FIS1523 - Interrogación No. 2

Facultad de Física
Pontificia Universidad Católica de Chile
Primer Semestre 2013

P1	P2	P3	Nota

Tiempo para responder: 120 minutos

Nombre: _____

Atención!!

- Si utiliza lápiz de grafito, perderá la posibilidad de reclamar errores de corrección.
- El profesor no se hace responsable de las respuestas que los ayudantes puedan dar a sus consultas durante el examen.

Problema 1

La ecuación de van der Waals es

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \tag{1}$$

donde V_m es el volumen por mol de substancia y R es la constante universal de los gases.

(a) (2 puntos) Cuál es el significado físico de las constante a y b en la ecuación de van der Waals?

(b) (1 punto) Los términos a y b pueden estimarse mediante las expresiones,

$$a = \frac{27R^2T_{cr}^2}{64P_{cr}} \qquad b = \frac{RT_{cr}}{8P_{cr}} \tag{2}$$

donde P_{cr} y T_{cr} son la presión y temperatura crítica de la substancia. La temperatura crítica para el CO_2 son 7.5 MPa y 304 K. Calcule a, b para el CO_2.

(c) (1 punto) Calcule la presión a 20 °C de 2.55 mol de gas CO_2 que ocupa un volumen de 15 litros asumiendo que la ecuación del gas ideal es correcta.

(d) (2 puntos) Calcule la presión a 20 °C de 2.55 mol de gas CO_2 que ocupa un volumen de 15 litros asumiendo que la ecuación de van der Waals es correcta.

Problema

a) El parámetro b en la ecuación de van der Waals representa el volumen excluido. Ya que las partículas de gases reales tienen un tamaño distinto de cero y por lo tanto utilizan un espacio que otras partículas no pueden utilizar.

El parámetro a representa la reducción de la presión debido a las fuerzas intermoleculares que actúan a distancia en un gas real.

b) Si $R = 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$, $T_c = 304\,K$ y $P_c = 7.5\,MPa$ para el dioxido de carbono, tenemos que

$$a = 0.3593 \frac{J^2 K^2}{mol^2 \cdot K^2 Pa} = 0.3593 \frac{Pa\, m^6}{mol^2} \text{ o } \frac{J m^3}{mol^2}$$

$$b = 4.21 \times 10^{-5} \frac{J}{mol \cdot K} \cdot \frac{K}{Pa} = 4.21 \times 10^{-5} \frac{m^3}{mol}$$

c) Si consideramos al CO_2 como un gas ideal que obedece, $PV = nRT$, la presión es

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{2.55 \times 8.314 \times (20 + 273.15)}{15 \times 1000 \times (0.01)^3} \; mol \cdot \frac{J}{mol \cdot K} \cdot K \cdot \frac{1}{m^3}$$

$$= 4.1433 \times 10^5\, Pa = 414\, kPa$$

d) Utilizando la ecuación de van der Waals

$$P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}$$

donde $V_m = \frac{V}{n} = \frac{15 \times 1000 \times (0.01)^3 m^3}{2.55} = 0,0059 \frac{m^3}{mol}$

luego, $P = \frac{8.314 \times (273.15 + 20)}{5.9 \times 10^{-3} - 4.21 \times 10^{-5}} \cdot \frac{J}{mol \cdot K} \cdot \frac{K \cdot mol}{m^3}$

$$- \frac{0.3593}{(5.9 \times 10^{-3})^2} \frac{J\, m^3}{mol^2} \cdot \frac{mol^2}{m^6}$$

$P = 4.0694 \times 10^5 Pa$

$= 407 \; kPa$

Nombre: _____

Problema 2

Un edificio que tiene un volumen interno de 500 m^3 es calentado a través de una resistencia de 40 kW que se encuentra dentro de un conducto dentro del edificio. Inicialmente, el aire en el edificio está a 15 °C y la presión atmosférica es 100 kPa. El edificio pierde energía por calor a una tasa de 400 kJ por minuto y el aire se hace circular mediante un ventilador de 300 W y experimenta un aumento de temperatura de 5 °C cada vez que pasa a través del conducto el que puede considerarse como adiabático.

(a) (4 puntos) Cuánto tiempo se requiere para elevar la temperatura del aire a 25 °C?

(b) (2 puntos) Determine la tasa de flujo de masa a través del conducto.

La constante específica del gas es 0.287 kPa m^3 / kg ·K y los calores específicos a temperatura ambiente para el aire son $c_P = 1{,}005$ kJ/kg· K y $c_V = 0{,}718$ kJ/kg· K.

Problema

a) En primer lugar debemos calcular la cantidad de masa que se requiere calentar. Utilizando la ecuación del gas ideal,

$$m = \frac{P_i V_i}{R_e T_i} = \frac{100\ kPa \cdot 500\ m^3}{0.287\ \frac{kPa\ m^3}{kg \cdot K} \cdot (273.15+15)K} = 604.6\ kg$$

donde R_e es la constante específica para el aire.

Para calcular el tiempo que se requiere para calentar el aire, podemos aplicar la primera ley de la termodinámica para sistemas cerrados sobre el edificio completo,

$$Q - W = \Delta U \quad \text{o} \quad \dot{Q} - \dot{W} = \Delta \dot{U} \text{ en forma diferencial}$$

donde $\dot{Q} = -\frac{400}{60} \cdot \frac{kJ}{s} = -\frac{20}{3}\ \frac{kJ}{s}$

$$\dot{W} = -40\ kW - 300\ W = -40.3\ kJ/s$$

Ya que el volumen del edificio no cambia, podemos calcular $\Delta U = m C_v \Delta T$

y $\Delta \dot{U} = \Delta U / \Delta t$ donde Δt es el tiempo buscado.

Luego, $\Delta t = \frac{m C_v \Delta T}{\dot{Q} - \dot{W}}$

Si $C_v = 0.718\ \frac{kJ}{kg \cdot K}$ y $\Delta T = 25 - 15 = 10\ K$

tenemos que $\Delta t = \frac{604.6\ kg \cdot 0.718\ kJ/kgK \cdot 10\ K}{-\frac{20}{3}\ kJ/s + 40.3\ kJ/s} = 129.1\ seg.$

b) Para determinar la tasa de flujo que pasa a través del conducto podemos aplicar el balance de energía al conducto,

$$\dot{Q} - \dot{W}_{otros} = \cancel{\frac{d}{dt}\int_{V_c} \rho e \, dV} + \dot{m}_{out}\Theta_{out} - \dot{m}_{in}\Theta_{in}$$

≈ 0 (sistema estacionario)

donde podemos asumir que el conducto opera de forma estacionaria.

Por conservación de masa, $\frac{dm_{V_c}}{dt} = 0 = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$

tenemos que $\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} = \dot{m}$

También podemos asumir que el ducto se encuentra aislado y que no existe cambio de energía cinética y potencial del aire al pasar a través del ducto. Entonces,

$$-\dot{W}_{otros} = \dot{m}(h_{out} - h_{in}) = \dot{m} c_p \Delta T$$

donde hemos calculado el cambio de entalpía como $\Delta h = c_p \Delta T$ con $\Delta T = T_{out} - T_{in} = 5°C$.

Entonces, $\dot{m} = \frac{-\dot{W}_{otros}}{c_p \Delta T} = \frac{40\ kJ/s + 300\ W/s}{1.005\ \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 5\ K}$

$$\dot{m} = 8.02\ kg/s$$

Nombre: _____

Problema 3

Se requiere comprar un motor que opere en un ciclo de Carnot. Este recibirá 2000 kJ por calor a una temperatura de 1000 °C y liberará energía por calor a una temperatura de 500 °C. No existen otras transferencias de calor.

(a) (3 puntos) Encuentre una expresión para la entropía generada en términos de Q_H, Q_C, T_H y T_C. Hint: utilice la desigualdad de Clausius.

(b) (3 puntos) Cuando usted cotiza un motor de estas características, tres vendedores le ofrecen motores con eficiencias térmicas de (i) 75 %, (ii) 50 %, (iii) 25 %. Determine cuál de estos vendedores no esta en lo correcto y determine cuál de estos sistemas funciona en régimen reversible, irreversible e imposible..

Problema

a) Utilizando la desigualdad de Clausius

$$\Delta S = \oint \frac{dQ}{T} + S_{gen}$$

para un ciclo cerrado ($\Delta S = 0$), tenemos que

$$S_{gen} = -\oint \frac{dQ}{T} = -\left(\frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_C}{T_C}\right)$$

donde hemos considerado los dos procesos del ciclo de Carnot para los cuales existe transferencia de energía por calor.

b) Sabemos que en un proceso la entropía generada puede ser mayor o igual que cero. Para evaluar a los distintos vendedores debemos evaluar S_{gen}, para lo cual solo nos falta Q_C.

La eficiencia térmica se define como $\eta_T = \frac{W}{Q_H}$

Utilizando la primera ley de la termodinámica ($\Delta U = Q - W$) para un ciclo cerrado tenemos que

$$\Delta U = 0 \quad \rightarrow \quad W = Q = Q_H + Q_C$$

Luego $\eta_T = \frac{Q_H + Q_C}{Q_H} = 1 + \frac{Q_C}{Q_H}$

Por lo tanto, $Q_C = (\eta_T - 1) Q_H$, remplazando

$$S_{gen} = -\frac{(\eta_T - 1)}{T_C} Q_H - \frac{Q_H}{T_H} = \left(\frac{1 - \eta_T}{T_C} - \frac{1}{T_H}\right) Q_H$$

Entonces,

(i) $\eta_T = 75\%$

$$S_{gen} = \left(\frac{0.25}{500+273} - \frac{1}{1000+273} \right) 2000 \frac{kJ}{k} = -0.924 \frac{kJ}{k} < 0$$

Este proceso es imposible, el vendedor no está en lo correcto.

(ii) $\eta_T = 50\%$

$$S_{gen} = \left(\frac{0.5}{500+273} - \frac{1}{1000+273} \right) 2000 \frac{kJ}{k} = -0.277 \frac{kJ}{k} < 0$$

Este proceso también es imposible, el vendedor está equivocado.

(iii) $\eta_T = 25\%$

$$S_{gen} = \left(\frac{0.75}{500+273} - \frac{1}{1000+273} \right) 2000 \frac{kJ}{k} = 0.369 \frac{kJ}{k} > 0$$

Este proceso es posible, y es irreversible.