Reemplazando los valores,

$$P_{aire,rel} = 48.9\,\text{kPa}$$

■

2. Un gas está contenido en un dispositivo pistón-cilindro, vertical y sin roce. El pistón tiene una masa de 3.2 kg y una sección transversal de 35 cm^2. Un resorte comprimido sobre el pistón ejerce una fuerza de 150 N sobre el pistón. Si la presión atmosférica es de 95 kPa, determine la presión del gas dentro del cilindro.



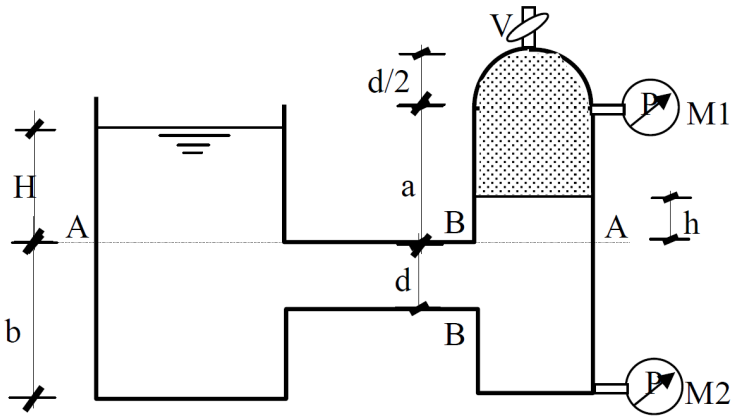
Solución:

Por equilibrio de fuerzas,

$$\begin{aligned} F_{\uparrow} &= F_{\downarrow} \\ P_{gas} A &= F_{resorte} + Mg + P_{atm} A \\ P_{gas} &= \frac{F_{resorte} + Mg}{A} + P_{atm} \\ &= \frac{150\,\text{N} + 3.2\,\text{kg} \times 9.81\,\text{m/s}^2}{35 \times 10^{-4}\,\text{m}^2} + 95\,\text{kPa} \\ &= 146.83\,\text{kPa} \end{aligned}$$

■

3. El estanque de la figura está formado por dos compartimientos cilíndricos verticales, unidos por un tubo horizontal de diámetro d que permite que pase el líquido entre ellos. El estanque de la izquierda posee diámetro $2d$ y está abierto a la atmósfera en la parte superior. El estanque de la derecha es de diámetro d y está tapado por una semiesfera. En este estanque se han colocado dos manómetros, M_1 y M_2. Inicialmente, los estanques se encuentran llenos con un líquido de densidad ρ_l hasta la línea AA', y resto del estanque derecho se ha llenado con un gas de densidad ρ_g a presión atmosférica. Posteriormente, se continúa llenando el lado izquierdo hasta que el líquido alcanza una altura H sobre la línea AA'. En el lado derecho, mientras tanto, el líquido alcanza una altura h sobre la línea AA' y el gas atrapado se ha comprimido.



Indique el valor de la presión relativa que marca el manómetro M_2 ubicado en la base del estanque derecho, y el valor de la presión absoluta que marca el manómetro M_1 ubicado en la parte superior. Asuma que la densidad del gas es despreciable respecto a la del líquido, por lo que puede ser tomada igual a cero.

Solución:

En la línea AA' las presiones son iguales en ambos estanques:

$$P_{AA',izquierda} = P_{AA',derecha}$$

donde:

$$\begin{aligned} P_{AA',izquierda} &= P_{atm} + \rho_l g H \\ P_{AA',derecha} + \rho_l g b &= P_2 \end{aligned}$$

Por tanto,

$$P_2{}^{(rel)} = P_2 - P_{atm} = \rho_l h(H+b)$$

Además,

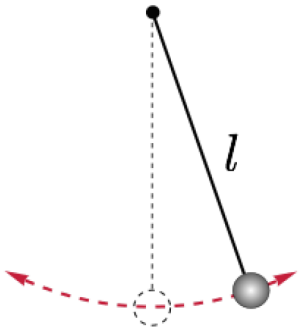
$$\begin{aligned} P_{AA',izquierda} &= P_1 + \cancelto{0}{\rho_g g(a-h)} + \rho_l g h \\ &= P_1 + \rho_l g h \\ P_{AA',derecha} &= P_{atm} + \rho_l g H \end{aligned}$$

Igualando,

$$P_1{}^{(abs)} = P_1 = P_{atm} + \rho_l g(H - h)$$

■

4. Se quiere usar el periodo de un péndulo simple como propiedad termométrica para definir una escala lineal de temperatura centígrada, es decir, que marque 0° a la temperatura de fusión del hielo y 100° a la temperatura de evaporación del agua (a presión atmosférica). El periodo está dado por $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$, donde ℓ es la longitud de la barra, en este caso de aluminio ($\alpha = 2.45 \times 10^{-5\,\circ}\,\mathrm{C}^{-1}$), y $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ es la aceleración de gravedad.



Sabiendo que la longitud del péndulo a 0° C es de 1 m, determine la temperatura que marca el termómetro cuando el periodo es de 2.007 s. ¿A qué temperatura corresponde en ° C? Si el péndulo está suspendido a 1 cm del suelo, ¿cuál es la temperatura máxima que éste puede medir? ¿A qué temperatura corresponde en ° C? Trabaje con cinco cifras decimales; para cada número que calcule, siempre trunque antes de reemplazar.

Solución:

La escala de temperatura que estamos definiendo debe ser lineal en el periodo. Además, debe marcar 0° cuando el largo del péndulo es $\ell_0 = 1\,\mathrm{m}$ y 100° cuando el largo del péndulo es:

$$\begin{aligned} \ell_{100} &= \ell_0(1 + \alpha \cdot 100^\circ\,\mathrm{C}) \\ &= 1.00245\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Luego,

$$T(\tau) = \left(\frac{\tau - \tau_0}{\tau_{100} - \tau_0}\right) 100^\circ$$

donde los periodos correspondientes son

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 2.00607\,\mathrm{s} \\ \tau_{100} &= 2.00853\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Evaluando para $\tau = 2.007\,\mathrm{s}$ obtenemos:

$$T(2.007) = 37.80488^\circ$$

El péndulo toca el suelo cuando el largo es $\ell_{max} = 1.01\,\mathrm{m}$. El periodo correspondiente es

$$\tau_{max} = 2.01607\,\mathrm{s}$$

Entonces, la temperatura máxima que mide el péndulo es:

$$T_{max} = T(\tau_{max}) = 406.50406^\circ$$

Para calcular las temperaturas en grados Celcius, invertimos la relación

$$\ell(T_C) = \ell_0\Big(1 + \alpha(T_C - T_0)\Big) \qquad \longrightarrow \qquad T_C(\ell) = T_0 + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\ell}{\ell_0} - 1\right)$$

El largo del péndulo para $\tau = 2.007\,\mathrm{s}$ es

$$\begin{aligned} \ell_{2.007} &= \left.\frac{g\tau^2}{4\pi^2}\right|_{\tau=2.007\,\mathrm{s}} \\ &= 1.00093\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Así,

$$T_C(1.00093) = 37.95919^\circ\,\mathrm{C}$$

La temperatura máxima en grados Celcius es

$$T_C(1.01) = 408.16327^\circ\,\mathrm{C}$$

■