Interrogación 1

Fecha: 10 de Abril de 2025

Formulario

Escala Kelvin se relaciona con la Celsius mediante:

$$T(\mathrm{K}) = T(^\circ\,\mathrm{C}) + 273$$

Presión atmosférica

$$P_{\mathrm{atm}} = 100\,\mathrm{kPa}$$

Variación de la presión en un fluido de densidad ρ con la altura h

$$P(h) = P_0 + \rho g h$$

Transferencia de Calor por conducción en medio de longitud Δx y diferencia de temperatura ΔT entre los extremos:

$$H = \dot{Q} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Transferencia de Calor por convección desde una superficie (s) a un fluído (f):

$$H = \dot{Q} = hA(T_f - T_s)$$

Transferencia neta de Calor por radiación de un objeto a temperatura T_o a un medio encerrado por superficies a temperatura T_m:

$$H = \dot{Q} = \sigma\varepsilon A\left(T_o^4 - T_m^4\right)$$

donde ε es la emisividad de la superficie del objeto y $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$ es la constante de Stefan-Boltzmann.

Dilatación térmica:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$
$$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$$
$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

donde $\beta = 3\alpha$ en caso de líquidos y gases.
Trabajo realizado por un sistema al cambiar del estado A al estado B:

$$W_{AB} = \int_A^B P dV$$

Primera Ley de la Termodinámica (sistema cerrado):

$$dU = \delta Q - \delta W,$$

donde dU es la variación de energía interna y δQ el flujo de calor.

1. Un gasómetro (véase la figura) puede modelarse como una **campana cilíndrica móvil** de diámetro $D = 40\,\text{m}$, que flota sobre un depósito de agua. La campana encierra metano a una temperatura $T = 25°\text{C}$ y ocupa un volumen de altura $H = 15\,\text{m}$.

   La presión atmosférica externa es $P_{\text{atm}} = 980 \times 10^2\,\text{Pa}$, y la campana tiene una masa total $M = 500 \times 10^3\,\text{kg}$.

   Debido a su peso, la campana ejerce una presión adicional sobre el gas contenido en su interior, actuando de manera análoga a un pistón móvil en equilibrio mecánico. Además, el gasómetro utiliza un sello de agua que genera una diferencia de altura ΔL entre el nivel del agua en el interior y el exterior (comúnmente denominado *guardia hidráulica*).

   La densidad del agua (a la temperatura dada) es aproximadamente $\rho_a = 1000\,\text{kg/m}^3$. La densidad del metano depende de la temperatura T y de la presión del gas P_m en el interior del gasómetro según la siguiente expresión:

$$\rho_m = \sigma_m \frac{P_m}{T}$$

   con $\sigma_m = 16 \times 10^{-5}\ \text{Kg m}^{-3}\ °\text{C Pa}^{-1}$.

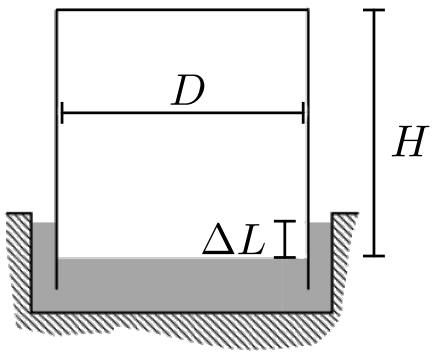
   (a) Muestre que la presión del metano en el interior del gasómetro es $P_m = 1019 \times 10^2$ Pa. **[0.5 ptos.]**

   (b) Determine el desnivel ΔL en la guardia hidráulica. **[2.0 ptos.]**

   (c) Calcule la masa M_m del metano contenido. **[1.0 pto.]**

   (d) Si la presión atmosférica cambia de valor a $P'_{\text{atm}} = 1040 \times 10^2$ Pa, determine el nuevo valor de la altura del gas H' al interior del cilindro. **[2.0 ptos.]**

   (e) Determine el desnivel en la guardia hidráulica $\Delta L'$ en el caso de la pregunta (d). **[0.5 ptos.]**



El valor de la aceleración de gravedad no fue informado en enunciado, por lo que se considera correcto resultados numéricos considerando $g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$, $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$ y $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

(a) En condiciones de equilibrio, la presión interna del metano P_m es igual a la presión atmosférica P_{atm} más la presión ejercida por la campana metálica P_M. Esta última está dada por el peso de la campana dividido por la superficie, es decir:

$$P_M = \frac{Mg}{A} = 4\frac{Mg}{\pi D^2} \simeq 3906\ \mathrm{Pa}\,. \qquad \text{(0.3 ptos.)}$$

Por lo tanto

$$P_m = P_{\mathrm{atm}} + P_M \simeq 1019 \times 10^2\ \mathrm{Pa}\,. \qquad \text{(0.2 ptos.)}$$

■

(b) **Para este problema, se asume conocida la presión del metano de la parte a).**
Para el equilibrio hidrostático, la presión interna P_m sobre la superficie del agua debe ser igual a la presión atmosférica externa más la presión P_h debida al desnivel en la guardia hidráulica. Esta última vale:

$$P_h = \rho_a g \Delta L\,. \qquad \text{(0.5 ptos.)}$$

Por lo tanto

$$P_{\mathrm{atm}} + P_M = P_m = P_{\mathrm{atm}} + P_h \qquad \text{(0.5 ptos.)}$$

se deduce que $P_h = P_M$ y, en consecuencia,

$$\Delta L = \frac{P_M}{\rho_a g} \simeq 0,39\ \mathrm{m} = 390\ \mathrm{mm}\,. \qquad \text{(1 pto.)}$$

En último paso, se asigna puntaje parcial para la expresión algebraica (+0.5) y el valor numérico (+0.5)
■

(c) Dado que

$$\frac{P_m}{T} \simeq 4076\ \mathrm{Pa}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$$

sigue que $\rho_m \simeq 0,65\ \mathrm{Kg\ m^{-3}}$. (0.5 pto.)
Por lo tanto, la masa total de metano es

$$M_m = \rho_m A H = \frac{\pi}{4}\rho_m H D^2 \simeq 1,24 \times 10^4\ \mathrm{Kg}\,. \qquad \text{(0.5 ptos.)}$$

En último paso, se asigna puntaje parcial para la expresión algebraica (+0.25) y el valor numérico (+0.25)
■

(d) Cuando la presión atmosférica cambia al valor P'_{atm}, la nueva presión interna del metano se convierte en

$$P'_m = P'_{\mathrm{atm}} + P_M$$

por el mismo razonamiento en el punto (a). Para el cambio de presión la altura H del metano cambia a un valor H' y, debido al cambio de volumen (la masa M_m es constante), la nueva densidad resulta

$$\rho'_m = \frac{M_m}{\frac{\pi}{4}H' D^2} = \sigma_m \frac{P'_m}{T} \qquad \text{(0.5 ptos.)}$$

dado que la temperatura se mantiene constante. Por lo tanto se obtiene que

$$\frac{\rho'_m}{\rho_m} = \frac{H}{H'} = \frac{P'_m}{P_m} \qquad \text{(0.5 ptos.)}$$

y, en consecuencia,

$$H - H' = H\left(1 - \frac{P_m}{P'_m}\right) = H\left(1 - \frac{P_{\mathrm{atm}} + P_M}{P'_{\mathrm{atm}} + P_M}\right) = H\left(\frac{P'_{\mathrm{atm}} - P_{\mathrm{atm}}}{P'_{\mathrm{atm}} + P_M}\right) = 15 \times 0,056\ \mathrm{m} = 0,83\ \mathrm{m}\,. \quad \text{(1 pto.)}$$

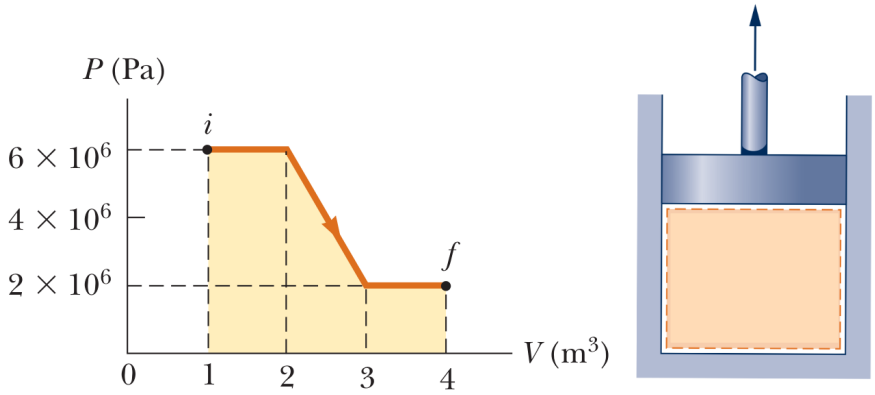
En último paso, se asigna puntaje parcial para la expresión algebraica (+0.5) y el valor numérico (+0.5) ■

(e) Por el mismo argumento en el punto (d) el ΔL no depende de la presión atmosférica. Por lo que no hay variación en el desnivel en la guardia hidráulica. (0.5 ptos.)
■

2. Una sustancia compresible se encuentra contenida en un sistema cerrado pistón–cilindro, como se muestra en la figura. El sistema evoluciona desde un estado inicial i hasta un estado final f siguiendo el camino indicado en el diagrama presión–volumen adjunto. Durante el proceso ingresa al sistema una cantidad de calor $Q_1 = 9\,\text{MJ}$ y, simultáneamente, sale del sistema una cantidad de calor $Q_2 = 3\,\text{MJ}$. El proceso es cuasiestático, el pistón se mueve sin fricción y el único trabajo considerado es el trabajo de frontera asociado a la fuerza externa que actúa sobre el pistón. No hay variaciones apreciables de energía cinética ni de energía potencial.

   a) A partir de la información contenida en el diagrama $P - V$, determine el trabajo total realizado por el sistema durante el proceso. **[3.0 ptos.]**

   b) Determine el calor neto intercambiado con el entorno y la variación de la energía interna del sistema entre los estados i y f. Indique además si la energía interna del sistema aumenta o disminuye durante el proceso. **[3.0 ptos.]**



a) El trabajo de frontera está dado por:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P\,dV,$$

que corresponde al área bajo la curva del diagrama $P - V$. En este caso podemos dividir el área en tres tramos, y el trabajo total será la suma de los trabajos realizados en cada tramo (también se puede calcular el área bajo la curva de una sola vez).

Para el primer tramo isobárico tenemos:

$$W_1 = P\Delta V = (6\times 10^6)(2-1)\,\text{J} = 6\,\text{MJ} \quad \text{1.0 pto.}$$

Para el segundo tramo:

$$W_2 = \frac{P_i + P_f}{2}\Delta V = \frac{6\times 10^6 + 2\times 10^6}{2}(3-2)\,\text{J} = 4\,\text{MJ} \quad \text{1.0 pto.}$$

Y para el terce tramo:

$$W_3 = P\Delta V = (2\times 10^6)(4-3)\,\text{J} = 2\,\text{MJ} \quad \text{1.0 pto.}$$

Por lo tanto el trabajo realizado por el sistema total es:

$$\boxed{W = W_1 + W_2 + W_3 = 12\,\text{MJ}}$$

■

b) El calor neto intercambiado con el ambiente está dado por:

$$\boxed{Q_{\text{neto}} = Q_1 - Q_2 = 9\,\text{MJ} - 3\,\text{MJ} = 6\text{MJ}} \quad \text{1.0 pto.}$$

Aplicando la primera ley de la termodinámica para un sistema cerrado (donde W es el trabajo neto realizado **por** el sistema) , tenemos que:

$$\boxed{\Delta U = Q - W = 6\,\text{MJ} - 12\,\text{MJ} = -6\,\text{MJ}} \quad \text{1.0 pto.}$$

En última expresión se asigna 0.5 puntos por primera ley correcta y 0.5 por valor numérico.

Es decir, la energía del sistema disminuye. 1.0 pto.

■

3. (a) Se quiere llenar un tanque de paredes delgadas con 10 galones ($1\,\text{gal} = 0.0038\,\text{m}^3$) de gasolina ($\beta = 9.6 \times 10^{-4}\,^\circ\text{C}^{-1}$) y se tienen 2 horarios disponibles para hacerlo: a las 7 am, cuando la temperatura es 0°C o después de almuerzo, cuando la temperatura es de 20°C. Calcule la masa extra de gasolina que se obtiene al llenar el tanque en la mañana, sabiendo que la densidad de la gasolina a esa hora es de $730\,\text{kg}/\text{m}^3$. **[4.0 ptos.]**

   (b) Un cilindro pistón contiene agua (sustancia pura) que inicialmente se encuentra como una mezcla saturada líquido-vapor en el estado 1. El sistema se somete a los siguientes procesos cuasiestáticos:

   - Proceso $1 \to 2$ (compresión isotérmica): El sistema se comprime lentamente manteniendo la temperatura constante T_1 hasta alcanzar el estado de líquido saturado.
   - Proceso $2 \to 3$ (compresión adicional isotérmica): Se continúa comprimiendo el sistema a temperatura constante hasta alcanzar una presión mayor P_3, en la región de líquido comprimido.
   - Proceso $3 \to 4$ (calentamiento a presión constante): El sistema se calienta a presión constante P_3 hasta entrar nuevamente en la región de mezcla líquido-vapor, de tal manera que el volumen específico alcanzado es mayor al del estado 1.

   Dibuje cualitativamente los procesos $1 \to 2 \to 3 \to 4$ en un diagrama $P - v$ y $T - v$. Indique claramente las regiones de líquido comprimido, mezcla líquido vapor y vapor. **[2.0 ptos.]**

a) Se presentan dos posibles soluciones al problema:

Forma 1: Sea ρ_1 y ρ_2 las densidades de la gasolina en la mañana y en la tarde respectivamente. La diferencia de masa entre los dos procesos se puede escribir como

$$m_1 - m_2 = (\rho_1 - \rho_2)V. \qquad \text{(2 punto)} \tag{1}$$

Por lo tanto, es necesario encontrar la relación de la densidad con la variación de temperatura. Para esto, tomemos una cantidad fija de masa y veamos como debe variar el volumen y la densidad para que no varíe.

$$m = \rho V \longrightarrow 0 = \Delta\rho V + \Delta V \rho, \qquad \text{(0.5 puntos)}$$

despejando la variación de volumen se obtiene

$$\Delta V = -\frac{\Delta\rho}{\rho} V. \qquad \text{(0.5 puntos)}$$

Reemplazando en la ecuación de dilatación térmica

$$-\frac{\Delta\rho}{\rho} V = V\beta\Delta T,$$
$$\Delta\rho = -\rho\beta\Delta T. \qquad \text{(1 punto)} \tag{2}$$

Reemplazando (2) en (1), y teniendo en cuenta que $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$,

$$m_1 - m_2 = V\beta\rho_1\Delta T. \qquad \text{(0.5 puntos)}$$

Finalmente

$$m_! - m_2 = 0.53\ Kg \qquad \text{(0.5 puntos)}$$

Forma 2: Consideremos que la masa de gasolina se puede calcular como:

$$m_1 = \rho_1 V \qquad \text{(1.0 punto)}$$
$$m_2 = \rho_2 V \qquad \text{(1.0 punto)}$$

donde ρ_1 y ρ_2 son las densidades de la gasolina a $T_1 = 0°$ y $T_2 = 20°$.
Para calcular la densidad de la gasolina a la temperatura $T_2 = 20°$, considere que se tiene una masa m_1 originalmente y que sólo se expande el volumen, por lo que:

$$\rho_2 = \frac{m_1}{V_2}$$
$$\rho_2 = \frac{m_1}{V(1+\beta\Delta T)}$$
$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{(1+\beta\Delta T)} \qquad \text{(2.0 puntos)}$$

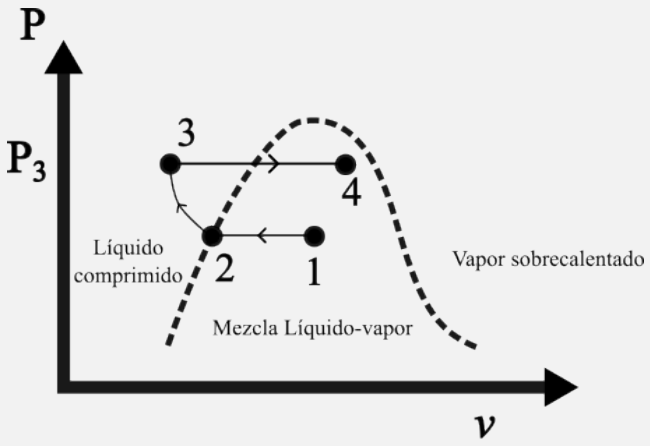
Entonces, la diferencia de masas será:

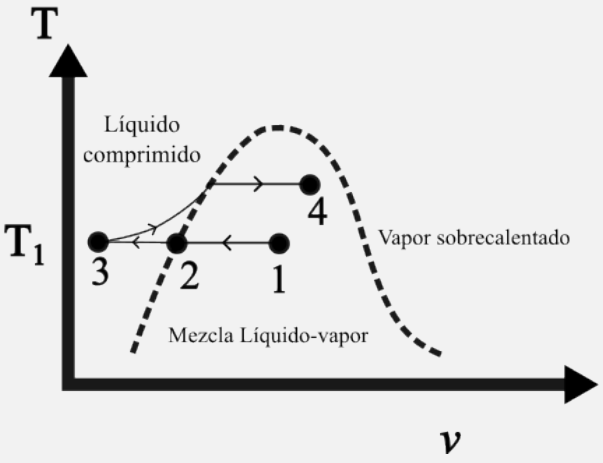
$$\Delta m = m_2 - m_1 \qquad \text{(1.0 puntos)}$$
$$\Delta m = \rho_2 V - \rho_1 V$$
$$\Delta m = \left(\frac{\rho_1}{(1+\beta\Delta T)} - \rho_1\right) V$$
$$\Delta m = -\rho_1\beta V\Delta T = 0.53 \qquad \text{(1.0 puntos)}$$

En último paso, se asigna puntaje parcial para la expresión algebraica (+0.5) y el valor numérico (+0.5) ■

b) Distribución de puntajes:

- 0.2 puntos cada estado en la zona correcta: 0.8 puntos en total
  - Estado 1: al interior de la campana (mezcla).
  - Estado 2: sobre línea de saturación.
  - Estado 3: en zona líquido comprimido.
  - Estado 4: al interior de la campana (mezcla) a la derecha del estado 1.
- 0.2 puntos cada proceso en diagrama Pv: 0.6 puntos en total
  - Proceso $1 \to 2$ con T constante: línea recta horizontal al interior de campana.
  - Proceso $2 \to 3$ en isoterma. (no se evalúa la forma de la curva)
  - Proceso $3 \to 4$ a P constante (línea recta horizontal).
- 0.3 puntos cada proceso en diagrama Tv: 0.6 puntos en total
  - Proceso $1 \to 2 \to 3$ con T constante, línea horizontal.
  - Proceso $3 \to 4$ a P constante. Incluye dibujar la isobara en la zona de líquido comprimido y luego hacer la recta horizontal al interior de la campana.





■