Termodinámica aplicada a Ingeniería

Compilado de problemas resueltos

Sebastián Urrutia Quiroga
sgurruti@uc.cl
www.sgurruti.cl

Primera Edición – Mayo de 2017

Disponible en línea: http://www.sgurruti.cl/

Sebastián Urrutia Quiroga
Contacto: sgurruti at uc.cl

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica que acredita al trabajo y a su autor.

Prohibida su Comercialización

Índice general

1. Presión, Temperatura y Calor 2

2. Gases Ideales y Primera Ley de la Termodinámica 16

3. Tablas Termodinámicas, Sustancias Puras y Gases Reales 31

4. Primera Ley en Sistemas de flujo estacionario 45

5. Primera Ley en Sistemas de flujo transiente 56

6. Eficiencia Térmica y Desigualdad de Clausius 67

7. Entropía 84

8. Segunda Ley de la Termodinámica y Balance de Entropía 93

9. Ciclos de Potencia 105

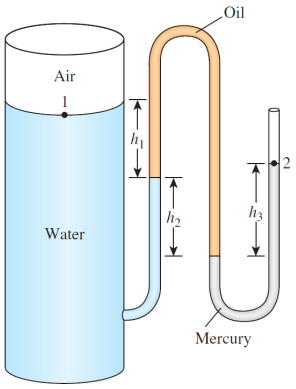
1

Presión, Temperatura y Calor



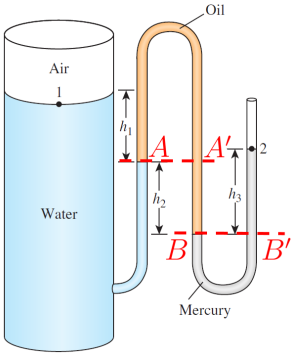
Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 1.1.
El agua en un tanque está presurizada por aire, y la presión se mide con un manómetro de varios fluidos, el cual se muestra en la figura. Determine la presión manométrica o relativa del aire en el tanque, si $h_1 = 0.2\,\text{m}$, $h_2 = 0.3\,\text{m}$ and $h_3 = 0.4\,\text{m}$. Considere que las densidades del agua, aceite y mercurio son $1000\,\text{kg/m}^3$, $850\,\text{kg/m}^3$ y $13600\,\text{kg/m}^3$, respectivamente.



Solución:

Consideremos la siguiente situación:



La presión en el punto A es:

$$P_A = P_{aire} + \rho_{ag} g h_1$$

Como se trata de un mismo fluido, es posible afirmar que $P_A = P_{A'}$ pues se encuentran a la misma altura. Por otra parte,

$$P_B = P_{A'} + \rho_{ac} g h_2 = P_A + \rho_{ac} g h_2 = P_{aire} + g(\rho_{ag} h_1 + \rho_{ac} h_2)$$

El mismo argumento anterior, $P_B = P_{B'}$. Además,

$$P_{B'} = P_{atm} + \rho_{me} g h_3$$

Igualando,

$$P_{atm} + \rho_{me} g h_3 = P_{aire} + g(\rho_{ag} h_1 + \rho_{ac} h_2)$$

de donde podemos despejar la presión relativa:

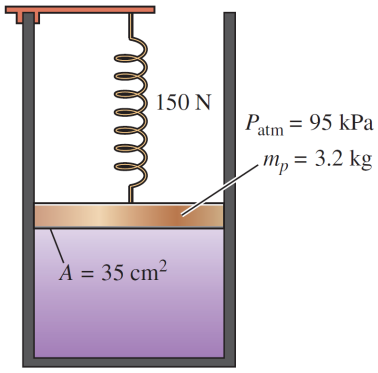
$$P_{aire,rel} = P_{aire} - P_{atm} = g(\rho_{me} h_3 - \rho_{ag} h_1 - \rho_{ac} h_2)$$

Reemplazando los valores,

$$P_{aire,rel} = 48.9\,\text{kPa}$$

■

Problema 1.2.
Un gas está contenido en un dispositivo pistón-cilindro, vertical y sin roce. El pistón tiene una masa de 3.2 kg y una sección transversal de 35 cm^2. Un resorte comprimido sobre el pistón ejerce una fuerza de 150 N sobre el pistón. Si la presión atmosférica es de 95 kPa, determine la presión del gas dentro del cilindro.



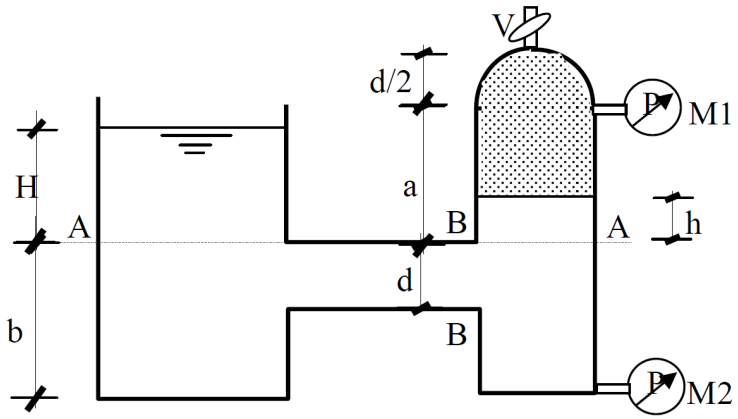
Solución:

Por equilibrio de fuerzas,

$$\begin{aligned}
F_{\uparrow} &= F_{\downarrow} \\
P_{gas} A &= F_{resorte} + Mg + P_{atm} A \\
P_{gas} &= \frac{F_{resorte} + Mg}{A} + P_{atm} \\
&= \frac{150\,\text{N} + 3.2\,\text{kg} \times 9.81\,\text{m/s}^2}{35 \times 10^{-4}\,\text{m}^2} + 95\,\text{kPa} \\
&= 146.83\,\text{kPa}
\end{aligned}$$

■

Problema 1.3.
El estanque de la figura está formado por dos compartimientos cilíndricos verticales, unidos por un tubo horizontal de diámetro d que permite que pase el líquido entre ellos. El estanque de la izquierda posee diámetro $2d$ y está abierto a la atmósfera en la parte superior. El estanque de la derecha es de diámetro d y está tapado por una semiesfera. En este estanque se han colocado dos manómetros, M_1 y M_2. Inicialmente, los estanques se encuentran llenos con un líquido de densidad ρ_l hasta la línea AA', y resto del estanque derecho se ha llenado con un gas de densidad ρ_g a presión atmosférica. Posteriormente, se continúa llenando el lado izquierdo hasta que el líquido alcanza una altura H sobre la línea AA'. En el lado derecho, mientras tanto, el líquido alcanza una altura h sobre la línea AA' y el gas atrapado se ha comprimido.



Indique el valor de la presión relativa que marca el manómetro M_2 ubicado en la base del estanque derecho, y el valor de la presión absoluta que marca el manómetro M_1 ubicado en la parte superior. Asuma que la densidad del gas es despreciable respecto a la del líquido, por lo que puede ser tomada igual a cero.

Solución:

En la línea AA' las presiones son iguales en ambos estanques:

$$P_{AA',izquierda} = P_{AA',derecha}$$

donde:

$$\begin{aligned} P_{AA',izquierda} &= P_{atm} + \rho_l g H \\ P_{AA',derecha} + \rho_l g b &= P_2 \end{aligned}$$

Por tanto,

$$P_2{}^{(rel)} = P_2 - P_{atm} = \rho_l h(H + b)$$

Además,

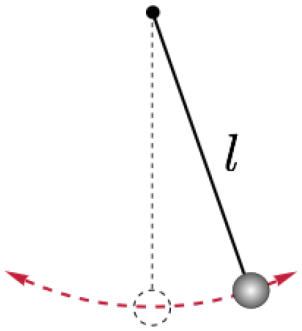
$$\begin{aligned} P_{AA',izquierda} &= P_1 + \cancelto{0}{\rho_g g(a - h)} + \rho_l g h \\ &= P_1 + \rho_l g h \\ P_{AA',derecha} &= P_{atm} + \rho_l g H \end{aligned}$$

Igualando,

$$P_1{}^{(abs)} = P_1 = P_{atm} + \rho_l g(H - h)$$

■

Problema 1.4.
Se quiere usar el periodo de un péndulo simple como propiedad termométrica para definir una escala lineal de temperatura centígrada, es decir, que marque 0° a la temperatura de fusión del hielo y 100° a la temperatura de evaporación del agua (a presión atmosférica). El periodo está dado por $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$, donde ℓ es la longitud de la barra, en este caso de aluminio ($\alpha = 2.45 \times 10^{-5}\,^\circ\mathrm{C}^{-1}$), y $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ es la aceleración de gravedad.



Sabiendo que la longitud del péndulo a 0° C es de 1 m, determine la temperatura que marca el termómetro cuando el periodo es de 2.007 s. ¿A qué temperatura corresponde en ° C? Si el péndulo está suspendido a 1 cm del suelo, ¿cuál es la temperatura máxima que éste puede medir? ¿A qué temperatura corresponde en ° C? Trabaje con cinco cifras decimales; para cada número que calcule, siempre trunque antes de reemplazar.

Solución:

La escala de temperatura que estamos definiendo debe ser lineal en el periodo. Además, debe marcar 0° cuando el largo del péndulo es $\ell_0 = 1\,\text{m}$ y 100° cuando el largo del péndulo es:

$$\begin{aligned} \ell_{100} &= \ell_0(1 + \alpha \cdot 100^\circ\,\text{C}) \\ &= 1.00245\,\text{m} \end{aligned}$$

Luego,

$$T(\tau) = \left(\frac{\tau - \tau_0}{\tau_{100} - \tau_0}\right) 100^\circ$$

donde los periodos correspondientes son

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 2.00607\,\text{s} \\ \tau_{100} &= 2.00853\,\text{s} \end{aligned}$$

Evaluando para $\tau = 2.007\,\text{s}$ obtenemos:

$$T(2.007) = 37.80488^\circ$$

El péndulo toca el suelo cuando el largo es $\ell_{max} = 1.01\,\text{m}$. El periodo correspondiente es

$$\tau_{max} = 2.01607\,\text{s}$$

Entonces, la temperatura máxima que mide el péndulo es:

$$T_{max} = T(\tau_{max}) = 406.50406^\circ$$

Para calcular las temperaturas en grados Celsius, invertimos la relación

$$\ell(T_C) = \ell_0\Big(1 + \alpha(T_C - T_0)\Big) \qquad \longrightarrow \qquad T_C(\ell) = T_0 + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\ell}{\ell_0} - 1\right)$$

El largo del péndulo para $\tau = 2.007\,\mathrm{s}$ es

$$\begin{aligned} \ell_{2.007} &= \left.\frac{g\tau^2}{4\pi^2}\right|_{\tau=2.007\,\mathrm{s}} \\ &= 1.00093\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

Así,

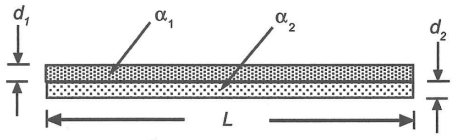
$$T_C(1.00093) = 37.95919^\circ\,\mathrm{C}$$

La temperatura máxima en grados Celsius es

$$T_C(1.01) = 408.16327^\circ\,\mathrm{C}$$

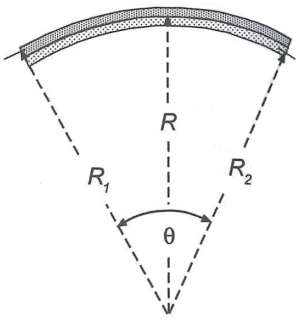
■

Problema 1.5.
Muchos interruptores eléctricos que se activan por cambio de temperatura se basan en la acción de láminas bimetálicas. Estas consisten de dos láminas metálicas delgadas unidas, como muestra la figura, con distinto coeficiente de dilatación lineal. El hecho que los coeficientes de dilatación lineal sean distintos hace que ante un cambio de temperatura la lámina se curve, debido al distinto cambio de longitud experimentado por ambos metales. Considere una lámina bimetálica de largo L, formada por dos metales de espesores d_1 y d_2, y coeficientes de dilatación térmica lineal α_1 y α_2, respectivamente. Suponiendo que a temperatura T la lámina no está deformada, encuentre el radio de curvatura R (promedio entre los radios de curvatura de cada barra) y el ángulo θ que subtiende, al experimentar un cambio de temperatura ΔT.



Solución:

Consideremos la siguiente situación:



La figura muestra esquemáticamente la curvatura experimentada por la lámina ante el cambio de temperatura. Al curvarse la lámina bimetálica, ambas láminas se curvan con radios de curvatura R_1 y

R_2 respectivamente, medidos desde el centro de cada lámina. Como para un arco de circunferencia de longitud s se cumple que $s = R\theta$, para cada lámina se cumple que:

$$\begin{aligned} L + \Delta L_1 &= R_1\theta \\ L + \Delta L_2 &= R_2\theta \end{aligned}$$

Como $R_1 - R_2$ es la distancia entre los centros de ambas láminas, se cumple que:

$$R_1 - R_2 = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Combinando las ecuaciones anteriores, se tiene

$$\frac{L + \Delta L_1}{\theta} - \frac{L + \Delta L_2}{\theta} = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Despejando θ,

$$\theta = \frac{2(\Delta L_1 - \Delta L_2)}{d_1 + d_2} = \frac{2L\Delta T(\alpha_1 - \alpha_2)}{d_1 + d_2}$$

El radio de curvatura se puede expresar en término de los radios de curvatura de cada lámina como

$$R = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

Esto es

$$R = \frac{2L + \Delta L_1 + \Delta L_2}{2\theta}$$

Reemplazando θ,

$$R = \frac{\Big(2 + \Delta T(\alpha_1 + \alpha_2)\Big)(d_1 + d_2)}{4\Delta T(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

■

Problema 1.6.
Una barra cilíndrica, sólida y homogénea de cobre tiene un radio externo de 3 cm a 27° C. Un tubo delgado de aluminio tiene un radio interior de 2.995 cm a la misma temperatura. Determine la temperatura a la cual deben calentarse ambos cuerpos para que el cilindro pueda ser insertado en el interior del tubo. Considere que:

$$\alpha_{Cu} = 17 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \qquad \wedge \qquad \alpha_{Al} = 24 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$$

Solución:

Al calentarse, la barra experimenta una expansión en su área, mientras que el tubo sufre una expansión lineal en su perímetro:

$$\begin{aligned} \text{tubo} \quad &\longrightarrow \quad \Delta P = \alpha_{Al} P_0 \Delta T \\ \text{barra} \quad &\longrightarrow \quad \Delta A = 2\alpha_{Cu} A_0 \Delta T \end{aligned}$$

donde hemos asumido que $\beta_{Cu} = 2\alpha_{Cu}$. Sea r_0 el radio inicial del tubo a temperatura T_0, y $r(T)$ el radio del tubo a temperatura T:

$$P_0 = 2\pi r_0 \qquad \wedge \qquad P(T) = 2\pi r(T)$$

con $\Delta P = P(T) - P_0$. Por otra parte, sea R_0 el radio inicial de la barra a temperatura T_0, y $R(T)$ el radio de la barra a temperatura T:

$$A_0 = \pi {R_0}^2 \qquad \wedge \qquad A(T) = \pi R(T)^2$$

con $\Delta A = A(T) - A_0$. A una temperatura T,

$$\begin{aligned} 2\pi r(t) &= 2\pi r_0(1 + \alpha_{Al}\Delta T) \\ r(t) &= r_0(1 + \alpha_{Al}\Delta T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi R(t)^2 &= \pi {R_0}^2(1 + 2\alpha_{Cu}\Delta T) \\ R(t) &= R_0(1 + 2\alpha_{Cu}\Delta T)^{1/2} \end{aligned}$$

En general, $2\alpha_{Cu}\Delta T \ll 1$, por lo que podemos realizar una expansión en serie de Taylor:

$$(1 + x)^\epsilon \approx 1 + \epsilon x$$

y, por tanto,

$$(1 + 2\alpha_{Cu}\Delta T)^{1/2} \approx 1 + \alpha_{Cu}\Delta T$$

Igualando los radios,

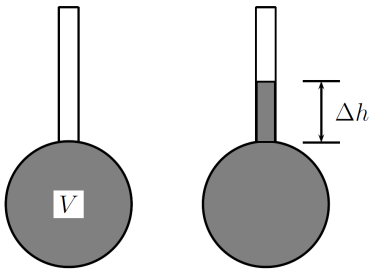
$$\begin{aligned} r(t) &= R(t) \\ r_0(1 + \alpha_{Al}\Delta T) &= R_0(1 + \alpha_{Cu}\Delta T) \\ \Delta T &= \frac{R_0 - r_0}{r_0\alpha_{Al} - R_0\alpha_{Cu}} \\ T &= T_0 + \frac{R_0 - r_0}{r_0\alpha_{Al} - R_0\alpha_{Cu}} \end{aligned}$$

Como $T_0 = 300\,\mathrm{K}$,

$$T = 300\,\mathrm{K} + \frac{3 - 2.995}{24 \times 2.995 - 17 \times 3} \times 10^6\,\mathrm{K} \approx 539.5\,\mathrm{K} = 266.5^\circ\,\mathrm{C}$$

■

Problema 1.7.
Un líquido con coeficiente de expansión térmica volumétrica β llena completamente un bulbo esférico de paredes muy delgadas y volumen V, que está hecho de un material con coeficiente de expansión térmica lineal α. El líquido es libre para expandirse en un tubo capilar muy delgado, de sección transversal A, que sobresale del bulbo, como muestra la figura. Considere que el material del capilar es tal que los cambios en sus dimensiones, por efecto de la temperatura, son despreciables frente a lo que sucede con el resto del sistema. Encuentre la altura Δh que sube el líquido en el capilar cuando la temperatura aumenta en ΔT.



Solución:

Dado que las paredes del bulbo son muy delgadas, se puede suponer que los radios interior y exterior de la pared son iguales. Si r_0 es el radio inicial del bulbo, su volumen inicial viene dado por:

$$V = \frac{4}{3}\pi {r_0}^3$$

y su superficie inicial es

$$S = 4\pi {r_0}^2$$

Al cambiar la temperatura en ΔT, el líquido experimenta una expansión térmica volumétrica y el bulbo, por ser muy delgado, una expansión superficial. Así,

$$\begin{aligned} V' &= V(1+\beta\Delta T) \\ &= \frac{4}{3}\pi {r_0}^3(1+\beta\Delta T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S' &= S(1+2\alpha\Delta T) \\ &= 4\pi {r_0}^2(1+2\alpha\Delta T) \end{aligned}$$

El volumen del líquido que sube por el capilar está dado por la diferencia de volúmenes expandidos del líquido y el bulbo. Considerando que el área de la sección transversal del capilar es A y que el líquido sube una altura Δh, se tiene que:

$$A\Delta h = V_b' - V'$$

donde V_b' es el volumen que encierra el bulbo expandido térmicamente. El aumento de volumen del bulbo está asociado a un aumento del radio, que se puede obtener a partir de la expansión térmica de su superficie. Así,

$$S' = 4\pi r^2 = 4\pi {r_0}^2(1+2\alpha\Delta T)$$

De lo anterior se obtiene que:

$$r = r_0(1+2\alpha\Delta T)^{1/2}$$

Dado que, en general, $2\alpha\Delta T \ll 1$, podemos expandir en serie de Taylor y obtener que:

$$r = r_0(1+\alpha\Delta T)$$

Así, el volumen expandido del bulbo es:

$$V_b' = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi {r_0}^3(1+\alpha\Delta T)^3 = V(1+\alpha\Delta T)^3$$

Con ello,

$$A\Delta h = V(1+\beta\Delta T) - V(1+\alpha\Delta T)^3$$

Usando nuevamente la expansión en serie de Taylor,

$$A\Delta h = V(\beta - 3\alpha)\Delta T \qquad \longrightarrow \qquad \Delta h = \frac{V}{A}(\beta - 3\alpha)\Delta T$$

■

Problema 1.8.
Una esfera metálica de masa m_1, calor específico c_1 y coeficiente de dilatación lineal α, que tiene radio r_0 a temperatura T_1, es sumergido en un líquido de masa m_2 y calor específico c_2, que se encuentra a temperatura $T_2 > T_1$. Suponiendo que el recipiente que contiene el líquido está aislado térmicamente, determine el radio de la esfera en el momento en que se alcanza el equilibrio.

Solución:

Si $\Delta T_e = T_f - T_1$ es la variación de temperatura sufrida por la esfera y $\Delta T_l = T_2 - T_f$ es la variación de temperatura del líquido, entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} |Q_{absorbido}| &= |Q_{cedido}| \\ m_1c_1(T_f - T_1) &= m_2c_2(T_2 - T_f) \\ T_f(m_1c_1 + m_2c_2) &= m_2c_2T_2 + m_1c_1T_1 \\ T_f &= \frac{m_2c_2T_2 + m_1c_1T_1}{m_1c_1 + m_2c_2} \end{aligned}$$

El cambio en la temperatura produce dilatación en la esfera, lo que nos permite escribir:

$$r = r_0(1+\beta\Delta T_e)^{1/3}$$

Como, en general, $\beta\Delta T_e \ll 1$, podemos expandir la expresión anterior en serie de Taylor hasta obtener:

$$r = r_0\left(1 + \frac{\beta}{3}\Delta T_e\right) = r_0\Big(1 + \alpha(T_f - T_1)\Big)$$

Finalmente, reemplazando el valor de T_f,

$$r = r_0\left(1 + \frac{\alpha m_2c_2(T_2 - T_1)}{m_1c_1 + m_2c_2}\right)$$

■

Problema 1.9.
Un calorímetro de aluminio, que tiene una masa de 500 g, contiene 300 g de agua a una temperatura estacionaria de 15° C.

a) Un trozo de cobre de 300 g se calienta en un horno y luego se pone en el calorímetro. Si alcanzado el equilibrio térmico la temperatura del agua sube a 30° C, ¿cuál era la temperatura inicial del cobre?

b) Si en las mismas condiciones iniciales se vierten en el calorímetro 10 g de zinc en estado líquido y a la temperatura de fusión, ¿cuál es la temperatura final alcanzado el equilibrio térmico?

Considere que:

$$c_{Cu} = 306\,\mathrm{J/kg\cdot K}\ , \qquad c_{Al} = 900\,\mathrm{J/kg\cdot K}\ , \qquad c_{Zn} = 387\,\mathrm{J/kg\cdot K}\ , \qquad c_{H2O} = 4180\,\mathrm{J/kg\cdot K}$$

$$L_{Zn} = 1.02\times 10^3\,\mathrm{J/kg}\ , \qquad T_{Zn} = 692\,\mathrm{K}$$

Solución:

a) La temperatura inicial del sistema agua/calorímetro es $T_i = 15^\circ$ C. Por otra parte, sabemos que la temperatura final en equilibrio térmico es $T_f = 30^\circ$ C. Sea T_{Cu} la temperatura inicial del cobre. En esta situación, el calorímetro con agua absorbe calor, mientras que el cobre cede calor:

$$\begin{aligned} m_{Cu}c_{Cu}(T_{Cu}-T_f) &= \Big(m_{Al}c_{Al}+m_{H2O}c_{H2O}\Big)(T_f-T_i) \\ T_{Cu} &= \left(\frac{m_{Al}c_{Al}+m_{H2O}c_{H2O}}{m_{Cu}c_{Cu}}\right)(T_f-T_i)+T_f \\ &= 581.43\,\mathrm{K} \\ &= 308.43^\circ\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

b) En este caso, el calor absorbido por el sistema calorímetro/agua es:

$$|Q_{absorbido}| = \Big(m_{Al}c_{Al}+m_{H2O}c_{H2O}\Big)(T_f-T_i)$$

Por otra parte, el calor cedido por la gota de zinc es:

$$|Q_{cedido}| = m_{Zn}c_{Zn}(T_{Zn}-T_f)+m_{Zn}L_{Zn}$$

La conservación de energía nos dice que $|Q_{absorbido}| = |Q_{cedido}|$, por lo que podemos despejar la temperatura final de equilibrio:

$$T_f = \frac{(m_{Al}c_{Al}+m_{H2O}c_{H2O})T_i + m_{Zn}L_{Zn}+m_{Zn}c_{Zn}T_{Zn}}{m_{Al}c_{Al}+m_{H2O}c_{H2O}+m_{Zn}c_{Zn}} = 288.9\,\mathrm{K} = 15.9^\circ\,\mathrm{C}$$

■

Problema 1.10.
Se tienen 2 kg de agua a 25° C, los cuales se mezclan con 0.5 kg de hielo a −5° C. ¿Cuáles son la temperatura y composición de la mezcla cuando se alcanza el estado de equilibrio? Considere que la temperatura de fusión del hielo es 0° C, y que

$$c_a = 4.18\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\ , \qquad c_h = 2.05\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\ , \qquad L_f = 335\,\mathrm{kJ/kg}$$

Solución:

El calor requerido para fundir los 0.5 kg de hielo es:

$$Q_f = m_h\Big(c_h(273\,\mathrm{K} - T_h) + L_f\Big) = 172.625\,\mathrm{kJ}$$

con $m_h = 0.5\,\mathrm{kg}$ y $T_h = -5^\circ\,\mathrm{C} = 268\,\mathrm{K}$. Por otra parte, el calor cedido por los 2 kg de agua al enfriarse de 25° C a 0° C es:

$$Q_a = m_a c_a(273\,\mathrm{K} - T_a) = -209\,\mathrm{kJ}$$

donde $m_a = 2\,\mathrm{kg}$ y $T_a = 25^\circ\,\mathrm{C} = 298\,\mathrm{K}$. Como $|Q_a| > Q_f$, el estado final de la mezcla es agua líquida. Así, el calor absorbido por el hielo en este nuevo escenario es:

$$Q_h = m_h\Big(c_h(273\,\mathrm{K} - T_h) + L_f\Big) + m_h c_a(T_f - 273\,\mathrm{K})$$

donde, en el segundo término, hemos utilizado el calor específico del agua puesto que el hielo se ha derretido. Por otra parte, el calor cedido por el agua es:

$$Q_a = m_a c_a(T_f - T_a)$$

Por conservación de energía, $Q_h = -Q_a$ y por tanto:

$$T_f = \frac{m_a c_a T_a - m_h\Big(c_h(273\,\mathrm{K} - T_h) + L_f\Big) + m_h c_a(273\,\mathrm{K})}{c_a(m_a + m_h)} = 276.48\,\mathrm{K} = 3.48^\circ\,\mathrm{C}$$

■

Problema 1.11.
Una bala de plomo, con una masa m_b de 3 g, a una temperatura de 30° C es disparada a una rapidez v de 240 m/s hacia un cubo GIGANTE de hielo a 0° C, donde la bala queda incrustada finalmente. ¿Qué cantidad de hielo se derrite en el proceso? Considere que:

$$c_{Pb} = 128\,\mathrm{J/kg\cdot K} \qquad \wedge \qquad L_{f,hielo} = 335\,\mathrm{kJ/kg}$$

Solución:

Antes de plantear ecuaciones, debemos entender que una vez que la bala se incruste dentro del bloque de hielo, le transmitirá calor al bloque (por diferencia de temperatura) y energía cinética. Esto es válido siempre y cuando el sistema esté perfectamente aislado del ambiente, en donde no exista intercambio de energía con el exterior del sistema.

Por enunciado, sabemos que se trata de un bloque de hielo MUY grande. Esto significa que una pequeña fracción del bloque se derretirá. Sin embargo, la temperatura final del sistema agua/hielo/bala será de 0° C pues toda la energía se utiliza en el cambio de fase y no en una variación de temperatura. Entonces,

$$\begin{aligned} |Q_{cedido}| &= \Delta E_{cin} + m_b c_{Pb}(T_b - T_f) \\ &= \frac{1}{2}m_b v^2 + m_b c_{Pb}(T_b - T_f) \end{aligned}$$

$$|Q_{absorbido}| = L_{f,hielo} m_{hielo}$$

Por conservación de energía, igualamos ambos términos y despejamos:

$$m_{hielo} = \frac{\dfrac{m_b v^2}{2} + m_b c_{Pb}(T_b - 273\,\mathrm{K})}{L_{f,hielo}} = 2.92 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg}$$

■

Problema 1.12.
Vapor a $T_v = 100^\circ\,\mathrm{C}$ se añade a una masa de hielo a $T_h = 0^\circ\,\mathrm{C}$.

a) Encuentre la cantidad de hielo derretido y la temperatura final cuando la masa del vapor m_v es de 10 g y la masa de hielo m_h es de 50 g

b) Repita el cálculo, considerando que la masa del vapor m_v es 1 g y la masa del hielo m_h es de 50 g

Considere que:

$$c_a = 4.18\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\ , \qquad L_{f,hielo} = 335\,\mathrm{kJ/kg}\ , \qquad L_{v,agua} = 2.26 \times 10^6\,\mathrm{J/kg}$$

Solución:

a) Antes de resolver el problema, haremos una inspección del mismo. Necesitamos saber si el calor asociado a la condensación del vapor, llámese Q_1, es suficiente calor como para derretir la masa de hielo, llámese a este calor Q_2, y subir la temperatura del agua derretida en unos grados; aquí, Q_3 será este calor en el caso límite de subir la temperatura en $\Delta T = 100^\circ\,\mathrm{C}$. Evaluando, obtenemos que:

$$\begin{aligned} Q_1 &= m_v L_{v,agua} \\ &= 22.6\,\mathrm{kJ} \\ Q_2 &= m_h L_{f,hielo} \\ &= 16.75\,\mathrm{kJ} \\ Q_3 &= m_h c_a \Delta T \\ &= 20.9\,\mathrm{kJ} \end{aligned}$$

Es fácil notar que $Q_1 < Q_2 + Q_3$, lo que significa que el vapor condensa completamente y el **hielo se derrite (fusiona) completamente**; así, la temperatura final del sistema estará acotada dentro del siguiente intervalo: $T_h < T_{eq} < T_v$. Teniendo en cuenta esto,

$$\begin{aligned} |Q_{cedido}| &= m_v\Big(L_{v,agua} + c_a(T_v - T_{eq})\Big) \\ &= Q_1 + m_v c_a (T_v - T_{eq}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |Q_{absorbido}| &= m_h\Big(L_{f,hielo} + c_a(T_{eq} - T_h)\Big) \\ &= Q_2 + m_h c_a (T_{eq} - T_h) \end{aligned}$$

Despejando T_{eq} de ambas ecuaciones, usando la conservación de energía, tenemos:

$$T_{eq} = \frac{Q_1 - Q_2 + c_a(m_v T_v + m_h T_h)}{c_a(m_h + m_v)} = 312.99\,\mathrm{K} = 39.99^\circ\,\mathrm{C}$$

b) Hacemos la misma inspección realizada en la alternativa caso anterior donde, en este caso, Q'_1 representa el calor asociado a la condensación de vapor, Q'_2 es el calor asociado a la fusión del hielo y Q'_3 representa el calor asociado al caso límite de bajar la temperatura del vapor condensado de 100° C a 0° C. Evaluando estas expresiones, obtenemos que:

$$\begin{aligned} Q'_1 &= m_v L_{v,agua} \\ &= 2.26\,\text{kJ} \\ Q'_2 &= m_h L_{f,hielo} \\ &= 16.75\,\text{kJ} \\ Q'_3 &= m_v c_a \Delta T \\ &= 0.418\,\text{kJ} \end{aligned}$$

Podemos notar que $Q'_2 > Q'_1 + Q'_3$. Esto nos indica que la masa de hielo no se derrite completamente. También, en base a lo anterior, se puede concluir que la temperatura final del sistema será de $T_{eq} = 0^\circ$ C. Entonces, solo basta determinar cuál es la cantidad de hielo que se derrite. Para ello, planteamos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} |Q_{cedido}| &= m_v\Big(L_{v,agua} + c_a(T_v - T_{eq})\Big) \\ &= Q'_1 + Q'_3 \end{aligned}$$

$$|Q_{absorbido}| = m_h L_{f,hielo}$$

Igualando ambos términos y despejando,

$$m_h = \frac{Q'_1 + Q'_3}{L_{f,hielo}} = 7.99\,\text{g}$$

2

Gases Ideales y Primera Ley de la Termodinámica



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

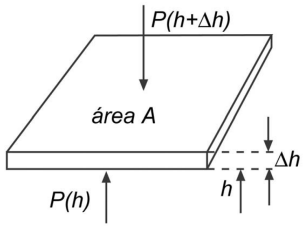
Problema 2.1.
Debido a intercambio de calor por conducción térmica, en estado estacionario, la temperatura del aire decrece con la altura. Esta posee un valor inicial T_0, correspondiente a la temperatura del agua en la superficie de los océanos, y alcanza un valor mínimo T_H a una altura H. El aire puede ser aproximado como un gas ideal diatómico, con masa molar M_M. Suponiendo que la temperatura del aire decrece linealmente con la altura, obtenga una expresión para la presión atmosférica en función de la altura.

Solución:

Como se nos dice que la temperatura decrece linealmente con la altura, esto implica que:

$$T(h) = T_0 + \left(\frac{T_H - T_0}{H}\right) h = T_0 + \kappa h \qquad \text{con } \kappa \equiv \frac{T_H - T_0}{H} < 0$$

Analicemos una capa delgada de aire ubicada a una altura h, de área A y espesor Δh, y con densidad local ρ:



donde

$$\begin{aligned} P(h) &: \text{presión atmosférica en la parte inferior de la capa} \\ P(h+\Delta h) &: \text{presión atmosférica en la parte superior de la capa} \end{aligned}$$

Sea $W = mg = \rho g A \Delta h$ el peso de la capa de aire. Así, por equilibrio de fuerzas,

$$\begin{aligned} P(h+\Delta h)A + \rho g A \Delta h &= P(h)A \\ \frac{P(h+\Delta h) - P(h)}{\Delta h} &= -\rho g \end{aligned}$$

Tomando el límite cuando $\Delta h \to 0$, nos queda la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dh} = -\rho g$$

¿Cómo sabemos la relación entre la densidad del aire y la altura? Para ello, utilizamos la ecuación de estado de los gases ideales, $PV = nRT$:

$$\begin{aligned} P &= \frac{nRT}{V} \\ &= \frac{nM_M}{V}\frac{RT}{M_M} \\ &= \rho\frac{RT}{M_M} \\ &= \rho\frac{R}{M_M}(T_0 + \kappa h) \\ \therefore\ \rho(h) &= \frac{M_M}{R}\frac{P}{T_0 + \kappa h} \end{aligned}$$

Así, la ecuación diferencial a resolver es la siguiente:

$$\begin{aligned}
\frac{dP}{dh} &= -\frac{M_M g}{R}\frac{P}{T_0+\kappa h} \\
\int_{P_0}^{P(h)} \frac{dP}{P} &= -\frac{M_M g}{R}\int_0^h \frac{dh}{T_0+\kappa h} \\
\ln\left(\frac{P(h)}{P_0}\right) &= -\frac{M_M g}{\kappa R}\ln\left(\frac{T_0+\kappa h}{T_0}\right) \\
&= -\lambda \ln\left(\frac{T_0+\kappa h}{T_0}\right)
\end{aligned}$$

donde P_0 es la presión a nivel del mar y $\lambda \equiv \dfrac{M_M g}{\kappa R}$. Despejando:

$$P(h) = P_0\left[1+\frac{\kappa h}{T_0}\right]^{-\lambda} = P_0\left[1-\left(\frac{T_0-T_H}{T_0}\right)\frac{h}{H}\right]^{\frac{M_M g H}{R(T_0-T_H)}}$$

■

Problema 2.2.
Considere a cilindro de 1 m de largo con un pistón delgado firmemente sujeto, de modo que divide al cilindro en dos partes iguales. El cilindro está en un baño térmico a $T = 300\,\text{K}$. El lado izquierdo contiene un mol de gas de helio a 3 atm de presión. El lado derecho contiene gas de helio a una presión de 2 atm. Considere que el gas de helio se comporta como un gas ideal. Suponga que en cierto instante el piston se suelta, ¿cuál es la posición final del pistón? Asuma que el baño térmico mantiene la temperatura fija a 300 K durante los procesos.

Solución:

El hecho de que el helio se comporte como un gas ideal nos permite utilizar la ecuación de estado $PV = nRT$ para determinar pa posición final del pistón. Sea V el volumen total del cilindro. Para el lado izquierdo, se sabe que:

$$V_i = \frac{V}{2} = \frac{n_i RT}{P_i}$$

donde el subíndice i denota al lado izquierdo. Notar que todo el cilindro se mantiene a temperatura T, por lo que no hacemos distinción entre cada lado. Una afirmación análoga se puede realizar para el lado derecho,

$$V_d = \frac{V}{2} = \frac{n_d RT}{P_d}$$

Igualando, podemos despejar el número de moles en el lado derecho del cilindro:

$$V_i = V_d \qquad \longrightarrow \qquad n_d = \frac{P_i}{P_d} n_i = \frac{2}{3}\,\text{mol}$$

Al soltar el pistón, este se estabilizará en la posición en que la presión sea igual en ambas cámaras. Nuevamente usando la ecuación de estado de los gases ideales, lo anterior se traduce en que:

$$P_i' = P_d' \qquad \longrightarrow \qquad \frac{n_i RT}{V_i'} = \frac{n_d RT}{V_d'}$$

donde la comilla denota el estado de equilibrio del sistema. Utilizando la relación entre el número de moles (que permanece constante) entre ambos lados del cilindro, obtenemos la siguiente relación entre los volúmenes de equilibrio:

$$\frac{V_i'}{V_d'} = \frac{n_i}{n_d} = \frac{3}{2}$$

Como el área transversal del cilindro permanece constante, esto implica que el largo de cada cámara queda también en igual proporción:

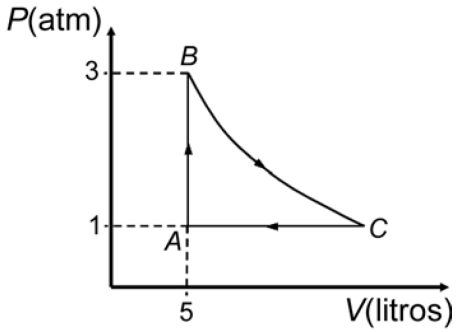
$$\frac{L_i'}{L_d'} = \frac{3}{2}$$

Podemos usar esta ecuación en combinación con el hecho de que $L = L_i' + L_d' = 1\,\mathrm{m}$. Así,

$$L_i' = \frac{3}{5}\,\mathrm{m} = 0.6\,\mathrm{m}$$

a la derecha del extremo izquierdo del cilindro. ■

Problema 2.3.
Un gas monoatómico ideal ocupa 5 L a presión atmosférica y a 27° C (punto A de la figura). El gas es calentado a volumen constante, hasta que la presión llega a 3 atm (punto B en la figura). Luego, el gas se expande isotérmicamente, hasta volver a la presión de una atmósfera (punto C de la figura). Finalmente es comprimido isobáricamente, para volver a la condición original.



a) Determine el número de moles del gas

b) Encuentre la temperatura en B y C, y el volumen en C

Solución:

a) La ecuación de estado de los gases ideales, $PV = nRT$, nos permite obtener el número de moles en función de otras variables termodinámicas:

$$n = \frac{PV}{RT}$$

En el punto A se conoce la temperatura ($T_A = 27°\,\mathrm{C} = 300\,\mathrm{K}$), el volumen ($V_A = 5\,\mathrm{L}$) y la presión ($P_A = 1\,\mathrm{atm} = 1.01 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$). Reemplazando, con $R = 8.314\,\mathrm{J/mol \cdot K}$,

$$n = 0.202\,\mathrm{mol}$$

b) De la ecuación de estado,

$$T = \frac{PV}{nR}$$

En el punto B, $P_B = 3\,\text{atm} = 3.03 \times 10^5\,\text{Pa}$ y $V_B = 5\,\text{L}$. Como ya conocemos el número de moles, podemos reemplazar hasta obtener:

$$T_B = 902\,\text{K}$$

El proceso $B \to C$ es isotérmico, luego $T_C = T_B = 902\,\text{K}$. Finalmente, de la ecuación de estado,

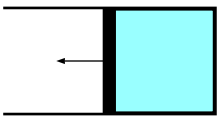
$$V = \frac{nRT}{P}$$

En el punto C, $P_C = P_A = 1\,\text{atm} = 1.01 \times 10^5\,\text{Pa}$. Reemplazando el número de moles y la temperatura antes calculada,

$$V_C = 0.015\,\text{m}^3 = 15\,\text{L}$$

■

Problema 2.4.
Una cámara cilíndrica aislada térmicamente contiene en su interior un mol de un gas ideal monoatómico, que ocupa un volumen V_0 a temperatura T_0. Una de las tapas del cilindro es un pistón móvil que desliza sin roce, como muestra la figura. La presión inicial del gas es P_0.



a) El gas absorbe desde fuentes externas un cierta cantidad de calor gas tal que se expande isobáricamente aumentando al doble su volumen. Determine la cantidad de calor absorbida

b) A continuación el gas experimenta una compresión adiabática, recuperando el volumen original. Encuentre la temperatura final

Solución:

a) Como el número de moles satisface $n = 1$, entonces la ecuación de estado de los gases ideales se escribe de la siguiente forma: $PV = RT$. Sean T' y V' la temperatura y el volumen final del gas. Así, como la expansión se realiza a presión constante,

$$\frac{T'}{V'} = \frac{T_0}{V_0} \quad \longrightarrow \quad T' = T_0 \left(\frac{V'}{V_0}\right) = 2T_0$$

El trabajo realizado por el gas es:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P\,dV = P_0(V' - V_0) = P_0 V_0 = RT_0$$

donde hemos utilizado la ecuación de estado. Por otra parte, el cambio en la energía interna depende solo de los estados inicial y final:

$$\Delta U = nc_v\Delta T = c_v(T' - T_0) = c_vT_0$$

como se trata de un gas ideal monoatómico (tres grados de libertad),

$$c_v = \frac{3}{2}R \quad \longrightarrow \quad \Delta U = \frac{3RT_0}{2}$$

De la Primera Ley de la Termodinámica, $\Delta U = Q - W$. Así,

$$Q = \frac{3RT_0}{2} + RT_0 = \frac{5RT_0}{2}$$

Una forma alternativa de obtener el resultado anterior es considerar que la expansión se realiza a presión constante, por lo que el flujo de calor es:

$$Q = nc_p\Delta T = c_pT_0 = \frac{5RT_0}{2}$$

donde $c_p = \dfrac{5}{2}$ (por ser un gas ideal monoatómico).

b) Como la compresión es adiabática, $PV^\gamma = P_0(2V_0)^\gamma$. Así, la presión en cualquier isntante de tiempo durante la compresión viene dada por:

$$P = \frac{P_0(2V_0)^\gamma}{V^\gamma} = 2^\gamma P_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma$$

Como se trata de una compresión adiabática, $\Delta U = -W$, con:

$$\begin{aligned} W &= \int_{2V_0}^{V_0} P\,dV \\ &= 2^\gamma P_0{V_0}^\gamma \int_{2V_0}^{V_0} \frac{dV}{V^\gamma} \\ &= -\frac{2^\gamma P_0{V_0}^\gamma}{\gamma - 1}\left(\frac{1}{{V_0}^{\gamma-1}} - \frac{1}{(2V_0)^{\gamma-1}}\right) \\ &= -\frac{2(2^{\gamma-1} - 1)}{\gamma - 1}P_0V_0 \end{aligned}$$

Al tratarse de un gas ideal monoatómico,

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$$

y por tanto

$$W = -3P_0V_0(2^{2/3} - 1) = -3RT_0(2^{2/3} - 1)$$

Además,

$$\Delta U = nc_v\Delta T = \frac{3}{2}R(T_f - T_i) = \frac{3}{2}R(T_f - 2T_0)$$

donde $T_i = 2T_0$. Reemplazando en la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\begin{aligned} \Delta U &= -W \\ \frac{3}{2}R(T_f - 2T_0) &= 3RT_0(2^{2/3} - 1) \\ \frac{1}{2}(T_f - 2T_0) &= T_0(2^{2/3} - 1) \\ T_f - 2T_0 &= 2T_0(2^{2/3} - 1) \\ T_f &= 2^{5/3}T_0 \end{aligned}$$

Una forma alternativa de realizar el problema es la siguiente: de la ecuación de estado, $PV = RT$. Reemplazando en la definición de proceso adiabático,

$$TV^{\gamma-1} = (2T_0)(2V_0)^{\gamma-1} \quad \longrightarrow \quad T = 2^{\gamma}T_0 = 2^{5/3}T_0$$

■

Problema 2.5.
10 moles de un gas ideal diatómico se encuentran a presión $P_A = 5 \times 10^5\,\text{Pa}$, ocupando un volumen $V_A = 249 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$. El gas se expande adiabáticamente hasta ocupar un volumen $V_B = 479 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$. Luego experimenta una transformación isotérmica, hasta alcanzar la presión $P_C = 1 \times 10^5\,\text{Pa}$. En seguida, el gas se comprime isobáricamente hasta un volumen $V_D = V_A$. Finalmente el gas experimenta una transformación a volumen constante que lo devuelve al estado inicial.

a) Represente gráficamente, en un diagrama P *vs* V, el proceso experimentado por el gas

b) Encuentre los valores de las variables termodinámicas desconocidas en los puntos A, B, C y D del proceso

c) Encuentre el flujo de calor, el trabajo realizado por el gas y la variación de energía interna en cada etapa del proceso. Explique el sentido físico de los signos asociados a los valores encontrados

Solución:

a) El tramo $A \to B$ es adiabático, por lo que $PV^{\gamma} = \text{cte}$. El valor de dicha constante lo conseguimos reemplazando en el punto inicial del ciclo. Así,

$$PV^{\gamma} = P_A V_A{}^{\gamma} \quad \longrightarrow \quad P = P_A \left(\frac{V_A}{V}\right)^{\gamma}$$

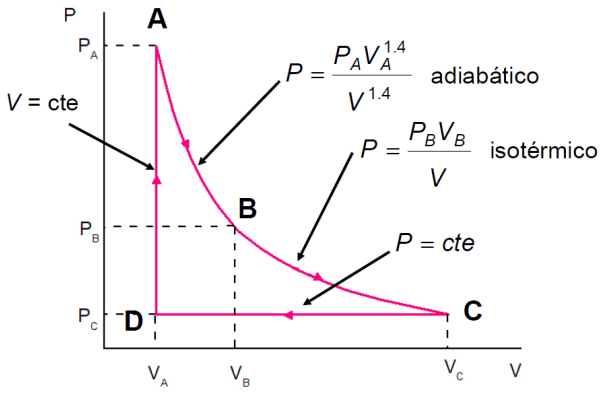
Notar que, como se trata de un gas diatómico,

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1.4$$

El tramo $B \to C$ es isotérmico, por lo que $T = \text{cte} = T_B$. Así, por la ecuación de estado,

$$PV = nRT = nRT_B = P_B V_B \quad \longrightarrow \quad P = \frac{P_B V_B}{V}$$

El tramo $C \to D$ es isobárico, por lo que $P = \text{cte}$. Finalmente, el tramo $D \to A$ es isocórico. Finalmente, la representación gráfica del ciclo viene dada por:



b) Punto A:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 1479.43\,\mathrm{K}$$

con $n = 10\,\mathrm{mol}$ y $R = 8.314\,\mathrm{J/mol \cdot K}$.

Punto B:

$$P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{1.4} = 1.97 \times 10^5\,\mathrm{Pa} \quad \longrightarrow \quad T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 1134.99\,\mathrm{K}$$

Punto C:
Como $B \to C$ es isotérmico,

$$T_C = T_B = 1134.99\,\mathrm{K}$$
$$V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = 0.94\,\mathrm{m}^3$$

Punto D:
Como $C \to D$ es isobárico,

$$P_D = P_C = 10^5\,\mathrm{Pa}$$
$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = 295.89\,\mathrm{K}$$

c) De la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\Delta U = Q - W$$

Tramo $A \to B$:
El proceso es adiabático, por lo que $Q_{AB} = 0$. Ahora,

$$W_{AB} = -\Delta U_{AB} = -nc_v \Delta T_{AB} = 71591.85\,\mathrm{J}$$

El gas pierde energía interna en el tramo y realiza trabajo sobre el medio.

Tramo $B \to C$:
El proceso es isotérmico, i.e. $T_B = T_C$, por lo que $\Delta T_{BC} = 0$. Así, $\Delta U_{BC} = nc_v \Delta T_{BC} = 0$. De este modo,

$$Q_{BC} = W_{BC} = \int_B^C P\,dV = nRT_B \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 63617.63\,\mathrm{J}$$

La energía interna del gas se mantiene constante, el gas absorbe calor del medio y realiza trabajo sobre éste.

Tramo $C \to D$:
El proceso es isobárico, i.e. $P_C = P_D$, por lo que

$$W_{CD} = P_C \Delta V_{CD} = -69400\,\text{J}$$

$$\Delta U_{CD} = nc_v \Delta T_{CD} = \frac{5nR\Delta T_{CD}}{2} = -174406.94\,\text{J}$$

$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} + W_{CD} = -243806.94\,\text{J}$$

Disminuye la energía interna, el gas cede calor y el medio realiza trabajo sobre el gas.

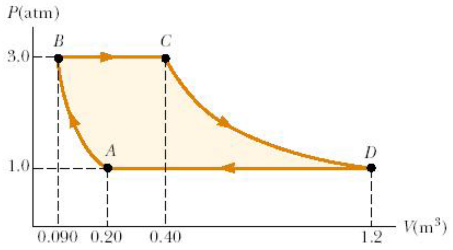
Tramo $D \to A$:
El proceso es isocórico, por lo que $W_{DA} = 0$. Además,

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = nc_v \Delta T_{DA} = 245998.79\,\text{J}$$

Aumenta la energía interna del gas y absorbe calor al medio.

■

Problema 2.6.
Una muestra de gas ideal sigue el proceso indicado en la figura. De A a B el proceso es adiabático; de B a C, es isobárico con 100 kJ de flujo de energía por calor hacia el sistema. De C a D el proceso es isotérmico; de D a A, es isobárico con 150 kJ de flujo de energía por calor hacia el medio. Determine la diferencia en la energía interna $\Delta U_{AB} = U_B - U_A$.



Solución:

Notemos que el proceso $A \to B$ es adiabático, por lo que $Q_{AB} = 0$, de manera que:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A = -W_{AB}$$

Ya que el proceso completo es cíclico, $\Delta U_{total} = 0$ y podemos escribir:

$$W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} - Q_{AB} - Q_{BC} - Q_{CD} - Q_{DA} = 0$$

Luego,

$$\Delta U_{AB} = W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} - Q_{BC} - Q_{CD} - Q_{DA}$$

El proceso $C \to D$ es isotérmico, i.e. $\Delta U_{CD} = 0$ (para un gas ideal), por lo que,

$$W_{CD} - Q_{CD} = 0$$

y luego,

$$\Delta U_{AB} = W_{BC} + W_{DA} - Q_{BC} - Q_{DA}$$

Sabemos que $Q_{BC} = 100\,\text{kJ}$ y $Q_{DA} = -150\,\text{kJ}$. Los trabajos en los procesos isobáricos son:

$$\begin{aligned} W_{BC} &= P_B \Delta V_{BC} \\ &= 3\,\text{atm} \cdot 101.3\,\frac{\text{kPa}}{\text{atm}} \cdot (0.4 - 0.09)\,\text{m}^3 \\ &= 94.2\,\text{kJ} \end{aligned}$$

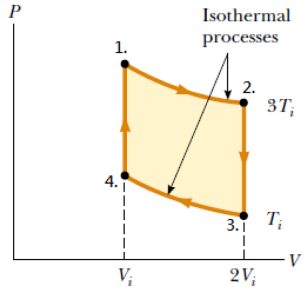
$$\begin{aligned} W_{DA} &= P_D \Delta V_{DA} \\ &= 1\,\text{atm} \cdot 101.3\,\frac{\text{kPa}}{\text{atm}} \cdot (0.2 - 1.2)\,\text{m}^3 \\ &= -101.3\,\text{kJ} \end{aligned}$$

Finalmente,

$$\Delta U_{AB} = 42.9\,\text{kJ}$$

■

Problema 2.7.
La siguiente figura representa n moles de un gas diatómico ideal sometidos a un ciclo termodinámico, que consiste de dos procesos isotérmicos a temperaturas $3T_i$ y T_i, y de dos procesos a volumen constante. Si se define la *eficiencia del ciclo termodinámico* como el cociente entre el trabajo realizado por el ciclo completo y el calor absorbido por el ciclo, i.e. $\eta = W_{ciclo}/Q_{in}$, determine la eficiencia del ciclo descrito.



Solución:

Para calcular el trabajo realizado, así como el calor absorbido, notamos que:

- <u>Proceso $1 \to 2$</u>
  Esta etapa corresponde a un proceso isotérmico. Como se trata de un gas ideal, la energía interna de dicho gas depende únicamente de la temperatura del estado en que se encuentra. Como la temperatura es constante, $\Delta U_{12} = 0$. Aplicando la Primera Ley de la Termodinámica,

$$Q_{12} = W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV = 3nRT_i \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 3nRT_i \ln(2) > 0$$

y el ciclo absorbe calor y realiza trabajo sobre el medio.

- Proceso $2 \to 3$
  Como esta etapa se trata de un proceso isocórico, $W_{23} = 0$. Aplicando la Primera Ley de la Termodinámica,
  $$Q_{23} = \Delta U_{23} = nv_c \Delta T_{23}$$
  donde $c_v = \dfrac{5R}{2}$ para un gas ideal diatómico, y $\Delta T_{23} = T_i - 3T_i = -2T_i$. Luego,
  $$Q_{23} = \Delta U_{23} = -5nRT_i < 0$$
  y el ciclo emite calor al medio sin realizar trabajo.

- Proceso $3 \to 4$
  El proceso es isotérmico, por lo que el razonamiento es idéntico a lo que realizamos en el primer tramo del ciclo:
  $$Q_{34} = W_{34} = nRT_i \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = -nRT_i \ln(2) < 0$$
  y el ciclo emite calor al medio, y éste realiza trabajo sobre el gas.

- Proceso $4 \to 1$
  Análogamente al segundo tramo del ciclo,
  $$Q_{41} = \Delta U_{41} = 5nRT_i > 0$$
  y el ciclo absorbe calor del medio sin realizar trabajo.

Tabulando estos datos,

Proceso	Q	W	ΔU
$1 \to 2$	$3nRT_i \ln(2)$	$3nRT_i \ln(2)$	0
$2 \to 3$	$-5nRT_i$	0	$-5nRT_i$
$3 \to 4$	$-nRT_i \ln(2)$	$-nRT_i \ln(2)$	0
$4 \to 1$	$5nRT_i$	0	$5nRT_i$
Total	$2nRT_i \ln(2)$	$2nRT_i \ln(2)$	0

El trabajo realizado por el gas sobre el ambiente corresponde a la suma de los trabajos en cada proceso:

$$W_{ciclo} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = 2nRT_i \ln(2) > 0$$

El calor que ingresa al sistema corresponde a la suma de todos los calores positivos, vale decir:

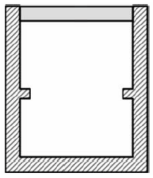
$$Q_{in} = Q_{12} + Q_{41} = 3nRT_i \ln(2) + 5nRT_i$$

De la definición de eficiencia,

$$\eta = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}} = \frac{2nRT_i \ln(2)}{3nRT_i \ln(2) + 5nRT_i} = \frac{2\ln(2)}{3\ln(2) + 5} \approx 0.1958$$

y el ciclo tiene una eficiencia del 19.58 %. ■

Problema 2.8.
Considere un sistema cilidro/pistón, como el que muestra la figura. Los topes dividen el cilindro en dos volúmenes idénticos. En el interior hay aire, con condiciones iniciales 400° C y 150 kPa. Se permite que el aire se enfríe, alcanzando una temperatura de 20° C. Suponga que, en las condiciones descritas, el aire se puede modelar como un gas ideal.



a) Determine si en el estado final el pistón está o no apoyado sobre los topes del interior del cilindro

b) Encuentre la presión en el estado final

c) Encuentre el trabajo específico hecho por el aire en el proceso

d) Represente el proceso en diagramas $P - v$ y $T - v$

Solución:

a) La ecuación de estado para gases ideales toma la siguiente forma:

$$Pv = \mathcal{R}T \ , \qquad \mathcal{R} = 0.287\,\mathrm{kJ/kg \cdot K}$$

Si el pistón no está apoyado sobre los topes del cilindro, $P_f = P_i$. Así, el volumen específico sería:

$$v_f = \frac{T_f}{T_i} v_i = \left(\frac{293\,\mathrm{K}}{693\,\mathrm{K}}\right) v_i = 0.43 v_i$$

Como $v_f < 0.5 v_i$, el pistón está apoyado sobre los topes del interior del cilindro.

b) En este caso, $v_f = 0.5 v_i$ y por tanto:

$$\frac{P_i v_i}{T_i} = \frac{P_f v_f}{T_f} \quad \longrightarrow \quad P_f = 2\left(\frac{T_f}{T_i}\right) P_i = 130.6\,\mathrm{kPa}$$

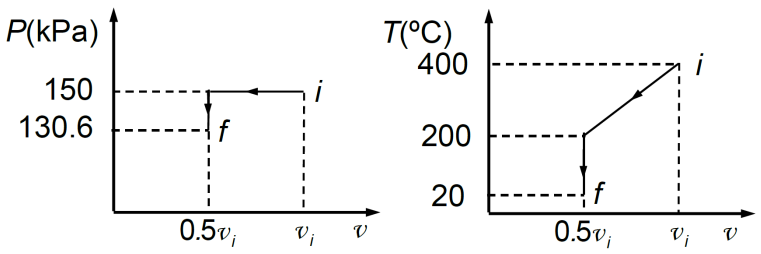
c) El trabajo específico se define como

$$w = \int_i^f P\, dv$$

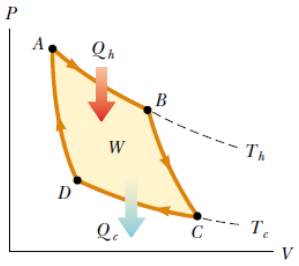
Durante su compresión, el aire está sometido a una presión constante: $Pdv = \mathcal{R}dT$. Por tanto,

$$w = \mathcal{R} \int_{T_i}^{T_f} dT = -109.06\,\mathrm{J/kg}$$

d) Los diagramas son:



Problema 2.9.
Considere el ciclo mostrado en la figura. En el punto A, 2.34 moles de un gas monoatómico ideal tiene una presión de 1400 kPa, un volumen de 10.0 L y una temperatura de 720 K. Se expande isotérmicamente hacia un punto B, y luego, se expande adiabáticamente hacia un punto C, donde su volumen es de 24.0 L. Una compresión isotérmica lo lleva a un punto D, donde su nuevo volumen es 15.0 L. Un proceso adiabático devuelve el gas al punto A.



a) Determine todas las presiones, volúmenes y temperaturas desconocidas

b) Encuentre la energía añadida a través de calor, el trabajo realizado, y el cambio en la energía interna de cada una de las etapas del ciclo

c) Verifique que este ciclo satisface la siguiente relación para la eficiencia:

$$\eta = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}} = 1 - \frac{T_C}{T_A}$$

Solución:

a) De acuerdo a los datos que tenemos, es conveniente partir analizando el proceso $D \to A$:

- Proceso $D \to A$
  Este proceso es adiabático, por lo cual se satisface que

$$P_D V_D{}^{\gamma} = P_A V_A{}^{\gamma} \quad \longrightarrow \quad P_D = P_A \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma} = 712.27\,\text{kPa}$$

donde $\gamma = 5/3$ para un gas ideal monoatómico. De la ecuación de estado,

$$P_D V_D = nRT_D \quad \longrightarrow \quad T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = 549.17\,\text{K}$$

- Proceso $C \to D$
  Este proceso es isotérmico, por lo cual se satisface que $T_C = T_D$. Además,

$$P_C V_C = P_D V_D \quad \longrightarrow \quad P_C = P_D \left(\frac{V_D}{V_C}\right) = 445.17\,\text{kPa}$$

- Proceso $A \to B$
  Este proceso es isotérmico, por lo cual se satisface que $T_A = T_B$. Además,

$$P_A V_A = P_B V_B \quad \longrightarrow \quad V_B = V_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right) \qquad (*)$$

- Proceso $B \to C$
  Este proceso es adiabático, por lo cual se satisface que

$$P_B {V_B}^{\gamma} = P_C {V_C}^{\gamma} \quad \longrightarrow \quad P_B = P_C \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma} \qquad (**)$$

  Reemplazando $(*)$ en $(**)$, obtenemos:

$$\begin{aligned} P_B = P_C \left(\frac{V_C P_B}{V_A P_A}\right)^{\gamma} \quad &\longrightarrow \quad {P_B}^{\gamma-1} = \frac{1}{P_C}\left(\frac{P_A V_A}{V_C}\right)^{\gamma} \\ &\longrightarrow \quad P_B = \left[\frac{1}{P_C}\left(\frac{P_A V_A}{V_C}\right)^{\gamma}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ &\longrightarrow \quad P_B = 874.99\,\text{kPa} \end{aligned}$$

  Por la ecuación $(*)$,

$$V_B = 16\,\text{L}$$

A modo de resumen, elaboramos la siguiente pauta:

Estado	P [kPa]	V [L]	T [K]
A	1400	10	720
B	874.99	16	720
C	445.17	24	549.17
D	712.27	15	549.17

b) A continuación encontraremos el calor, el trabajo y el cambio en la energía interna en cada una de las etapas. Para facilitar los cálculos, introducimos la siguiente notación: $T_h = T_A = T_B$ para la temperatura superior del ciclo, y $T_c = T_C = T_D$ para la temperatura inferior del ciclo.

- Proceso $A \to B$
  Como este proceso es isotérmico, $\Delta U_{AB} = 0$. Por otra parte, se cumple que:

$$Q_{AB} = W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} P\,dV = nRT_h \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = 6.58\,\text{kJ}$$

- Proceso $B \to C$
  Como este proceso es adiabático, $Q_{BC} = 0$. Por otra parte, se cumple que:

$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nc_v(T_c - T_h) = 4.99\,\text{kJ}$$

- Proceso $C \to D$
  Como este proceso es isotérmico, $\Delta U_{CD} = 0$. Por otra parte, se cumple que:

$$Q_{CD} = W_{CD} = \int_{V_C}^{V_D} P\,dV = nRT_c \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = -5.02\,\text{kJ}$$

- Proceso $D \to A$
  Como este proceso es adiabático, $Q_{DA} = 0$. Por otra parte, se cumple que:

$$W_{DA} = -\Delta U_{DA} = -nc_v(T_h - T_c) = -4.99\,\text{kJ}$$

Al tabular estos datos,

Proceso	Q [kJ]	W [kJ]	ΔU [kJ]
$A \to B$	6.58	6.58	0
$B \to C$	0	4.99	-4.99
$C \to D$	-5.02	-5.02	0
$D \to A$	0	-4.99	4.99
Total	1.56	1.56	0

c) Sabemos que la eficiencia de un ciclo termodinámico está dada por:

$$\eta = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}}$$

Donde Q_{in} es el calor que ingresa al sistema (la suma de todos los calores positivos). Luego, evaluando:

$$\eta = \frac{1.56}{6.58} = 0.237$$

Denotemos por η_C al siguiente término:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{549.17}{720} = 0.237$$

Podemos ver que, en el caso particular de este ciclo, se cumple que $\eta = \eta_C$.

3

Tablas Termodinámicas, Sustancias Puras y Gases Reales



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 3.1.
Un tanque rígido contiene 10 kg de agua a 90° C. 8 kg están en estado líquido y 2 kg en estado de vapor.

a) ¿Cuál es la presión en el tanque?

b) ¿Cuál es el volumen del tanque?

Solución:

a) Como el agua se encuentra tanto en estado líquido como gaseoso, se encuentre en estado de *Agua Saturada*. De la tabla,

$$P_{@90^\circ\,\mathrm{C},\,\mathrm{sat.}} = 70.183\,\mathrm{kPa}$$

b) Para hallar el volumen del tanque, utilizamos la *Tabla de Agua Saturada* para obtener los volúmenes específicos del agua líquida y gaseosa:

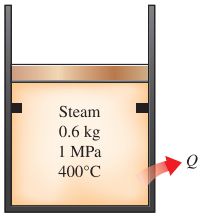
$$v_{f@90^\circ\,\mathrm{C}} = 0.001036\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} \qquad \wedge \qquad v_{g@90^\circ\,\mathrm{C}} = 2.3593\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

Por tanto,

$$V_{total} = m_f v_f + m_g v_g = 4.726888\,\mathrm{m}^3$$

■

Problema 3.2.
Un dispositivo pistón-cilindro con topes (ver figura) inicialmente contiene 0.6 kg de vapor a 1.0 MPa y 400° C. La ubicación de los topes corresponde al 40 % del volumen inicial.



Ahora, el sistema es enfriado. Determine:

a) El trabajo de compresión si el estado final está caracterizado por 1.0 MPa y 250° C

b) La temperatura del estado final si el pistón toca los topes del cilindro y la presión es 500 kPa

Solución:

a) A partir de la *Tabla de Vapor Sobrecalentado*, los volúmenes específicos para los estados inicial y final son:

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 1.0\,\text{MPa} \\ T_1 &=& 400^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} v_1 = 0.30661\,\text{m}^3/\text{kg} \qquad \left.\begin{array}{rcl} P_2 &=& 1.0\,\text{MPa} \\ T_2 &=& 250^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} v_2 = 0.23275\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Notando que la presión $P_1 = P_2 = P$ es constante durante el proceso, el trabajo de compresión viene dado por:

$$W_{comp} = mP(v_2 - v_1) = -44.316\,\text{kJ}$$

donde el signo negativo implica que el trabajo fue realizado sobre el vapor.

b) El volumen del cilindro en el estado final es el 40 % del volumen inicial. Entonces, el estado final está caracterizado por:

$$\begin{array}{rcl} P_2' &=& 500\,\text{kPa} \\ v_2' &=& 0.4v_1 \;=\; 0.12264\,\text{m}^3/\text{kg} \end{array}$$

Si miramos la *Tabla de Vapor Sobrecalentado* a 500 kPa, notaremos que a la temperatura de saturación el volumen específico es:

$$v_{@500\,\text{kPa, sat.}} = 0.37483\,\text{m}^3/\text{kg} > v_2'$$

Por tanto, el vapor se encuentra en régimen de *Agua Saturada*. Mirando la tabla, vemos que:

(I) El volumen específico v_2' satisface:

$$v_{f@500\,\text{kPa}} < v_2' < v_{g@500\,\text{kPa}}$$

por lo que, efectivamente, se encuentra en la región de saturación

(II) La temperatura de saturación (que corresponde a la temperatura del estado final) es:

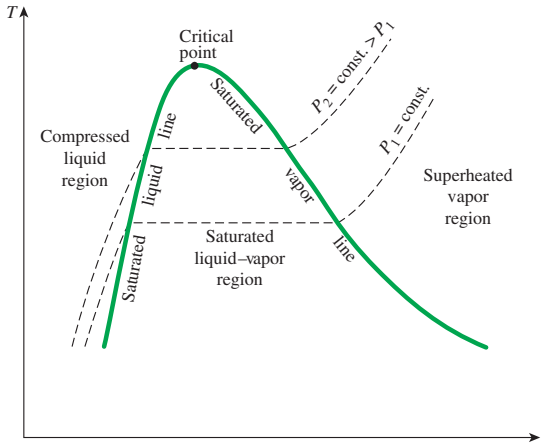
$$T_2' = 151.83^\circ\,\text{C}$$

■

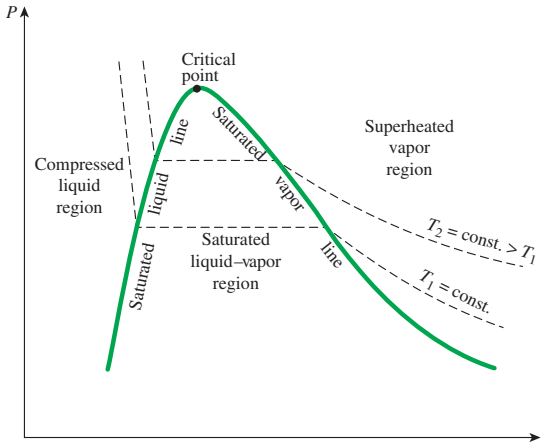
Problema 3.3.
1 m^3 de agua líquida saturada a 200° C se expande isotérmicamente en un sistema cerrado hasta que su calidad es del 80 %. Determine el trabajo total producido por la expansión.

Solución:

Miremos con detenimiento el diagrama $P - v$ del agua:



(*a*) *T*-*v* diagram of a pure substance



(*b*) *P*-*v* diagram of a pure substance

Como el proceso es isotérmico, nos movemos a lo largo de una de las curvas T_1 o T_2 de la figura (*b*). P_1 y P_2 son iguales, y corresponden al valor de la presión de saturación del agua (que se mantiene constante durante el cambio de fase). Así,

$$P_1 = P_2 = P_{\text{sat.@200° C}} = 1554.9\,\text{kPa}$$

El volumen específico inicial corresponde al volumen específico de agua líquida saturada a 200° C, esto es:

$$v_1 = v_{f@200°\,\text{C}} = 0.001157\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Además, por enunciado, se sabe que $V_1 = 1\,\text{m}^3$. El volumen específico final corresponde al volumen específico del agua a 200° C con una calidad $x = 0.8$. Así,

$$\begin{aligned} v_2 &= v_f + x\,v_{fg} \\ &= (0.001157) + (0.8)(0.12721 - 0.001157)\,\text{m}^3/\text{kg} \\ &= 0.1019994\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

De la definición de volumen específico,

$$m_2 = m_2 \quad \Longrightarrow \quad V_2 = V_1\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = (1\,\text{m}^3)\left(\frac{0.1019994}{0.001157}\right) = 88.1585134\,\text{m}^3$$

Así, el trabajo realizado viene dado por:

$$W = P(V_2 - V_1) = 1.35523 \times 10^5\,\text{kJ}$$

■

Problema 3.4.
Un tanque rígido de $0.5\,\text{m}^3$ contiene refrigerante R-134a inicialmente a 160 kPa y una calidad del 40 %. Se transfiere calor al refrigerante hasta que la presión alcanza los 600 kPa. Determine:

a) La masa del refrigerante en el tanque

b) La cantidad de calor transferida

Solución:

a) Notemos que el sistema es cerrado, por lo cual la masa del refrigerante se conserva. Además, al ser un tanque rígido, el volumen del mismo permanece constante, por lo que no se hace trabajo. Aplicando la Primera Ley de la Termodinámica,

$$Q_{in} = \Delta U = m(u_2 - u_1)$$

donde u_i corresponde a la energía interna específica del estado $i-$ésimo, con $i = 1$ (inicio) o 2 (final). Usando la *Tabla del Refrigerante R-134a Saturado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 160\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0.4 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_f &=& 0.0007435\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_f &=& 31.06\,\text{kJ/kg} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} v_g &=& 0.12355\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_{fg} &=& 190.31\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Así,

$$\begin{aligned} v_1 &= v_f + x_1\, v_{fg} \\ &= v_f + x_1\,(v_g - v_f) \\ &= 0.0498661\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= u_f + x_1\, u_{fg} \\ &= 107.184\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Entonces, la masa del refrigerante corresponde a:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 10.02685191\,\text{kg}$$

b) Como el volumen y la masa de refrigerante se mantienen constantes, es claro que $v_2 = v_1$. Si buscamos en la *Tabla del Refrigerante R-134a Saturado* a 600 kPa, notaremos que:

$$v_{g@600\,\text{kPa}} = 0.034335\,\text{m}^3/\text{kg} < v_2$$

Por tanto, el refrigerante se encuentra como *Refrigerante R-134a Sobrecalentado*. De la tabla, encontramos que:

$T\,[^\circ\,\text{C}]$	$v\,[\text{m}^3/\text{kg}]$	$u\,[\text{kJ/kg}]$
110	0.049458	319.93
120	0.050997	329.24

Como la tabla no posee el valor exacto del volumen específico que deseamos, tendremos que **interpolar**. La idea básica de la interpolación, lineal en este curso, es asumir que podemos formar una recta entre los puntos (v_a, u_a) y (v_b, u_b) y con ello determinar los valores intermedios (v, u) que no están tabulados. De la definición de una recta,

$$u - u_a = \left(\frac{u_b - u_a}{v_b - v_a}\right)(v - v_a) \quad \Longrightarrow \quad u = u_a + \left(\frac{u_b - u_a}{v_b - v_a}\right)(v - v_a)$$

Reemplazando,

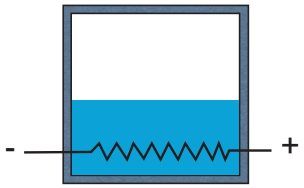
$$\begin{aligned} u_2 &= 319.93 + \left(\frac{329.24 - 319.93}{0.050997 - 0.049458}\right)(v_2 - 0.049458) \\ &= 319.93 + \left(\frac{329.24 - 319.93}{0.050997 - 0.049458}\right)(0.0498661 - 0.049458) \\ &= 322.3987531\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Finalmente,

$$Q_{in} = m(u_2 - u_1) = 2157.926458\,\text{kJ}$$

■

Problema 3.5.
Un recipiente rígido y bien aislado contiene 5 kg de agua en mezcla saturada líquido-vapor a 200 kPa. Inicialmente, tres cuartos de la masa se encuentra es fase líquida. Al recipiente se ingresa calor por medio de una resistencia a una tasa de 800 W a partir de $t = 0$ hasta que toda el agua se convierte en vapor.



a) Determine el volumen específico y la energía interna específica del estado inicial

b) Determine el volumen específico y la energía interna específica del estado final

c) ¿Cuánto tiempo tardará en convertirse toda el agua en vapor?

Solución:

a) Ya que 3/4 de la masa se encuentra en fase líquida, $x_1 = 0.25$ para el estado inicial. De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 200\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0.25 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_f &=& 0.001061\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_f &=& 504.50\,\text{kJ/kg} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} v_g &=& 0.88578\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_{fg} &=& 2024.6\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Así,

$$\begin{aligned} v_1 &= v_f + x_1\,(v_g - v_f) \\ &= 0.22224075\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= u_f + x_1\,u_{fg} \\ &= 1010.650\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

b) En este caso, tanto la masa como el volumen se han mantenido constantes. Por tanto, $v_2 = v_1$. Como toda el agua se encuentra como vapor, se debe cumplir que dicho volumen específico corresponda al volumen de gas saturado. De la *Tabla de Agua Saturada*,

P [kPa]	v_g [m^3/kg]	u_g [kJ/kg]
850	0.22690	2577.9
900	0.21489	2579.6

Como la tabla no posee el valor exacto del volumen específico que deseamos, tendremos que **interpolar**. La idea básica de la interpolación, lineal en este curso, es asumir que podemos formar una recta entre los puntos (v_a, u_a) y (v_b, u_b) y con ello determinar los valores intermedios (v, u) que no están tabulados. De la definición de una recta,

$$u - u_a = \left(\frac{u_b - u_a}{v_b - v_a}\right)(v - v_a) \quad \Longrightarrow \quad u = u_a + \left(\frac{u_b - u_a}{v_b - v_a}\right)(v - v_a)$$

Reemplazando,

$$\begin{aligned} u_2 &= 2577.9 + \left(\frac{2577.9 - 2579.6}{0.22690 - 0.21489}\right)(v_2 - 0.22690) \\ &= 2577.9 + \left(\frac{2577.9 - 2579.6}{0.22690 - 0.21489}\right)(0.22224075 - 0.22690) \\ &= 2578.559511\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

c) El tiempo que tardará en convertirse el agua en vapor es:

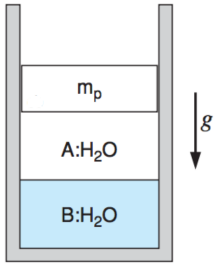
$$\mathcal{P}\Delta t = \Delta U = m(u_2 - u_1)$$

donde $\mathcal{P} = 800\,\text{J/s}$ es la potencia de la resistencia. Así,

$$\Delta t = \frac{(5\,\text{kg})(2578.559511\,\text{kJ/s} - 1010.650\,\text{kJ/s})}{(800\,\text{J/s})} = 9799.43444\,\text{s} \approx 163.3\,\text{min}$$

■

Problema 3.6.
Un sistema cilindro-pistón tiene un volumen separado en $V_A = 0.2\,\text{m}^3$ y $V_B = 0.3\,\text{m}^3$ por una membrana rígida. El compartimiento A contiene inicialmente agua a 1000 kPa, gracias a la acción del pistón, y calidad del 75 %. El compartimiento B contiene agua a 1600 kPa y 250° C. La membrana se rompe y el agua forma un estado uniforme a temperatura de 200° C.



a) ¿Cuál es la presión final?

b) Determine el trabajo y la transferencia de calor en el proceso

Solución:

a) Notemos que el pistón posee una masa y área transversal tal que genera una presión de 1000 kPa. Luego de que la mezcla se vuelva uniforme, esta seguirá soportando al pistón que no ha cambiado sus propiedades físicas. Por tanto, la presión del estado final seguirá siendo

$$P_2 = P_{eq} = 1000\,\text{kPa}$$

b) A partir de la *Tabla de Agua Saturada*, podemos extraer la información sobre el volumen específico y la energía específica en el estado inicial de la partición A:

$$\left.\begin{array}{rcl} P_{1A} &=& 1000\,\text{kPa} \\ x_{1A} &=& 0.75 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_f &=& 0.001127\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_f &=& 761.39\,\text{kJ/kg} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} v_g &=& 0.19436\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_{fg} &=& 1821.4\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Así,

$$\begin{aligned} v_{1A} &= v_f + x_1\, v_{fg} \\ &= v_f + x_1\,(v_g - v_f) \\ &= 0.14605175\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{1A} &= u_f + x_1\, u_{fg} \\ &= 2127.44\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Para obtener las variables termodinámicas del inicial de la partición B, notamos que se encuentra en régimen de *Vapor Sobrecalentado*. Así, de la tabla respectiva,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_{1B} &=& 1600\,\text{kPa} \\ T_{1B} &=& 250^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{1B} &=& 0.14190\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_{1B} &=& 2692.9\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

La masa de cada una de las particiones viene dada por:

$$m_{1A} = \frac{V_A}{v_{1A}} = 1.369377635\,\text{kg} \qquad \wedge \qquad m_{1B} = \frac{V_B}{v_{1B}} = 2.114164905\,\text{kg}$$

El estado final (2) está caracterizado por una presión de 1000 kPa y 200° C. Revisando las tablas respectivas, notaremos que se encuentra en forma de *Vapor Sobrecalentado*. Así,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_2 &=& 1000\,\text{kPa} \\ T_2 &=& 200^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_2 &=& 0.20602\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_2 &=& 2622.3\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Como el sistema es cerrado, la masa se conserva y por tanto

$$m_2 = m_{1A} + m_{1B} = 3.48354254\,\text{kg}$$

Con ello, el volumen es

$$V_2 = m_2 v_2 = 0.7176794341\,\mathrm{m}^3 > 0.5\,\mathrm{m}^3 = V_1$$

El trabajo realizado por el gas, dado que es un proceso a presión constante, es:

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = P_{eq}(V_2 - V_1) = 217.6794341\,\mathrm{kJ}$$

El calor cedido o absorbido puede ser calculado utilizando la Primera Ley de la Termodinámica:

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - W_{12} \qquad \Longrightarrow \qquad Q_{12} = W_{12} + \Delta U_{12}$$

En este caso,

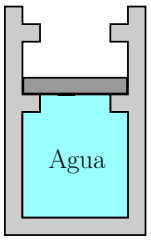
$$\Delta U_{12} = m_2 u_2 - (m_{1A} u_{1A} + m_{1B} u_{1B}) = 528.390174\,\mathrm{kJ}$$

y, finalmente,

$$Q_{12} = 746.0696081\,\mathrm{kJ}$$

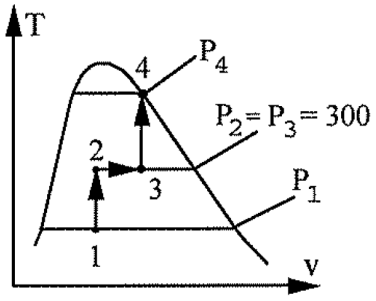
■

Problema 3.7.
Considere el sistema pistón-cilindro que se muestra en la figura. El pistón, libre de roce, es libre de moverse entre dos topes. Cuando el pistón descansa sobre el tope inferior encierra un volumen de 400 L; cuando alcanza el tope superior, el volumen es 600 L. El cilindro inicialmente contiene agua a 100 kPa y una calidad del 20 %. Se calienta hasta que el agua eventualmente existe como vapor saturado. La masa del pistón requiere 300 kPa de presión para moverse. Determine la presión final en el cilindro, el calor transferido y el trabajo de todo el proceso.



Solución:

El proceso de subir el pistón hasta el tope superior, partiendo desde una situación en que el mismo se encontraba en el tope inferior, posee cuatro etapas que se muestran en el siguiente diagrama $T - v$:



- Proceso (1) → (2): el calor cedido al sistema aumenta la presión, hasta el valor necesario para mover el pistón, a volumen constante
- Proceso (2) → (3): el calor cedido al sistema aumenta el volumen, hasta que el pistón alcanza el tope superior, a presión constante
- Proceso (3) → (4): el calor cedido al sistema aumenta la presión, hasta que el agua se torna vapor saturado, a volumen constante

Para el estado (1), de la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 100\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0.2 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_f &=& 0.001043\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_f &=& 417.40\,\text{kJ/kg} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} v_g &=& 1.6941\,\text{m}^3/\text{kg} \\ u_{fg} &=& 2088.2\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Así,

$$\begin{aligned} v_1 &= v_f + x_1\,(v_g - v_f) \\ &= 0.3396544\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= u_f + x_1\,u_{fg} \\ &= 835.04\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Podemos, además, calcular la masa de agua contenida en el sistema pistón-cilindro:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.4}{0.3396544}\,\text{kg} = 1.177667653\,\text{kg}$$

El estado (2) no es de interés, pues sabemos su presión y volumen específico; solo faltaría calcular su calidad, pero no es necesario para la resolución del problema.

$$P_2 = 300\,\text{kPa} \qquad \wedge \qquad v_2 = v_1 = 0.3396544\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Para el estado (3), se cumple que:

$$v_3 = \frac{V_3}{m} = \frac{0.6}{1.177667653}\,\text{m}^3/\text{kg} = 0.5094815999\,\text{m}^3/\text{kg} < 0.60582\,\text{m}^3/\text{kg} = v_{g@300\,\text{kPa}}$$

Además,

$$v_{f@300\,\text{kPa}} = 0.001073\,\text{m}^3/\text{kg} < v_3$$

y el agua se encuentra como mezcla entre vapor y líquido. En el estado (4),

$$v_4 = v_3 = 0.5094815999\,\text{m}^3/\text{kg}$$

y debe corresponder al volumen específico de gas saturado a una cierta presión por determinar. De la *Tabla de Agua Saturada*,

P [kPa]	v_g [m^3/kg]	u_g [kJ/kg]
350	0.52422	2548.5
375	0.49133	2550.9

Como no encontramos el valor exacto, debemos **interpolar**:

$$\begin{aligned} P_4 &= P_a + \left(\frac{P_b - P_a}{v_b - v_a}\right)(v_4 - v_a) \\ &= 350 + \left(\frac{375 - 350}{0.49133 - 0.52422}\right)(0.5094815999 - 0.52422) \\ &= 361.2027973\,\text{kPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_4 &= u_a + \left(\frac{u_b - u_a}{v_b - v_a}\right)(v_4 - v_a) \\ &= 2548.5 + \left(\frac{2550.9 - 2548.5}{0.49133 - 0.52422}\right)(0.5094815999 - 0.52422) \\ &= 2549.575469\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Para determinar el trabajo realizado por el sistema, notamos que:

$$W_{14} = W_{12} + W_{23} + W_{34} = 0 + W_{23} + 0$$

pues los cambios de estado (1) $\rightarrow$ (2) y (3) $\rightarrow$ (4) se realizan a volumen constante. Así,

$$W_{14} = W_{23} = 300\,\text{kPa} \cdot (V_3 - V_2) = 300\,\text{kPa} \cdot (0.6\,\text{m}^3 - 0.4\,\text{m}^3) = 60\,\text{kJ}$$

Para determinar el calor transferido, utilizamos la Primera Ley de la Termodinámica:

$$Q_{14} = \Delta U_{14} + W_{14} = m(u_4 - u_1) + W_{14} = 2079.152962\,\text{kJ}$$

■

Problema 3.8.
Determine el volumen específico del refrigerante R-134a en estado de vapor a 1.0 MPa, 80° C basado en

a) La ecuación de estado del gas ideal. Determine el error con respecto al valor obtenido en la tabla del refrigerante

b) La carta de compresibilidad. Determine el error con respecto al valor obtenido en la tabla del refrigerante

Puede serle útil saber que la presión y temperatura críticas son $P_c = 4.059\,\text{MPa}$ y $T_c = 374.2\,\text{K}$, respectivamente. La constante del gas es $\mathcal{R} = 0.08149\,\text{kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K}$.

Solución:

a) A partir de la *Tabla de Refrigerante Sobrecalntado*, encontramos el valor real del volumen específico:

$$v_{real} = 0.025398\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

De la ecuación de estado para gases ideales, $Pv = \mathcal{R}T$,

$$v_{ideal} = \frac{\mathcal{R}T}{P} = 0.0288\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{error}_1 = \left|\frac{v_{ideal} - v_{real}}{v_{real}}\right| \cdot 100\,\% = 13.4\,\%$$

b) De la *Carta de compresibilidad*,

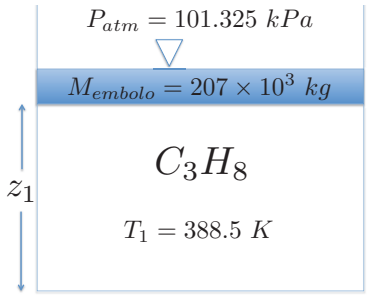
$$\left.\begin{aligned} P_R &= \frac{P}{P_c} = 0.2464 \\ T_R &= \frac{T}{T_c} = 0.944 \end{aligned}\right\} Z = 0.89$$

Luego,

$$v = \frac{Z\mathcal{R}T}{P} = Zv_{ideal} = 0.0256\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{error}_2 = \left|\frac{v - v_{real}}{v_{real}}\right| \cdot 100\,\% = 0.8\,\%$$

■

Problema 3.9.
Un sistema de almacenamiento de propano (C_3H_8) consiste en el dispositivo de cilindro-émbolo sin fricción mostrado en la figura. El émbolo, cuya superficie externa está expuesta a la atmósfera, tiene una masa de 207×10^3 kg, mientras que el área de la sección del cilindro es $1\,\mathrm{m}^2$. Inicialmente, el propano se encuentra a una temperatura $T_1 = 388.5\,\mathrm{K}$, cuando el émbolo se encuentra a una altura $z_1 = 1\,\mathrm{m}$ desde la base del cilindro. Se transmite calor al gas muy lentamente (proceso cuasiestático), de modo tal que la presión del propano se mantiene constante durante el proceso, hasta que se alcanza una temperatura final $T_2 = 444\,\mathrm{K}$.



Utilizando la carta del factor de compresibilidad, y los siguientes datos para el propano,

$$P_c = 4.26\,\mathrm{MPa},\ T_c = 370\,\mathrm{K},\ M_p = 44.097\,\mathrm{g/mol}$$

y recordando que $R = 8.314\,\mathrm{J/mol \cdot K}$, determine:

a) La presión a la cual está sometido el propano

b) La masa de propano contenido en el dispositivo

c) El volumen final y cambio en la altura del émbolo

Solución:

a) La presión a la cual está sometido el propano posee dos componentes: la presión atmosférica y la presión producto del peso del émbolo. Así,

$$P = P_{atm} + \frac{M_{embolo}g}{A} = 2129.93\,\text{kPa}$$

b) En este caso, a partir de la *Carta de compresibilidad*,

$$\left.\begin{aligned} P_R &= \frac{P}{P_c} = 0.5 \\ T_{R_1} &= \frac{T_1}{T_c} = 1.05 \end{aligned}\right\} Z_1 = 0.84$$

De la definición de factor de compresibilidad,

$$Pv_1 = Z_1\mathcal{R}T_1\ , \quad \mathcal{R} = \frac{R}{M_p}$$

entonces:

$$v_1 = \frac{Z_1RT_1}{PM_p} = 0.02889\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Con ello,

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{z_1A}{v_1} = 34.61\,\text{kg}$$

c) Calculamos el nuevo factor de compresibilidad:

$$\left.\begin{aligned} P_R &= \frac{P}{P_c} = 0.5 \\ T_{R_2} &= \frac{T_2}{T_c} = 1.2 \end{aligned}\right\} Z_2 = 0.9$$

El volumen específico final viene dado por:

$$v_2 = \frac{Z_2RT_2}{PM_p} = 0.03537\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Por tanto, el volumen final se calcula mediante la siguiente relación:

$$V_2 = mv_2 = 1.224\,\text{m}^3$$

Finalmente, el cambio en la altura es:

$$\Delta z = z_2 - z_1 = \frac{V_2 - V_1}{A} = 0.224\,\text{m} = 22.4\,\text{cm}$$

Problema 3.10.
Se calienta gas metano a 10 MPa y 300 K a presión constante hasta que su volumen se ha incrementado en un 80 %. Determine la temperatura final usando la ecuación de estado de los gases ideales y el factor de compresibilidad. ¿Cuál de los dos resultados es más preciso? La constante del gas, la presión crítica, y la temperatura crítica del metano son:

$$\mathcal{R} = 0.5182\,\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},\ T_c = 191.1\,\text{K},\ P_c = 4.64\,\text{MPa}$$

Solución:

De la ecuación de estado de los gases ideales,

$$T_2 = T_1\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = (300\,\text{K})(1.8) = 540\,\text{K}$$

A partir de la *Carta de compresibilidad*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_R &=& \dfrac{P}{P_c} = 2.16 \\ T_{R_1} &=& \dfrac{T_1}{T_c} = 1.57 \end{array}\right\} Z_1 = 0.86\ , \quad v_{R_1} = 0.63$$

donde v_{R_1} es el volumen específico inicial pseudo-reducido. Con ello,

$$v_{R_2} = 1.8 v_{R_1} = 1.134$$

Usando la *Carta de compresibilidad*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_R &=& 2.16 \\ v_{R_2} &=& 1.134 \end{array}\right\} Z_2 = 0.99$$

Así,

$$T_2 = \frac{Pv_2}{\mathcal{R}Z_2} = \frac{Pv_{R_2}T_c}{Z_2 P_c} = 471.76\,\text{K}$$

La precisión del segundo método está limitada por la precisión con la que se lee la carta. Aceptando el error de lectura, la segunda temperatura es más precisa.

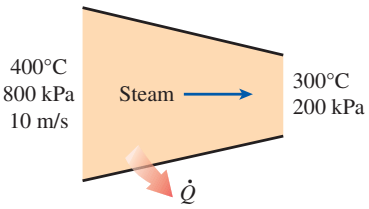
4

Primera Ley en Sistemas de flujo estacionario



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 4.1.
A una boquilla entra vapor a 400° C y 800 kPa con una velocidad de 10 m/s, y sale por la boquilla a 300° C y 200 kPa mientras pierde calor a una tasa de 25 kW. Para un área de entrada de 800 cm^2, determine la velocidad y el caudal del vapor a la salida de la boquilla.



Solución:

Para resolver este problema, supondremos que:

- Es un proceso a flujo constante dado que no hay cambios en el tiempo
- Los cambios en la energía potential son despreciables
- No hay interacciones mediante trabajo

El balance de energía para un sistema de flujo constante puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} &= \cancelto{0}{\Delta \dot{E}_{sistema}} \quad \text{(pues estamos en régimen permanente)} \\
\dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\
\dot{m}\left(h_1 + \frac{V_1^{\,2}}{2}\right) &= \dot{m}\left(h_2 + \frac{V_2^{\,2}}{2}\right) + \dot{Q}_{out} \\
h_1 + \frac{V_1^{\,2}}{2} &= h_2 + \frac{V_2^{\,2}}{2} + \frac{\dot{Q}_{out}}{\dot{m}}
\end{aligned}$$

donde V_i corresponde a la velocidad del fluido en el $i-$ésimo punto. De la *Tabla de Agua Sobrecalentada*, las propiedades del vapor a la entrada y a la salida de la boquilla son:

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= 800\,\text{kPa} \\ T_1 &= 400^\circ\,\text{C} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} v_1 &= 0.38429\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_1 &= 3267.7\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} P_2 &= 200\,\text{kPa} \\ T_2 &= 300^\circ\,\text{C} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} v_2 &= 1.31623\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_2 &= 3072.1\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

La tasa de flujo de masa viene dada por:

$$\dot{m} = \frac{A_1 V_1}{v_1} = \frac{(0.08\,\text{m}^2)(10\,\text{m/s})}{(0.38429\,\text{m}^3/\text{kg})} = 2.082\,\text{kg/s}$$

Sustituyendo,

$$\begin{aligned}
3267.7\,\text{kJ/kg} + \frac{(10\,\text{m/s})^2}{2}\left(\frac{1\,\text{kJ/kg}}{1000\,\text{m}^2/\text{s}^2}\right) &= 3072.1\,\text{kJ/kg} + \frac{V_2^{\,2}}{2}\left(\frac{1\,\text{kJ/kg}}{1000\,\text{m}^2/\text{s}^2}\right) + \frac{25\,\text{kJ/s}}{2.082\,\text{kg/s}} \\
V_2 &= 606\,\text{m/s}
\end{aligned}$$

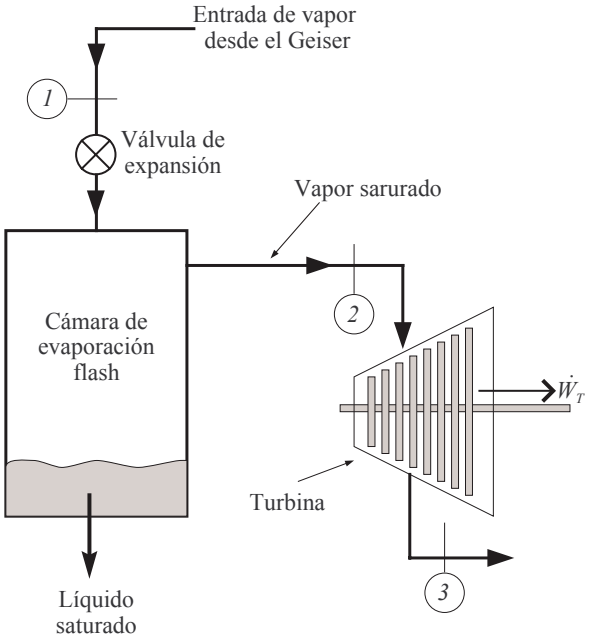
El caudal (volumen por unidad de tiempo) a la salida de la boquilla es:

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = \dot{m} v_2 = (2.082\,\mathrm{kg/s})(1.31623\,\mathrm{m^3/kg}) = 2.74\,\mathrm{m^3/s}$$

■

Problema 4.2.
Se propone el uso de una fuente geotérmica de agua (digamos, un *Geiser*), para generar electricidad por medio de una turbina de vapor. El diseño propuesto es el de la figura. Agua a alta presión $P_1 = 5.0\,\mathrm{MPa}$ y $T_1 = 180^\circ\,\mathrm{C}$ pasa a través de una válvula de expansión (proceso de Joule-Thomson, que mantiene la entalpía constante) a una cámara de evaporación *"flash"* que forma una mezcla saturada vapor-agua a 400 kPa. El líquido se deshecha, y el vapor entra a la turbina, saliendo a una presión de 10 kPa y una calidad del 90 %. Si queremos que la turbina produzca 1 MW de potencia, calcule el flujo de agua geotermal requerido.

Ayuda: Considere que la turbina está térmicamente aislada y relacione la cantidad de vapor que entra a la turbina con la calidad a la salida del evaporador *"flash"*.



Solución:

En la entrada de la valvula, (etiquetada con el número 1) el estado termodinámico del agua está dado por la presión $P_1 = 5.0\,\mathrm{MPa}$ y la temperatura $T_1 = 180^\circ\,\mathrm{C}$. Usando la *Tablas de Agua Comprimida*, encontramos que:

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 & = & 5.0\,\mathrm{MPa} \\ T_1 & = & 180^\circ\,\mathrm{C} \end{array}\right\} h_1 = 765.09\,\mathrm{kJ/kg}$$

Esta entalpía se conserva a través de la válvula de expansión, de donde sabemos que dentro de la cámara de evaporación,

$$h_c = h_1 = 765.09\,\mathrm{kJ/kg}$$

La presión dentro de la cámara la conocemos, $P_2 = 400\,\text{kPa}$, y sabemos además que el agua está en un estado de mezcla saturada. Usamos la *Tabla de Agua Saturada* para encontrar las propiedades termodinámicas del fluido:

$$h_{f@400\,\text{kPa}} = 604.66\,\text{kJ/kg}\ , \quad h_{fg@400\,\text{kPa}} = 2133.4\,\text{kJ/kg}$$

Con ello, podemos calcular la calidad de la mezcla en la cámara:

$$x_c = \frac{h_c - h_{f@400\,\text{kPa}}}{h_{fg@400\,\text{kPa}}} = 0.0752$$

La calidad mide la proporción de la masa de la mezcla que está en estado gaseoso. Por lo tanto, a la entrada de la turbina tenemos un flujo $\dot{m}_t = x_c\dot{m}$ de vapor, en que $\dot{m}$ es el flujo entrante de agua desde la fuente geotermal. Este es vapor saturado a $P_2 = 400\,\text{kPa}$, con $x_2 = 1$, ya que el agua fue descartada. Así, el estado termodinámico del gas que entra a la turbina se conoce completamente. En particular, su entalpía es,

$$h_2 = h_{g@400\,\text{kPa}} = 2738.1\,\text{kJ/kg}$$

Utilizando ahora la Primera Ley de la Termodinámica en el volumen de control definido por la turbina, encontramos que:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\
\dot{m}_t h_2 &= \dot{m}_t h_3 + \dot{W} \\
\dot{m}_t &= \frac{\dot{W}}{h_2 - h_3} \\
\dot{m} &= \frac{\dot{W}}{x_c(h_2 - h_3)}
\end{aligned}$$

en que las entalpías están etiquetadas con los números de la figura y $\dot{W} = 1\,\text{MW}$ es el trabajo que realiza la turbina. El gas que sale de la turbina está saturado a $P_3 = 10\,\text{kPa}$ y $x_3 = 90\,\%$. De este modo, de las tablas,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 &=& 10\,\text{kPa} \\ x_3 &=& 0.9 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_{f@10\,\text{kPa}} &=& 191.81\,\text{kJ/kg} \\ h_{fg@10\,\text{kPa}} &=& 2392.1\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Por tanto,

$$\begin{aligned}
h_3 &= h_{f@10\,\text{kPa}} + x_3\, h_{fg@10\,\text{kPa}} \\
&= 2344.7\,\text{kJ/kg}
\end{aligned}$$

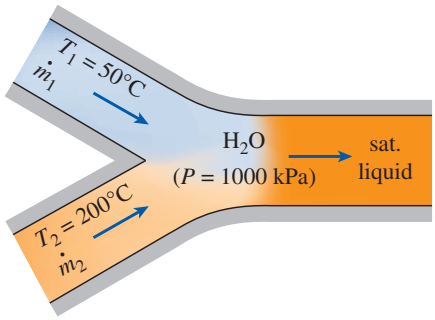
Reemplazando,

$$\dot{m} = 33.803\,\text{kg/s}$$

■

Problema 4.3.
En centrales de potencia a vapor, calentadores de agua de alimentación abierta son frecuentemente utilizados para calentar el agua mediante la mezcla con vapor proveniente de una turbina en alguna etapa intermedia. Considere un calentador de agua de alimentación abierta que opera a una presión

de 1000 kPa. Agua a 50° C y 1000 kPa se calienta con vapor sobrecalentado a 200° C y 1000 kPa. En un calentador ideal, la mezcla deja el dispositivo como líquido saturado a la presión del agua entrante. Determine la razón entre los flujos de masa de agua y de vapor sobrecalentado para este caso.



Solución:

Consideremos la siguiente notación: el subíndice (1) se refiere al agua fría que ingresa al calentador, el subíndice (2) referencia al vapor que ingresa al calentador, y el subíndice (3) da cuenta del líquido saturado que sale del calentador. Notemos que $T_1 < T_{\text{sat@1 MPa}} = 179.88°\,\text{C}$, por lo que el agua fría se comporta como líquido comprimido. Como no existe una entrada en la *Tabla de Agua Comprimida* para estos datos, las propiedades termodinámicas se aproximan a las de líquido saturado a dicha temperatura. Así,

$$\begin{aligned} h_1 &\approx h_{f@50°\,\text{C}} = 209.34\,\text{kJ/kg} \\ h_2 &= h_{200°\,\text{C}\,1\,\text{MPa}} = 2828.3\,\text{kJ/kg} \\ h_3 &= h_{f@1\,\text{MPa}} = 762.51\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Tomamos el mezclador como nuestro sistema de estudio, el cual es un volumen de control desde que la masa cruza su frontera. Los balances de masa y energía para este sistema de flujo permanente son:

- **Balance de masa:**

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \cancelto{0}{\Delta \dot{m}_{sistema}} \implies \dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} \implies \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

- **Balance de energía:**

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \cancelto{0}{\Delta \dot{E}_{sistema}} \implies \dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \implies \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3$$

Combinando ambas,

$$\begin{aligned} \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 &= \dot{m}_3 h_3 \\ \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 &= (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_3 \quad / : \dot{m}_2 \\ r h_1 + h_2 &= (r+1) h_3 \\ r &= \frac{h_3 - h_2}{h_1 - h_3} \\ &= 3.73 \end{aligned}$$

donde $r = \dfrac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}$ es el cociente entre ambos flujos. ■

Problema 4.4.
Un sistema formado por un cilindro y pistón ideal, sin roce, se mantiene a presión constante. En su interior hay 1.0 kg de agua con una calidad del 5 % a 150° C. Se transfiere calor de modo tal que agua líquida se transforma en vapor, a una tasa de 1.0 g/s. Encuentre:

a) La tasa de variación de la energía interna en el interior del cilindro

b) La tasa de variación del volumen del cilindro

c) La tasa de transferencia de calor

Solución:

a) Se trata de un proceso estacionario, en que las tasas de variación temporal se mantienen constantes. La ecuación de continuidad de la masa es:

$$m = m_{vap} + m_{liq} = \text{cte} \quad \Longrightarrow \quad \dot{m} = \dot{m}_{vap} + \dot{m}_{liq} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \dot{m}_{vap} = -\dot{m}_{liq}$$

con $\dot{m}_{vap} = 0.001\,\text{kg/s}$. La energía interna tiene dos componentes, la del líquido saturado y la del vapor saturado. Así,

$$U = U_{liq} + U_{vap} = m_{liq}u_f + m_{vap}u_g$$

donde u_f y u_g son la energía interna del líquido y vapor saturado respectivamente, en la condición de temperatura correspondiente. Luego, como u_f y u_g son constantes a una condición dada,

$$\dot{U} = \dot{m}_{liq}u_f + \dot{m}_{vap}u_g = \dot{m}_{vap}(u_g - u_f) = \dot{m}_{vap}u_{fg}$$

De la tabla respectiva,

$$u_{fg} = u_{fg@150^\circ\,\text{C}} = 1927.4\,\text{kJ/kg}$$

Reemplazando,

$$\dot{U} = (0.001\,\text{kg/s})(1927.4\,\text{kJ/kg}) = 1.9274\,\text{kJ/s}$$

b) El volumen total en cada instante de tiempo es

$$V = V_{liq} + V_{vap}$$

Con el mismo razonamiento anterior,

$$\dot{V} = \dot{m}_{liq}v_f + \dot{m}_{vap}v_g = \dot{m}_{vap}(v_g - v_f) = \dot{m}_{vap}v_{fg}$$

De la tabla respectiva,

$$v_{fg} = (v_{g@150^\circ\,\text{C}} - v_{f@150^\circ\,\text{C}}) = (0.39248 - 0.001091)\,\text{m}^3/\text{kg} = 0.391389\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Por tanto,

$$\dot{V} = 0.000391389\,\text{m}^3 s$$

c) De la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\dot{U} = \dot{Q} - \dot{W}$$

Entonces, nos resta hallar el valor de $\dot{W}$:

$$dW = PdV \quad \Longrightarrow \quad \dot{W} = P\dot{V} = P\dot{m}_{vap}v_{fg}$$

Así,

$$\dot{Q} = \dot{U} + \dot{W} = \dot{m}_{vap}u_{fg} + P\dot{m}_{vap}v_{fg} = \dot{m}_{vap}(u_{fg} + Pv_{fg}) = \dot{m}_{vap}h_{fg}$$

De la tabla respectiva,

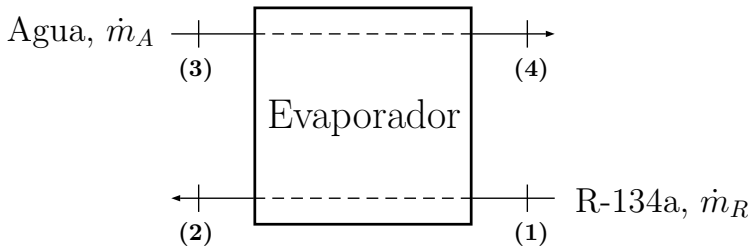
$$h_{fg} = h_{fg@150^\circ\,\mathrm{C}} = 2113.8\,\mathrm{kJ/kg}$$

y por tanto:

$$\dot{Q} = 2.1138\,\mathrm{kJ/s}$$

■

Problema 4.5.
El evaporador de un ciclo de refrigeración es básicamente un intercambiador de calor en el cual un refrigerante es evaporado por la absorción de calor de un fluido. Refrigerante R-134a entra al evaporador a 200 kPa con una calidad del 30 %. El R-134a deja el evaporador a la misma presión, pero sobrecalentado a 60° C y una tasa de 20.65 m^3/h. El refrigerante es evaporado absorbiendo calor de un flujo de agua de 0.75 kg/s a 10° C.



Determine:

a) La tasa de calor absorbida por el refrigerante

b) La temperatura final del agua, asumiendo que entra y sale del evaporador a presión atmosférica

Solución:

a) Notemos que, dado que el condensador está bien aislado, el calor transferido desde el fluido caliente es igual al calor absorbido por el fluido frío. Los cambios en las energías cinética y potencial son

despreciables. Tomamos la tubería con R-134a como nuestro primer sistema de estudio, el cual es un volumen de control. El balance de energía en este régimen estacionario se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\ \dot{Q}_{in} + \dot{m}_R h_1 &= \dot{m}_R h_2 \\ \dot{Q}_{in} &= \dot{m}_R (h_2 - h_1) \end{aligned}$$

De la *Tabla de Refrigerante R-134a Saturado*,

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= 200\,\text{kPa} \\ x_1 &= 0.3 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} h_{f@200\,\text{kPa}} &= 38.41\,\text{kJ/kg} \\ h_{fg@200\,\text{kPa}} &= 206.09\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} h_1 &= h_{f@200\,\text{kPa}} + x_1\, h_{fg@200\,\text{kPa}} \\ &= 100.237\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

De la *Tabla de Refrigerante R-134a Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{aligned} P_2 &= 200\,\text{kPa} \\ T_2 &= 60^\circ\,\text{C} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} h_2 &= 305.79\,\text{kJ/kg} \\ v_2 &= 0.13206\,\text{m}^3\text{/kg} \end{aligned}$$

Para determinar el flujo de masa de refrigerante, notamos que:

$$\dot{m}_R = \frac{\dot{V}_2}{v_2} = \frac{(20.65/3600\,\text{m}^3\text{/s})}{(0.13206\,\text{m}^3\text{/kg})} = 0.04343564373\,\text{kg/s}$$

Por tanto,

$$\dot{Q}_{in} = 8.928326876\,\text{kJ/s}$$

b) Ahora tomamos la tubería con agua como nuestro segundo sistema de estudio, el cual es un volumen de control. El balance de energía en este régimen estacionario se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\ \dot{m}_A h_3 &= \dot{m}_A h_4 + \dot{Q}_{out} \\ h_3 - \frac{\dot{Q}_{out}}{\dot{m}_A} &= h_4 \end{aligned}$$

donde $\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_{out}$. Notemos que $T_3 < T_{\text{sat@1 atm}} = 99.97^\circ\,\text{C}$, por lo que el agua entrante se comporta como líquido comprimido. Como no existe una entrada en la *Tabla de Agua Comprimida* para estos datos, las propiedades termodinámicas se aproximan a las de líquido saturado a dicha temperatura. Así,

$$h_3 = h_{f@10^\circ\,\text{C}} = 42.022\,\text{kJ/kg}$$

Por tanto,

$$h_4 = 30.11756417\,\text{kJ/kg}$$

Como $h_4 < h_{f@1\,\text{atm}} = 419.06\,\text{kJ/kg}$, el agua saliente también se comporta como líquido comprimido. Como no existe una entrada en la *Tabla de Agua Comprimida* para estos datos, las

propiedades termodinámicas se aproximan a las de líquido saturado a dicha temperatura. De la *Tabla de Agua Saturada*, encontramos que:

$T\,[^\circ\,\mathrm{C}]$	$h_f\,[\mathrm{kJ/kg}]$
5	21.020
10	42.022

Como la tabla no posee el valor exacto de la entalpía específica que deseamos, tendremos que **interpolar**:

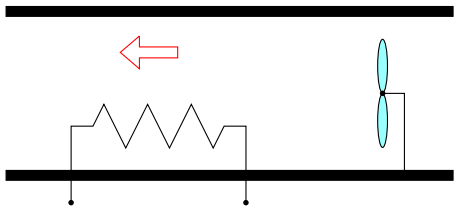
$$T = T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{h_b - h_a}\right)(h - h_a)$$

Reemplazando,

$$\begin{aligned} T_4 &= 5 + \left(\frac{5-10}{21.020 - 42.022}\right)(h_4 - 21.020) \\ &= 5 + \left(\frac{5-10}{21.020 - 42.022}\right)(30.11756417 - 21.020) \\ &= 7.165880433^\circ\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

■

Problema 4.6.
Un sistema usado para secar el pelo consiste en un ducto con resistencias como calentadores. Un ventilador pequeño impulsa aire y lo hace circundar las resistencias, donde se calienta como muestra la figura. A un sistema de este tipo, que opera de una manera estacionaria de potencia eléctrica 1.5 kW, entra aire a 100 kPa y 27° C y sale a 100 kPa y 57° C. El área transversal de la salida del sistema es 50 cm^2.



Despreciando los cambios de energía cinética y potencial, la potencia consumida por el ventilador y las pérdidas de calor a través de las paredes del sistema, determine:

a) El flujo volumétrico del aire en la entrada

b) La velocidad del aire a la salida

Asuma que el aire se comporta como gas ideal, con $c_P = 1.005\,\mathrm{kJ/kg \cdot K}$ y $\mathcal{R} = 0.287\,\mathrm{kJ/kg \cdot K}$.

Solución:

a) La ecuación de continuidad de la masa nos dice que:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \qquad \text{(una entrada y una salida)}$$

El balance de energía para este proceso estacionario es:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\ \dot{W} + \dot{m}h_1 &= \dot{m}h_2 \\ \dot{m} &= \frac{\dot{W}}{h_2 - h_1} \\ &= \frac{\dot{W}}{c_P(T_2 - T_1)} \\ &= \frac{(1.5\,\text{kJ/s})}{(1.005\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K})(30\,\text{K})} \\ &= 0.04975\,\text{kg/s} \end{aligned}$$

De la ecuación de estado de los gases ideales,

$$v_1 = \frac{\mathcal{R}T_1}{P_1} = 0.861\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Por tanto,

$$\dot{\mathcal{V}}_1 = \dot{m}v_1 = 0.0428\,\text{m}^3/\text{s}$$

b) De la ecuación de estado,

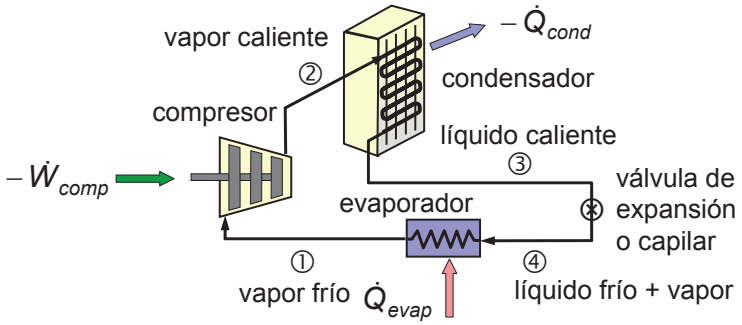
$$v_2 = \frac{\mathcal{R}T_2}{P_2} = 0.9471\,\text{m}^3/\text{kg}$$

De la definición de flujo volumétrico,

$$\dot{\mathcal{V}}_2 = A_2V_2 = \dot{m}v_2 \quad \Longrightarrow \quad V_2 = \frac{\dot{m}v_2}{A_2} = 9.42\,\text{m/s}$$

■

Problema 4.7.
El sistema de refrigeración de la figura usa R-134a como fluido de trabajo. El flujo de masa en el sistema es 0.1 kg/s, y la potencia de entrada al compresor es 5.0 kW.



Determinar:

a) La calidad del vapor a la salida de la válvula de expansión

b) La tasa de transferencia de calor al evaporador

c) La tasa de transferencia de calor desde el compresor

Parámetros del sistema:

$$\begin{array}{llllllll} P_1 = 100\,\text{kPa} & T_1 = -20^\circ\,\text{C} & T_2 = 50^\circ\,\text{C} & x_3 = 0.0 \\ P_2 = 800\,\text{kPa} & T_3 = 30^\circ\,\text{C} & T_4 = -30^\circ\,\text{C} & \end{array}$$

Solución:

a) Considerando un V. C. alrededor de la válvula de expansión:

$$h_3 = h_4$$

De la *Tabla de Refrigerante R-134a Saturado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} T_3 &=& 30^\circ\,\text{C} \\ x_3 &=& 0 \end{array}\right\} h_3 = 93.58\,\text{kJ/kg}$$

Para el punto (4),

$$T_4 = -30^\circ\,\text{C} \;\Big\}\; \begin{array}{rcl} h_{f@-30^\circ\,\text{C}} &=& 12.64\,\text{kJ/kg} \\ h_{fg@-30^\circ\,\text{C}} &=& 219.55\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Así,

$$h_4 = h_{f@-30^\circ\,\text{C}} + x_4\, h_{fg@-30^\circ\,\text{C}} \quad\Longrightarrow\quad x_4 = \frac{h_4 - h_{f@-30^\circ\,\text{C}}}{h_{fg@-30^\circ\,\text{C}}} = 0.3686631747$$

b) Considerando un V. C. alrededor del evaporador:

$$\dot{Q}_{evap} + \dot{m}h_4 = \dot{m}h_1 \quad\Longrightarrow\quad \dot{Q}_{evap} = \dot{m}(h_1 - h_4)$$

De la *Tabla de Refrigerante R-134a Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 100\,\text{kPa} \\ T_1 &=& -20^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} h_1 = 239.52\,\text{kJ/kg}$$

Por tanto,

$$\dot{Q}_{evap} = 14.594\,\text{kJ/s}$$

c) Considerando un V. C. alrededor del compresor,

$$\dot{W}_{compr} + \dot{m}h_1 = \dot{m}h_2 + \dot{Q}_{compr} \quad\Longrightarrow\quad \dot{Q}_{compr} = \dot{W}_{compr} + \dot{m}(h_1 - h_2)$$

De la *Tabla de Refrigerante R-134a Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_2 &=& 800\,\text{kPa} \\ T_2 &=& 50^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} h_2 = 286.71\,\text{kJ/kg}$$

Reemplazando,

$$\dot{Q}_{compr} = 0.281\,\text{kJ/s}$$

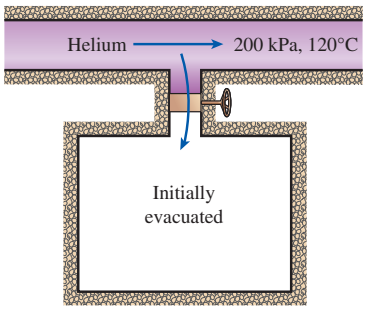
5

Primera Ley en Sistemas de flujo transiente



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 5.1.
Un tanque rígido e aislado inicialmente evacuado es conectado, mediante una válvula, a una línea de suplemento que lleva helio a 200 kPa y 120° C. En cierto instante de tiempo, se abre la válvula y el helio puede fluir dentro del tanque hasta que la presión alcance los 200 kPa. En ese instante, la válvula se cierra. Determine la temperatura final del helio en el tanque.



Asuma que el helio se comporta como gas ideal, con $c_p = 5.1926\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$, $c_v = 3.1156\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ y $\mathcal{R} = 2.0769\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$.

Solución:

Tomamos nuestro volumen de control (v.c.) alrededor del tanque. De la Primera Ley para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e h_e = m_2 u_2$$

donde los subíndices (e, s) hacen referencia a lo que entra y sale, respectivamente. La ecuación de continuidad para la masa nos dice que:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e = m_2$$

Dado que el helio puede ser tratado como un gas ideal,

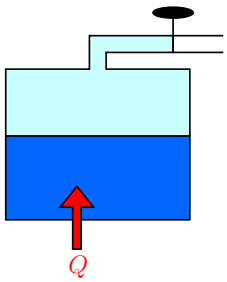
$$\begin{aligned} h_e &= u_2 \\ c_p T_e &= c_v T_2 \end{aligned}$$

donde hemos realizado la aproximación de que $h(0\,\text{K}) = u(0\,\text{K}) = 0\,\text{kJ/kg}$, que funciona bastante bien para el helio. Con ello,

$$T_2 = \left(\frac{c_p}{c_v}\right) T_e = \left(\frac{5.1926}{3.1156}\right)(120 + 273\,\text{K}) \approx 655\,\text{K}$$

■

Problema 5.2.
Un tanque de 200 L contiene inicialmente agua a 100 kPa, con una calidad del 1 %. Se transfiere calor al agua, por lo que su presión y temperatura aumentan. Cuando la presión alcanza los 2 MPa, se abre una válvula de seguridad y sale vapor saturado a 2 MPa. El proceso continúa a una presión constante de 2 MPa, hasta que la calidad en el tanque llega al 90 % y luego se detiene.



Encontrar la masa total de agua que deja el tanque y el calor total transferido.

Solución:

El proceso descrito en el enunciado es de tipo transiente, ya que hay cambios en el tiempo, con tres etapas a la vista:

- Estado 1: estado inicial
- Estado 2: apertura de la válvula
- Estado 3: estado final

Tomamos nuestro volumen de control (v.c.) alrededor del tanque. El balance de masa para el v.c. nos dice que:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad -m_s = m_3 - m_1$$

donde los subíndices (e, s) hacen referencia a lo que entra y sale, respectivamente. De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 100\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0.01 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{f@100\,\text{kPa}} &=& 0.001043\,\text{m}^3/\text{kg} \\ v_{g@100\,\text{kPa}} &=& 1.6941\,\text{m}^3/\text{kg} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} u_{f@100\,\text{kPa}} &=& 417.40\,\text{kJ/kg} \\ u_{fg@100\,\text{kPa}} &=& 2088.2\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Con ello,

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{f@100\,\text{kPa}} + x_1\,(v_{g@100\,\text{kPa}} - v_{f@100\,\text{kPa}}) \\ &= 0.01797357\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{f@100\,\text{kPa}} + x_1\,u_{fg@100\,\text{kPa}} \\ &= 438.282\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{V}{v_1} \\ &= 11.12744992\,\text{kg} \end{aligned}$$

donde V es el volumen del tanque. Por otra parte,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 &=& 2\,\text{MPa} \\ x_3 &=& 0.9 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{f@2\,\text{MPa}} &=& 0.001177\,\text{m}^3/\text{kg} \\ v_{g@2\,\text{MPa}} &=& 0.099587\,\text{m}^3/\text{kg} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} u_{f@2\,\text{MPa}} &=& 906.12\,\text{kJ/kg} \\ u_{fg@2\,\text{MPa}} &=& 1693.0\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

y por tanto,

$$\begin{aligned} v_3 &= v_{f@2\,\mathrm{MPa}} + x_3\,(v_{g@2\,\mathrm{MPa}} - v_{f@2\,\mathrm{MPa}}) \\ &= 0.089746\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3 &= u_{f@2\,\mathrm{MPa}} + x_3\,u_{fg@2\,\mathrm{MPa}} \\ &= 2429.82\,\mathrm{kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_3 &= \frac{V}{v_3} \\ &= 2.228511577\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

De la ecuación de continuidad de masa,

$$m_s = m_1 - m_3 = 8.898938343\,\mathrm{kg}$$

De le Primera Ley de la Termodinámica para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q - m_s h_s = m_3 u_3 - m_1 u_1$$

Por tanto,

$$Q = m_3 u_3 - m_1 u_1 + m_s h_s$$

De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{aligned} P_s &= 2\,\mathrm{MPa} \\ x_s &= 1 \end{aligned}\right\} h_s = h_{g@2\,\mathrm{MPa}} = 2798.3\,\mathrm{kJ/kg}$$

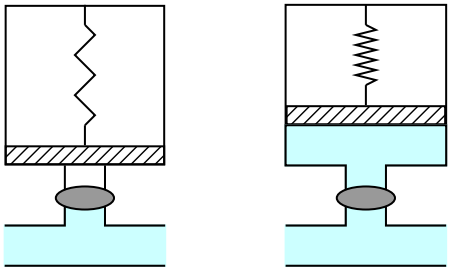
Finalmente, reemplazando,

$$Q = 25439.82016\,\mathrm{kJ}$$

■

Problema 5.3.
Un tanque evacuado completamente y aislado térmicamente contiene un pistón y un resorte, como se muestra en la figura de la izquierda, y está conectado a una línea principal por la que circula vapor a 2 MPa y 300° C. Inicialmente, el resorte justo toca el pistón y no ejerce fuerza sobre él. Cuando la válvula se abre, entra vapor al tanque hasta que la presión sube a 2 MPa. Considere que el proceso es cuasi-estático.

Sugerencia: Considere como volumen de control el volumen ocupado por el vapor dentro del tanque.



a) Calcular en trabajo que hace el vapor que ya entró al tanque sobre el resorte

b) Determinar la energía interna y el volumen específico del vapor que está en el tanque en la situación final (figura de la derecha)

c) ¿Cuál es la temperatura final del vapor en el tanque?

Solución:

a) El trabajo que hace el vapor sobre el resorte mientras está entrando al tanque viene dado por:

$$W_{sobre\ resorte} = \Delta U_{resorte} = \frac{1}{2}k\left(\Delta {x_f}^2 - \Delta {x_i}^2\right)$$

Sabemos que el resorte no estaba ejerciendo fuerza en la situación inicial, por lo que se encontraba en su largo natural. Por tanto, $\Delta x_i = 0$. En el caso final (durante la entrada de vapor al líquido), la contracción del resorte será igual a la altura que ocupe el gas. Así,

$$\Delta x_f = H_f = \frac{V_f}{A} \quad \Longrightarrow \quad W_{sobre\ resorte} = \frac{k}{2}\left(\frac{V_f}{A}\right)^2$$

donde A es el área transversal del pistón. Considerando el balance de fuerzas sobre el pistón, dado que el proceso es cuasi-estático, podemos relacionar k con datos termodinámicos:

$$P_f A = F_{resorte} = k\Delta x_f = k\left(\frac{V_f}{A}\right) \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{P_f A^2}{V_f}$$

Entonces,

$$W_{sobre\ resorte} = \frac{k}{2}\left(\frac{V_f}{A}\right)^2 = \frac{P_f V_f}{2}$$

b) Para este problema, $Q_{v.c.} = 0$ por que el tanque está aislado. El v.c. partió vacío, por lo que $m_1 = 0$. No hay salida de masa, por lo que $m_s = 0$. Además, $W_{v.c.} \neq= 0$ porque es el trabajo hecho por el vapor sobre el resorte. Además despreciamos el término de energía cinética y potencial gravitatoria en la energía por unidad de masa. Así, la Primera Ley para procesos transientes queda como:

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e h_e - W_{sobre\ resorte} = m_2 u_2$$

De le ecuación de continuidad de masa,

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e = m_2$$

Así,

$$u_2 = h_e - \frac{P_2 V_2}{2m_2} = h_e - \frac{P_2 v_2}{2}$$

que se puede reescribir de la siguiente forma:

$$u_2 + \frac{P_2 v_2}{2} = h_e$$

De la *Tabla de Agua Sobrecalentada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_e & = & 2\,\text{MPa} \\ T_e & = & 300^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} h_e = 3024.2\,\text{kJ/kg}$$

Notar que el estado final está caracterizado por esta nueva magnitud termodinámica, $u + \dfrac{Pv}{2}$, que debe ser igual al valor de h_e por la conservación de energía. Esta magnitud termodinámica no es habitual, pero de igual forma sirve para fijar el estado final del sistema. Surge la siguiente pregunta: ¿dónde puedo encontrar los valores de esta magnitud? No está en las tablas termodinámicas usuales, por lo que deberemos calcularla a partir de ellas. Recordando que $P_2 = 2\,\text{MPa}$, se cumple que:

$$u_{g@2\,\text{MPa}} + \frac{P_2 v_{g@2\,\text{MPa}}}{2} = 2599.1\,\text{kJ/kg} + \frac{(2000\,\text{kPa})(0.099587\,\text{m}^3/\text{kg})}{2} = 2698.687\,\text{kJ/kg} < h_e$$

Por tanto, el agua se encuentra como **vapor sobrecalentado** en su estado final. De la tabla respectiva,

$P = 2\,\text{MPa}$			
$T\,[^\circ\text{C}]$	$v\,[\text{m}^3/\text{kg}]$	$u\,[\text{kJ/kg}]$	$u + \dfrac{Pv}{2}\,[\text{kJ/kg}]$
Sat.	0.09959	2599.1	2698.69
225	0.10381	2628.5	2732.31
250	0.11150	2680.3	2791.80
300	0.12551	2773.2	2898.71
350	0.13860	2860.5	2999.10
400	0.15122	2945.9	3097.12
500	0.17568	3116.9	3292.58

y hallamos que el estado final debe encontrarse entre $350^\circ\,\text{C}$ y $400^\circ\,\text{C}$. Por lo tanto, necesitamos **interpolar**. Para no escribir demasiado, sea $\ell = u + \dfrac{Pv}{2}$. Entonces:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{\ell_b - \ell_a}\right)(\ell_2 - \ell_a) \\ &= 350 + \left(\frac{400 - 350}{3097.12 - 2999.10}\right)(3024.2 - 2999.1) \\ &= 362.8035095^\circ\,\text{C} \end{aligned}$$

y hemos encontrado la temperatura final. Para hallar los valores de energía específica y volumen

específico, debemos volver a interpolar:

$$\begin{aligned} u_2 &= u_a + \left(\frac{u_b - u_a}{T_b - T_a}\right)(T_2 - T_a) \\ &= 2860.5 + \left(\frac{2945.9 - 2860.5}{400 - 350}\right)(362.8035095 - 350) \\ &= 2882.368394\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

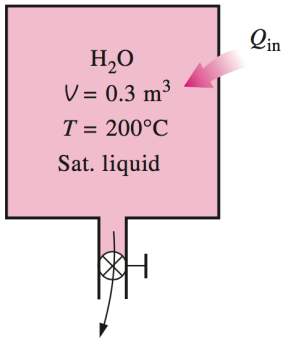
$$\begin{aligned} v_2 &= v_a + \left(\frac{v_b - v_a}{T_b - T_a}\right)(T_2 - T_a) \\ &= 0.13860 + \left(\frac{0.15122 - 0.13860}{400 - 350}\right)(362.8035095 - 350) \\ &= 0.1418316058\,\text{m}^3\text{/kg} \end{aligned}$$

c) La temperatura final ya fue calculada en el apartado anterior, y su valor es:

$$T_2 = 362.8035095^\circ\,\text{C}$$

■

Problema 5.4.
Se tiene un tanque rígido de volumen $0.3\,\text{m}^3$ completamente lleno de líquido saturado a 200° C. Una válvula en la parte de abajo se abre, dejando salir líquido saturado, al mismo tiempo que se transfiere calor al tanque de modo tal que la temperatura del mismo permanece constante en 200° C. El proceso se detiene una vez que la mitad de la masa inicial ha sido extraída del tanque.



a) Calcule la masa inicial y final en el tanque

b) Determine el estado (fase) del agua en el tanque en el estado final. Si es una mezcla saturada, determine su calidad

c) Calcule la cantidad de calor transferido al tanque durante el proceso. Puede despreciar la energía cinética y potencial en su cálculo

Solución:

a) De la *Tabla de Agua Saturada*, encontramos el valor del volumen específico inicial:

$$v_1 = v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 0.001157\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

Por tanto, la masa inicial viene dada por:

$$m_1 = \frac{V}{v_1} = \frac{(0.3\,\mathrm{m}^3)}{(0.001157\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg})} = 259.2912705\,\mathrm{kg}$$

y la masa final:

$$m_2 = \frac{m_1}{2} = 129.6456352\,\mathrm{kg}$$

b) Calculamos el volumen específico final:

$$v_2 = \frac{V}{m_2} = \frac{(0.3\,\mathrm{m}^3)}{(129.6456352\,\mathrm{kg})} = 0.002314\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

De la *Tabla de Agua Saturada*, notamos que:

$$v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 0.001157\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} < v_2 < v_{g@200^\circ\,\mathrm{C}} = 0.12721\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

por lo que el estado del agua es **mezcla saturada**. Calculamos la calidad:

$$x_2 = \frac{v_2 - v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}}}{v_{g@200^\circ\,\mathrm{C}} - v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}}} = 0.009178678818$$

c) De la Primera Ley para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q - m_s h_s = m_2 u_2 - m_1 u_1$$

donde

$$h_s = h_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 852.26\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$u_1 = u_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 850.46\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$u_2 = u_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} + x_2\, u_{fg@200^\circ\,\mathrm{C}} = 866.4648622\,\mathrm{kJ/kg}$$

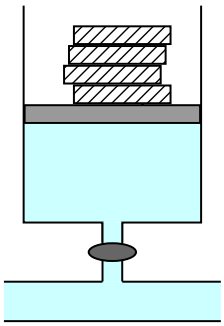
De la ecuación de continuidad para la masa,

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad -m_s = m_2 - m_1 = -\frac{m_1}{2} \quad \Longrightarrow \quad m_s = \frac{m_1}{2}$$

Reemplazando,

$$Q = 2308.3226\,\mathrm{kJ}$$

Problema 5.5.
El pistón con peso del dispositivo mostrado en la figura mantiene la presión en el interior del cilindro igual a 1400 kPa. Inicialmente, el sistema no contiene masa. La válvula es abierta y el vapor de la línea principal fluye hacia el cilindro hasta que el volumen es $0.3\,\mathrm{m}^3$. Este proceso es adiabático y el vapor en la línea permanece a 2000 kPa y 225° C. Determinar la temperatura final (y la calidad si corresponde) del vapor en el cilindro y el trabajo total producido mientras el dispositivo se llena.



Solución:

Considerando el volumen de control al sistema pistón-cilindro, notamos que este no posee masa y que el sistema no pierde vapor. Así, la ecuación de continuidad de masa queda como:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e = m_2$$

De la Primera Ley para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e h_e - W = m_2 u_2$$

El trabajo que aparece en la ecuación anterior corresponde al trabajo realizado por el sistema al llenar el cilindro de vapor. Este proceso, al ser realizado a presión constante gracias al émbolo cargado, permite calcular de forma directa el trabajo:

$$W = P_{sistema}(V_2 - V_1) = P_{sistema} V_2 = (1500\,\mathrm{kPa})(0.3\,\mathrm{m}^3) = 420\,\mathrm{kJ}$$

pues el volumen inicial del sistema era nulo. La ecuación anterior puede ser escrita como:

$$W = P_{sistema} m_2 v_2$$

y, por tanto,

$$\begin{aligned} m_e h_e - W &= m_2 u_2 \\ m_2 h_e - m_2 P_{sistema} v_2 &= m_2 u_2 \\ h_e &= u_2 + P_{sistema} v_2 \\ h_e &= h_2 \end{aligned}$$

De la *Tabla de Agua Sobrecalentada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_e & = & 2\,\text{MPa} \\ T_e & = & 225^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} h_e = 2836.1\,\text{kJ/kg}$$

Ahora bien, notemos que:

$$h_{g@1.4\,\text{MPa}} = 2788.9\,\text{kJ/kg} < h_2 = 2836.1\,\text{kJ/kg}$$

por lo que el agua se encuentra como **vapor sobrecalentado**. Luego, no posee calidad. De la *Tabla de Agua Sobrecalentada* a 1.4 MPa,

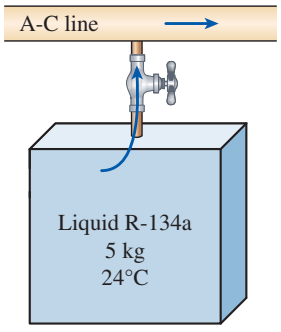
$T\,[^\circ\text{C}]$	$h\,[\text{kJ/kg}]$
200	2803.0
250	2927.9

Como no encontramos el valor exacto, debemos **interpolar**:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{h_b - h_a}\right)(h_2 - h_a) \\ &= 200 + \left(\frac{250 - 200}{2927.9 - 2803.0}\right)(2836.1 - 2803.0) \\ &= 213.2506005^\circ\,\text{C} \end{aligned}$$

■

Problema 5.6.
Un sistema de aire acondicionado debe ser llenado desde un contenedor rígido que contiene 5 kg de R-134a como líquido saturado a 24° C. La válvula que conecta este contenedor con el sistema de aire acondicionado se abre hasta que la masa del contenedor es 0.25 kg, momento en el cual la válvula se cierra. Durante este tiempo, solo R-134a como líquido saturado fluye desde el contenedor. Asumiendo que el proceso es isotérmico mientras la válvula está abierta, determine la calidad final del R-134a en el contenedor, así como el calor total transferido.



Solución:

Considerando un v. c. en el contenedor, la ecuación de continuidad de masa queda como sigue:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad -m_s = m_2 - m_1 \quad \Longrightarrow \quad m_s = m_1 - m_2$$

La Primera Ley aplicada a este proceso transiente nos dice que:

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q_{in} - m_s h_s = m_2 u_2 - m_1 u_1$$

Combinando ambos balances,

$$Q_{in} = m_2 u_2 - m_1 u_1 + m_s h_s = m_2 u_2 - m_1 u_1 + (m_1 - m_2) h_s = m_2 (u_2 - h_s) + m_1 (h_s - u_1)$$

A partir de la *Tabla de Refrigerante R-134a Saturado*, determinamos las propiedades del estado inicial:

$$\left.\begin{array}{rcl} T_1 &=& 24^\circ\,\mathrm{C} \\ x_1 &=& 0 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_1 &=& v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} = 0.000826\,\mathrm{m^3/kg} \\ u_1 &=& u_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} = 84.44\,\mathrm{kJ/kg} \end{array}$$

Además, se sabe que:

$$h_s = h_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} = 84.98\,\mathrm{kJ/kg}$$

Note que hemos asumido que el refrigerante deja el tanque como líquido saturado. El volumen del tanque es:

$$V = m_1 v_1 = (5\,\mathrm{kg})(0.000826\,\mathrm{m^3/kg}) = 0.00413\,\mathrm{m^3}$$

Con ello, podemos determinar el valor del volumen específico final, considerando que el volumen del tanque no cambia entre dichos estados:

$$v_2 = \frac{V}{m_2} = \frac{(0.00413\,\mathrm{m^3})}{(0.25\,\mathrm{kg})} = 0.01652\,\mathrm{m^3/kg}$$

con lo que el estado final está totalmente determinado. De la tabla respectiva,

$$\left.\begin{array}{rcl} T_2 &=& 24^\circ\,\mathrm{C} \\ v_2 &=& 0.01652\,\mathrm{m^3/kg} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 0.000826\,\mathrm{m^3/kg} \\ v_{g@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 0.031869\,\mathrm{m^3/kg} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} u_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 84.44\,\mathrm{kJ/kg} \\ u_{fg@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 158.68\,\mathrm{kJ/kg} \end{array}$$

Calculando,

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{v_2 - v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}}}{v_{g@24^\circ\,\mathrm{C}} - v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}}} \\ &= 0.5055568083 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= u_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} + x_2\, u_{fg@24^\circ\,\mathrm{C}} \\ &= 164.6617543\,\mathrm{kJ/kg} \end{aligned}$$

Finalmente, reemplazando,

$$Q_{in} = 22.62043858\,\mathrm{kJ}$$

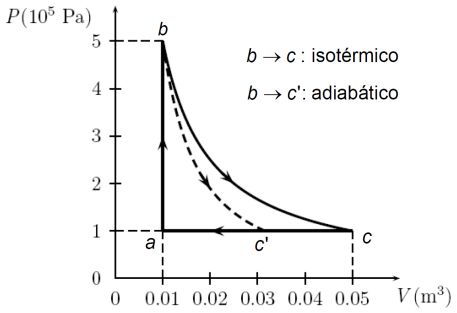
6

Eficiencia Térmica y Desigualdad de Clausius



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 6.1.
Considere el ciclo termodinámico que realiza una cierta cantidad de moles de aire, descrito en el gráfico P vs V que muestra la figura. Adicionalmente a los tramos a presión y volumen constante, el ciclo puede completarse con la línea curva continua, que corresponde a un proceso isotérmico, o la segmentada, que corresponde a un proceso adiabático. Asuma que el aire se puede modelar como un gas ideal diatómico.



a) Encuentre el trabajo hecho por el gas en ambos casos (línea continua y línea segmentada)

b) Determine la eficiencia del ciclo para ambos casos

Solución:

a) El trabajo realizado por el gas en todo un ciclo corresponde a la suma del trabajo realizado en cada etapa:

- $a \to b$: proceso isocórico, por lo que
$$W_{ab} = 0\,\mathrm{J}$$
- $b \to c$: proceso isotérmico, por lo que
$$W_{bc} = \int_{V_b}^{V_c} P\,dV = \int_{V_b}^{V_c} \frac{nRT_{iso}}{V}\,dV = nRT_{iso}\ln\left(\frac{V_b}{V_c}\right) = P_cV_c\ln\left(\frac{V_b}{V_c}\right) = 8047.19\,\mathrm{J}$$
donde $T_{iso} = T_b = T_c$ y $P_cV_c = P_bV_b = nRT_{iso}$, pues el aire puede ser modelado como gas ideal.
- $b \to c'$: proceso adiabático, por lo que $PV^\gamma = K$, con K una constante. Así,
$$W_{bc'} = \int_{V_b}^{V_{c'}} P\,dV = K\int_{V_b}^{V_{c'}} \frac{dV}{V^\gamma} = \frac{K}{1-\gamma}V^{1-\gamma}\Big|_{V_b}^{V_{c'}}$$
Necesitamos hallar los valores de K y $V_{c'}$. Reemplazando en el punto b,
$$K = P_bV_b^\gamma = (5\times10^5)(0.01)^{1.4} = 792.446596$$
Por otra parte,
$$K = P_{c'}V_{c'}^\gamma \quad\Longrightarrow\quad V_{c'} = \left(\frac{K}{P_{c'}}\right)^{1/\gamma} = 0.03156925177\,\mathrm{m}^3$$

Reemplazando,

$$W_{bc'} = 4607.69\,\text{J}$$

Notar que si hubiésemos considerado la Primera Ley de la Termodinámico, como el proceso es adiabático,

$$W_{bc'} = -\Delta U_{bc'} = -nc_v(T_{c'} - T_b) = \frac{5}{2}(nRT_b - nRT_{c'}) = \frac{5}{2}(P_bV_b - P_{c'}V_{c'}) = 4607.69\,\text{J}$$

y nos habríamos ahorrado la integral.

- $c \to a$: proceso isobárico, por lo que

$$W_{ca} = P_{iso}(V_a - V_c) = -4000\,\text{J}$$

donde $P_{iso} = P_{c'} = P_c = P_a$

- $c' \to a$: proceso isobárico, por lo que

$$W_{c'a} = P_{iso}(V_a - V_{c'}) = -2156.93\,\text{J}$$

Finalmente,

$$W_{abca} = 4047.19\,\text{J} \qquad \wedge \qquad W_{abc'a} = 2450.76\,\text{J}$$

b) Para determinar la eficiencia del ciclo, requerimos el calor que entra, pues:

$$\eta_{ciclo} = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}}$$

De la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\Delta U = Q - W \quad \Longrightarrow \quad Q = \Delta U + W$$

- $a \to b$: el proceso es isocórico, por lo que $W_{ab} = 0\,\text{J}$. Además,

$$\Delta U_{ab} = nc_v(T_b - T_a) = \frac{5}{2}(nRT_b - nRT_a) = \frac{5}{2}(P_bV_b - P_aV_a) = 10000\,\text{J}$$

Por tanto,

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} + W_{ab} = 10000\,\text{J} > 0$$

- $b \to c$: el proceso es isotérmico, por lo que $\Delta U_{bc} = 0\,\text{J}$. Además,

$$\Delta U_{bc} = nc_v(T_c - T_a) = 0\,\text{J}$$

Así,

$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} + W_{bc} = 8047.19\,\text{J} > 0$$

- $b \to c'$: el proceso es adiabático, por lo que

$$Q_{bc'} = 0\,\text{J}$$

- $c \to a$:

$$\Delta U_{ca} = nc_v(T_a - T_c) = \frac{5}{2}(nRT_a - nRT_c) = \frac{5}{2}(P_aV_a - P_cV_c) = -10000\,\text{J}$$

Así,

$$Q_{ca} = \Delta U_{ca} + W_{ca} = -14000\,\text{J} < 0$$

- $c' \to a$: proceso isobárico, por lo que

$$\Delta U_{c'a} = nc_v(T_a - T_{c'}) = \frac{5}{2}(nRT_a - nRT_{c'}) = \frac{5}{2}(P_aV_a - P_{c'}V_{c'}) = -5392.31\,\text{J}$$

Así,

$$Q_{c'a} = \Delta U_{c'a} + W_{c'a} = -7549.24\,\text{J} < 0$$

El calor que entra corresponde a la suma de todos los términos positivos antes calculados. Con ello,

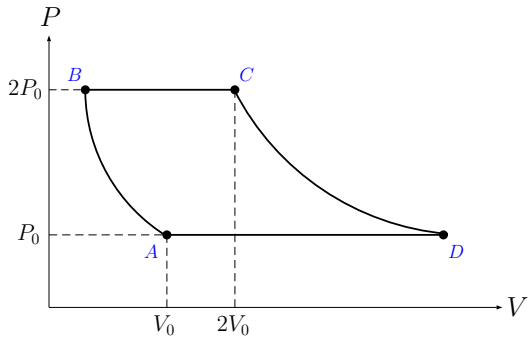
$$Q_{in}{}^{abca} = 18047.19\,\text{J} \qquad \wedge \qquad Q_{in}{}^{abc'a} = 10000\,\text{J}$$

Finalmente,

$$\eta_{abca} = 0.2242559645 \qquad \wedge \qquad \eta_{abc'a} = 0.245076$$

■

Problema 6.2.
El ciclo termodinámico representado por el diagrama $P - V$ de la figura lo realiza un mol de un gas ideal diatómico en el sentido $ABCDA$. El tramo $A \to B$ es isotérmico, el tramo $B \to C$ es isobárico, el tramo $C \to D$ es adiabático, y el tramo $D \to A$ es isobárico. Los valores de P_0 y V_0 en el diagrama se suponen conocidos.



a) Encuentre los valores de presión, volumen y temperatura en los puntos A, B, C y D del diagrama

b) Determinar el flujo de calor en cada tramo el ciclo

c) Determine la eficiencia termodinámica del ciclo, así como la eficiencia termodinámica del ciclo de Carnot equivalente

d) Encuentre el trabajo realizado por el gas en el ciclo

Solución:

a) La ecuación de estado de los gases ideales, reemplazando $n = 1$, queda de la siguiente forma:

$$PV = RT$$

En el punto A se cumple que $P_A = P_0$ y $V_A = V_0$, por lo que:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{R} = \frac{P_0 V_0}{R}$$

El tramo $A \to B$ es isotérmico, por lo que $T_B = T_A$ antes calculada. Además, del diagrama, $P_B = 2P_0$. Así,

$$V_B = \frac{RT_B}{P_B} = \frac{R}{2P_0}\left(\frac{P_0 V_0}{R}\right) = \frac{V_0}{2}$$

El tramo $B \to C$ es isobárico, por lo que $P_C = P_B = 2P_0$. Del diagrama, $V_C = 2V_0$. Con ello,

$$T_C = \frac{P_C V_C}{R} = \frac{4P_0 V_0}{R}$$

El tramo $C \to D$ es adiabático, por lo que la presión y el volumen satisfacen la relación

$$PV^\gamma = K \text{ (cte)}$$

Evaluando en el punto C para obtener el valor de la constante,

$$PV^\gamma = (2P_0)(2V_0)^\gamma = 2^{\gamma+1} P_0 {V_0}^\gamma$$

Como $P_D = P_0$,

$$V_D = 2^{(\gamma+1)/\gamma} V_0 = 2^{12/7} V_0$$

ya que $\gamma = 7/5$ para un gas ideal diatómico. Finalmente,

$$T_D = \frac{P_D V_D}{R} = 2^{12/7}\frac{P_0 V_0}{R}$$

Resumiendo,

Estado	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{V}$
(A)	$\frac{P_0 V_0}{R}$	P_0	V_0
(B)	$\frac{P_0 V_0}{R}$	$2P_0$	$\frac{V_0}{2}$
(C)	$\frac{4P_0 V_0}{R}$	$2P_0$	$2V_0$
(D)	$2^{12/7}\frac{P_0 V_0}{R}$	P_0	$2^{12/7}V_0$

b) De la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\Delta U = Q - W$$

El tramo $A \to B$ es isotérmico a temperatura $T_A = T_B$, por lo que la variación de energía interna en dicho tramo es $\Delta U_{AB} = 0$. Así,

$$Q_{AB} = W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} P\, dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{RT_A}{V}\, dV = P_0 V_0 \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{dV}{V} = -P_0 V_0 \ln(2) < 0$$

lo que indica que el gas cede calor en este tramo. El tramo $B \to C$ es isobárico, por lo cual:

$$Q_{BC} = c_P(T_C - T_B) = \frac{7R}{2}\left(\frac{4P_0V_0}{R} - \frac{P_0V_0}{R}\right) = \frac{21}{2}P_0V_0 > 0$$

lo que indica que el gas absorbe calor en este tramo. El tramo $C \to D$ es adiabático, por lo que

$$Q_{CD} = 0$$

Finalmente, el tramo $D \to A$ es isobárico. Con ello,

$$Q_{DA} = c_P(T_A - T_D) = \frac{7R}{2}\left(\frac{P_0V_0}{R} - 2^{12/7}\frac{P_0V_0}{R}\right) = \frac{7}{2}\Big(1 - 2^{12/7}\Big)P_0V_0 < 0$$

c) La eficiencia termodinámica está dada por:

$$\eta = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}}$$

Como en un ciclo completo la variación de energía interna es nula, se cumple que:

$$W_{ciclo} = Q_{ciclo} = Q_{in} - |Q_{out}|$$

Entonces, reemplazando en la expresión de la eficiencia,

$$\eta = \frac{W_{ciclo}}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - |Q_{out}|}{Q_{in}} = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}}$$

En este caso:

$$Q_{in} = Q_{BC} = \frac{21}{2}P_0V_0$$

y

$$|Q_{out}| = |Q_{AB} + Q_{DA}| = P_0V_0\left[\ln(2) + \frac{7}{2}\Big(2^{12/7} - 1\Big)\right]$$

Reemplazando,

$$\eta = 1 - \frac{\ln(2) + 7/2\Big(2^{12/7} - 1\Big)}{21/2} = 1 - \frac{2\ln(2) + 7\Big(2^{12/7} - 1\Big)}{21} \approx 0.174$$

d) La eficiencia del ciclo de Carnot equivalente está dada por la expresión

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

donde T_{min} y T_{max} son las temperaturas extremas de operación del ciclo. En este caso, notemos que:

$$T_{min} = T_A = \frac{P_0V_0}{R} \qquad \wedge \qquad T_{max} = T_C = \frac{4P_0V_0}{R}$$

con lo que

$$\eta_C = 1 - \frac{1}{4} = 0.75 > \eta$$

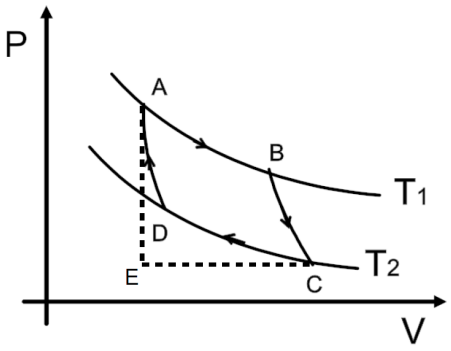
como era esperado.

e) El trabajo realizado se puede obtener a partir de la definición de eficiencia:

$$W_{ciclo} = \eta\, Q_{in} = \left[1 - \frac{2\ln(2) + 7\left(2^{12/7} - 1\right)}{21}\right]\left(\frac{21}{2}\right) P_0 V_0$$

■

Problema 6.3.
Una máquina de Carnot, que sigue el ciclo $ABCDA$ en dicho sentido, funciona con 0.136 kg de aire como sustancia de trabajo. Al principio de la expansión isotérmica, las variables termodinámicas de presión, volumen y temperatura toman los valores 2.1 MPa, $9.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ y 516.5 K respectivamente. Asuma que el aire se comporta como un gas ideal, donde la temperatura del reservorio frío es 323.15 K y el calor total absorbido por la máquina de Carnot vale 32 kJ.



Considere que $\mathcal{R}_{aire} = 0.287\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$, $\gamma = 1.4$, $c_V = 0.718\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$ y $c_P = 1.005\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$.

a) Calcule la eficiencia del ciclo

b) Determine el valor de las variables termodinámicas de presión, volumen y temperatura en todos los estados del ciclo

c) Considerando ahora el ciclo $ABCEA$ (líneas punteadas), calcule el calor neto del ciclo

d) Calcule la eficiencia del ciclo $ABCEA$

Solución:

a) Notemos que:

$$T_{max} = 516.5\,\mathrm{K} \qquad \wedge \qquad T_{min} = 323.15\,\mathrm{K}$$

Luego,

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{323.15}{516.5} = 0.3743465634$$

b) La etapa $A \to B$ es isotérmico, i.e. $T_A = T_B = T_{max}$. Por esta razón, $\Delta U_{AB} = 0$ y con ello $Q_{AB} = W_{AB}$. Así,

$$Q_{AB} = W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} P\, dV = nRT_{max} \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = nRT_{max} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$$

pues $V_B > V_A$. Además, el número de moles de aire es igual al cociente entre la masa m y la masa molar M_{aire} del aire. Reemplazando,

$$nR = \left(\frac{m}{M_{aire}}\right) R = m\left(\frac{R}{M_{aire}}\right) = m\mathcal{R}$$

Con ello,

$$Q_{AB} = m\mathcal{R}T_{max} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$$

Las etapas $B \to C$ y $D \to A$ son adiabáticas, por lo que:

$$Q_{BC} = Q_{DA} = 0$$

Análogamente para la etapa $C \to D$ (que es isotérmica a temperatura $T_C = T_D = T_{min}$),

$$Q_{CD} = m\mathcal{R}T_{min} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) < 0$$

pues $V_C > V_D$. Entonces, es posible hacer la siguiente identificación:

$$Q_{in} = Q_{AB} = m\mathcal{R}T_{max} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \qquad \wedge \qquad Q_{out} = Q_{CD} = m\mathcal{R}T_{min} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$$

Del enunciado, sabemos que:

$$P_A = 2.1\,\text{MPa}\ , \quad V_A = 9.6 \times 10^{-3}\,\text{m}^3\ , \quad T_A = T_B = T_{max} = 516.5\,\text{K}$$

Reemplazando los valores de $Q_{in} = Q_{AB} = 32\,\text{kJ}$ y las variables termodinámicas en el punto A,

$$32\,\text{kJ} = (0.136\,\text{kg})(0.287\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K})(516.5\,\text{K}) \ln\left(\frac{V_B}{9.6 \times 10^{-3}\,\text{m}^3}\right) \quad \Longrightarrow \quad V_B = 0.047\,\text{m}^3$$

Como el tramo $A \to B$ es isotérmico,

$$P_B V_B = P_A V_A \quad \Longrightarrow \quad P_B = \frac{P_A V_A}{V_B} = 428.936\,\text{kPa}$$

El tramo $B \to C$ es adiabático, por lo que:

$$T_B {V_B}^{\gamma-1} = T_C {V_C}^{\gamma-1}$$

Como $T_C = T_D = T_{min} = 323.15\,\text{K}$, podemos despejar el valor de V_C usando la ecuación anterior. Con ello,

$$V_C = 0.1518\,\text{m}^3$$

Ahora bien,

$$P_C = \frac{m\mathcal{R}T_C}{V_C} = 83.091\,\text{kPa}$$

El tramo $D \to A$ es adiabático, por lo que:

$$T_D {V_D}^{\gamma-1} = T_A {V_A}^{\gamma-1} \quad \Longrightarrow \quad V_D = 0.031\,\text{m}^3$$

y además:

$$P_D = \frac{m\mathcal{R}T_D}{V_D} = 406.877\,\text{kPa}$$

Resumiendo,

Estado	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{V}$
(A)	$516.5\,\text{K}$	$2.1\,\text{MPa}$	$9.6 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$
(B)	$516.5\,\text{K}$	$428.936\,\text{kPa}$	$0.047\,\text{m}^3$
(C)	$323.15\,\text{K}$	$83.091\,\text{kPa}$	$0.1518\,\text{m}^3$
(D)	$323.15\,\text{K}$	$406.877\,\text{kPa}$	$0.031\,\text{m}^3$

c) En este caso, eliminamos el punto D y agregamos el punto E (ver diagrama), el cual satisface que:

$$P_E = P_C = 0.1518\,\text{m}^3 \qquad \wedge \qquad V_E = V_A = 9.6 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$$

y, además,

$$T_E = \frac{P_E V_E}{m\mathcal{R}} = 20.436\,\text{K}$$

Procedemos a calcular el calor:

- Del apartado anterior, sabemos que $Q_{AB} = 32\,\text{kJ}$ y $Q_{BC} = 0\,\text{kJ}$
- El tramo $C \to E$ es isobárico, por lo que

$$Q_{CE} = mc_P(T_E - T_C) = -41.375\,\text{kJ}$$

- El tramo $E \to A$ es isocórico, por lo que $W_{EA} = 0\,\text{kJ}$. Así, por la Primera Ley de la Termodinámica,

$$Q_{EA} = \Delta U_{EA} = mc_V(T_A - T_E) = 48.44\,\text{kJ}$$

Así,

$$Q_{neto} = 39.065\,\text{kJ}$$

d) En este caso,

$$Q_{in} = 32\,\text{kJ} + 48.44\,\text{kJ} = 80.44\,\text{kJ} \qquad \wedge \qquad Q_{out} = -41.375\,\text{kJ}$$

De la definición de eficiencia,

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{out}|}{Q_{in}} = 0.4856414719$$

¿Y es mayor a la eficiencia del ciclo de Carnot? **No**, porque al agregar el punto E hemos determinado una nueva temperatura mínima igual a T_E. Entonces, la eficiencia del ciclo de Carnot que opera entre las mismas temperaturas extremas es:

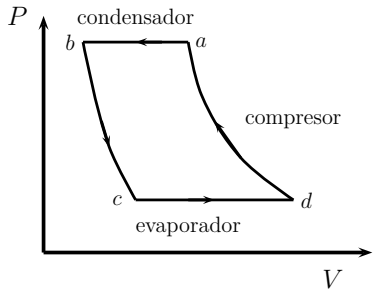
$$\eta_C{}^{(equiv)} = 1 - \frac{20.436}{516.5} = 0.9604336883 > \eta$$

como era de esperarse.

■

Problema 6.4.
Un refrigerador opera con el ciclo de la figura. Los procesos de compresión $d \to a$ y expansión $b \to c$ son adiabáticos. La temperatura, presión y volumen del refrigerante en cada estado son:

Estado	T [° C]	P [kPa]	V [m^3]	U [kJ]	% líquido
a	80	2305	0.0682	1969	0
b	80	2305	0.00946	1171	100
c	5	363	0.2202	1005	54
d	5	363	0.4513	1657	5



a) ¿Cuánto calor pasa en cada ciclo del interior del refrigerador al refrigerante cuando éste está en el evaporador?

b) ¿Cuánto calor pasa en cada ciclo del refrigerante al aire exterior cuando éste está en el condensador?

c) ¿Cuánto trabajo hace en cada ciclo el motor del compresor?

d) ¿Cuál es el coeficiente de funcionamiento del refrigerador?

Solución:

a) De acuerdo a la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\Delta U = Q - W \quad \Longrightarrow \quad Q = \Delta U + W$$

En este caso,

$$\begin{aligned} \Delta U_{evap} &= \Delta U_{cd} \\ &= U_d - U_c \\ &= 1657\,\text{kJ} - 1005\,\text{kJ} \\ &= 652\,\text{kJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{evap} &= W_{cd} \\ &= P_{evap}(V_d - V_c) \\ &= (363\,\text{kPa})(0.4513\,\text{m}^3 - 0.2202\,\text{m}^3) \\ &= 83.8893\,\text{kJ} \end{aligned}$$

Por tanto,

$$Q_{evap} = \Delta U_{evap} + W_{evap} = 735.8893\,\text{kJ}$$

b) De manera análoga,

$$\begin{aligned} \Delta U_{cond} &= \Delta U_{ab} \\ &= U_b - U_a \\ &= 1171\,\text{kJ} - 1969\,\text{kJ} \\ &= -798\,\text{kJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{cond} &= W_{ab} \\ &= P_{cond}(V_b - V_a) \\ &= (2305\,\text{kPa})(0.00946\,\text{m}^3 - 0.0682\,\text{m}^3) \\ &= -135.3957\,\text{kJ} \end{aligned}$$

Por tanto,

$$Q_{cond} = \Delta U_{cond} + W_{cond} = -933.3957\,\text{kJ}$$

c) El calor neto que entra al ciclo viene dado por:

$$Q_{neto} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} = Q_{ab} + Q_{cd} = Q_{evap} + Q_{cond} = -197.5064\,\text{kJ}$$

donde el signo menos indica que el ciclo entrega más calor al exterior del que recibe del interior del refrigerador. En un ciclo cerrado, $\Delta U_{ciclo} = 0$, por lo que:

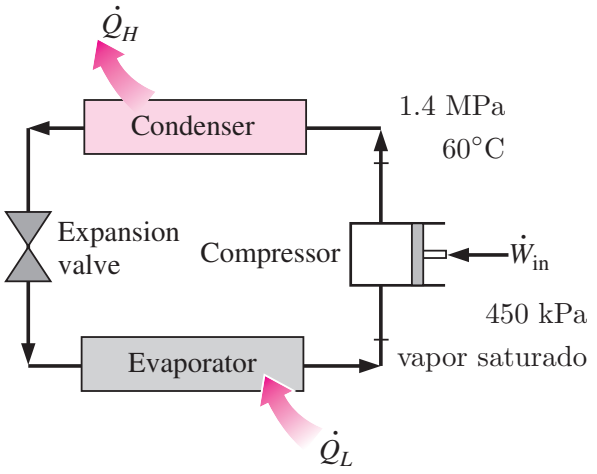
$$W_{comp} = -W_{ciclo} = -Q_{neto} = 197.5064\,\text{kJ}$$

d) El Coeficiente de Funcionamiento se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} CDF_{refrigerador} &= \frac{\text{calor extraído del reservorio frío}}{\text{trabajo realizado sobre el sistema}} \\ &= \frac{Q_{evap}}{W_{comp}} \\ &= 3.725901034 \end{aligned}$$

■

Problema 6.5.
Un aire acondicionado con refrigerante R-134a es usado para mantener una habitación a 25° C al liberar calor a los alrededores que se encuentran a 36° C. La habitación gana calor a través de las ventanas y paredes a una tasa de 200 kJ/min, mientras que el calor generado por aparatos electrónicos es de 800 W. El refrigerante entra a un compresor a 450 kPa como vapor saturado a una tasa de 100 L/min y sale a 1400 kPa y 60° C.



Determine:

a) El coeficiente de funcionamiento real (CDF)

b) El máximo coeficiente de funcionamiento posible (CDF_{max})

c) La mínima tasa de flujo de volumen que se requiere en el compresor para las mismas condiciones a la salida y entrada de éste

Solución:

a) El aire acondicionado debe retirar la misma cantidad de calor que entra en la habitación a fin de mantener la temperatura constante. Este consiste en el calor que ingresa por paredes y ventanas, así como también el generado por los aparatos electrónicos:

$$\dot{Q}_L = \frac{200\,\text{kJ}}{60\,\text{s}} + 0.8\,\text{kW} = 4.133333333\,\text{kW}$$

Por lo tanto, el coeficiente de funcionamiento real del aire acondicionado es:

$$CDF = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}}$$

$\dot{W}_{in}$ se puede obtener mediante balance de energía en el compresor:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{in} &= \dot{E}_{out} \\ \cdot W_{in} + \dot{m}h_{in} &= \dot{m}h_{out} \end{aligned}$$

A partir de la *Tabla de Refrigerante R-134a Saturado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_{in} &=& 450\,\text{kPa} \\ x_{in} &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{in} &=& v_{g@450\,\text{kPa}} \\ h_{in} &=& h_{g@450\,\text{kPa}} \end{array} \begin{array}{rcl} &=& 0.045677\,\text{m}^3/\text{kg} \\ &=& 257.58\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

mientras que, de la *Tabla de Refrigerante R-134a Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_{out} &=& 1.4\,\text{MPa} \\ T_{out} &=& 60^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{out} &=& 0.015005\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_{out} &=& 285.47\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Luego,

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_{in}}{v_{in}} = \frac{\dfrac{0.1\,\text{m}^3}{60\,\text{s}}}{0.045677\,\text{m}^3/\text{kg}} = 0.03648809394\,\text{kg/s}$$

y con ello:

$$\dot{W}_{in} = \dot{m}(h_{out} - h_{in}) = 1.01765294\,\text{kW}$$

Finalmente,

$$CDF = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{in}} = 4.061633559$$

b) El coeficiente de funcionamiento máximo se alcanza para el caso reversible, y se puede calcular a partir de las temperaturas extremas de los reservorios:

$$CDF_{max} = \frac{1}{\dfrac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{1}{\dfrac{273+36}{273+25} - 1} = 27.09090909$$

c) Para calcular la mínima tasa de flujo volumétrico requerido, calculamos la mínima potencia que se requiere ingresar al compresor:

$$\dot{W}_{in,min} = \frac{\dot{Q}_L}{CDF_{max}} = 0.1525727069\,\text{kJ}$$

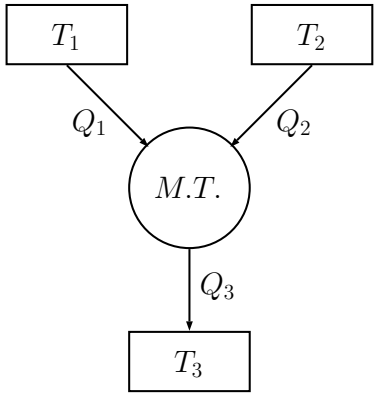
Por lo tanto, la mínima tasa de flujo de masa requerida es:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{min} &= \frac{\dot{W}_{in,min}}{h_{out} - h_{in}} \\ &= 0.005470516561\,\text{kg/s} \end{aligned}$$

Finalmente,

$$\dot{V}_{in,min} = \dot{m}_{min} v_{in} = 0.000249876785\,\text{m}^3/\text{s} = 14.9926071\,\text{L/min}$$

Problema 6.6.
Considere la máquina térmica que se muestra en la figura. Los reservorios T_1 y T_2 entregan calor $|Q_1|$ y $|Q_2|$ a la máquina térmica, respectivamente. La máquina térmica, a su vez, entrega calor $|Q_3|$ al reservorio T_3, donde $T_3 < T_2 < T_1$. Además, la cantidad de calor $Q_2 = \alpha Q_1$ donde $\alpha > 0$.



Considere además la llamada *Desigualdad de Clausius* aplicada a esta máquina térmica, que establece que para todo proceso cíclico

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

cumpliéndose la desigualdad estricta si el proceso es irreversible, y la igualdad si es reversible.

a) Usando la desigualdad de Clausius, demuestre que la eficiencia térmica η es siempre menor que

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{1+\alpha}\left(\frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2}\right)$$

b) Asumiendo que el proceso es reversible, evalúe los casos límites $\alpha \to 0$ y $\alpha \to \infty$. ¿A qué ciclos corresponden estos casos si se considera un gas ideal?

Solución:

a) De la definición de eficiencia térmica,

$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q_1| + |Q_2|} = 1 - \left(\frac{1}{1+\alpha}\right)\frac{|Q_3|}{|Q_1|}$$

De la desigualdad de Clausius,

$$0 \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{\alpha Q_1}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3}$$

Se sabe que $Q_1 > 0$ pues es calor que se entrega al sistema. Luego, dividiendo por Q_1, se encuentra que:

$$0 \geq \frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2} + \frac{Q_3}{Q_1 T_3} \quad \Longrightarrow \quad -\frac{Q_3}{Q_1} \geq \frac{T_3}{T_1} + \frac{\alpha T_3}{T_2}$$

Dado que $Q_3 < 0$ se tiene que:

$$-\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{|Q_3|}{|Q_1|} \quad \Longrightarrow \quad \frac{|Q_3|}{|Q_1|} \geq T_3\left(\frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2}\right)$$

Finalmente, reemplazando en la ecuación para la eficiencia térmica,

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{1+\alpha}\left(\frac{1}{T_1} + \frac{\alpha}{T_2}\right)$$

La máxima eficiencia está dada por la igualdad, que se consigue cuando el proceso es reversible.

b) Para $\alpha \to 0$,

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{T_1}$$

Si el proceso es reversible, vale la igualdad y corresponde a la eficiencia de un ciclo de Carnot entre las temperaturas T_1 y T_3. Para $\alpha \to \infty$,

$$\eta \leq 1 - \frac{T_3}{T_2}$$

Si el proceso es reversible, vale la igualdad y corresponde a la eficiencia de un ciclo de Carnot entre las temperaturas T_2 y T_3.

■

Problema 6.7.
Una turbina a vapor opera con una temperatura de entrada de 400° C, y una temperatura de salida de 150° C. ¿Cuál es la máxima cantidad de trabajo que la turbina puede hacer para una cantidad de calor Q de ingreso? ¿Bajo qué condiciones se alcanza el máximo?

Solución:

De la Desigualdad de Clausius,

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

donde el subíndice (1) corresponde a la entrada, y el subíndice (2) a la salida de la turbina. Así,

$$W = Q_1 + Q_2 \leq \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q_1$$

Sustituyendo $Q_1 = Q$, $T_1 = 673\,\mathrm{K}$ y $T_2 = 423\,\mathrm{K}$ en la expresión anterior,

$$W_{max} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q = 0.37Q$$

El signo igual de la desigualdad de Clausius es válida si y solo si el ciclo es reversible, cuando y solo cuando la turbina de vapor es un motor reversible se alcanza el máximo trabajo dadas las temperaturas de operación. ■

Problema 6.8.
Dos cuerpos idénticos tienen energía interna $U = NCT$, con N el número de partículas, T la temperatura y C una constante. Los valores de N y C son los mismos para cada cuerpo. Las temperaturas iniciales de ambos cuerpos son T_1 y T_2, y son usados como fuente de energía al conectarlos a una máquina térmica de Carnot que los lleva a una temperatura común final T_f.

a) ¿Cuál es el valor de la temperatura final T_f?

b) ¿Cuánto es el trabajo producido por la máquina térmica?

Solución:

a) Ambos cuerpos son capaces de cambiar su energía interna de forma $dU = NC\,dT$. Por la Primera Ley de la Termodinámica aplicada a dichos cuerpos:

$$dQ_1 = NC\,dT_1 \qquad \wedge \qquad dQ_2 = NC\,dT_2$$

De la Desigualdad de Clausius aplicada al ciclo de Carnot, que es reversible,

$$\frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{dQ_1}{T_1} = -\frac{dQ_2}{T_2} \quad \Longrightarrow \quad \frac{dT_1}{T_1} = -\frac{dT_2}{T_2}$$

Integrando,

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^{T_f} \frac{dT_1}{T_1} &= -\int_{T_2}^{T_f} \frac{dT_2}{T_2} \\ \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) &= -\ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \\ \therefore\ T_f &= \sqrt{T_1 T_2} \end{aligned}$$

b) Si pérdida de generalidad, supondremos que $T_1 > T_2$. Notemos que:

$$\begin{aligned} T_f &= \sqrt{T_1 T_2} \\ {T_f}^2 &= T_1 T_2 < {T_1}^2 \\ T_f &< T_1 \end{aligned}$$

De manera análoga se puede probar que $T_f > T_2$. Así, el calor que ingresa y sale de la máquina térmica es:

$$Q_{in} = NC(T_1 - T_f) > 0 \qquad \wedge \qquad Q_{out} = NC(T_2 - T_f) < 0$$

Por la Primera Ley de la Termodinámica,

$$W_{ciclo} = Q_{in} + Q_{out} = NC(T_1 + T_2 - 2T_f)$$

Problema 6.9.
Un aire acondicionado es un dispositivo usado para enfriar el interior de una casa. Es, es esencia, un refrigerador en sobre el cual se hace trabajo mecánico y se remueve calor del interior (más frío) hacia el exterior (más caliente). Supongamos que un sistema de aire acondicionado opera en un ciclo de Carnot reversible entre el interior (a temperatura T_2) y el exterior (a temperatura $T_1 > T_2$) consumiendo P unidades de energía por segundo del sistema eléctrico. En un segundo, el aire acondicionado absorbe $Q_2 > 0$ unidades de energía de la casa y emite $|Q_1|$ unidades de energía al exterior. Desarrolle una fórmula para la eficiencia $\eta = Q_2/P$ en términos de T_1 y T_2.

Solución:

De la Primera Ley de la Termodinámica,

$$P + Q_2 = |Q_1|$$

A partir de la Desigualdad de Clausius,

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{Q_2}{T_2} = -\frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_1|}{T_1}$$

Con ello,

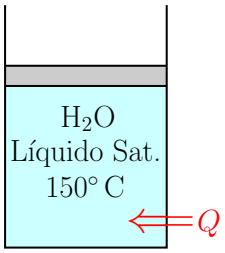
$$\eta = \frac{Q_2}{P} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

7 Entropía



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 7.1.
Un sistema cilindro-pistón esta lleno de agua saturada en estado líquido a 150° C. Se agrega calor desde afuera y el agua pasa al estado de vapor saturado. Durante este proceso, el pistón actúa con fuerza constante. Asuma que el proceso es reversible.



a) ¿Cuánto vale el trabajo neto por unidad de masa?

b) ¿Cuánto cambia la entropía del agua por unidad de masa?

c) ¿Cuánto vale el calor agregado por unidad de masa?

Solución:

a) Como el proceso es reversible,

$$w = \frac{W}{m} = \int_{v_1}^{v_2} P\, dv = P(v_2 - v_1)$$

De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\begin{array}{rcrcl} P & = & P_{\text{Sat@150° C}} & = & 476.16\,\text{kPa} \\ v_1 & = & v_{f\text{@150° C}} & = & 0.001091\,\text{m}^3/\text{kg} \\ v_2 & = & v_{g\text{@150° C}} & = & 0.39248\,\text{m}^3/\text{kg} \end{array}$$

Por tanto,

$$w = 186.3637862\,\text{kJ/kg}$$

b) El cambio de entropía se puede calcular como:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s_{g\text{@150° C}} - s_{f\text{@150° C}} = s_{fg\text{@150° C}} = 4.9953\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

c) El proceso se realiza a temperatura constante. Además, se trata de un proceso reversible. Por tanto,

$$q = \int_{s_1}^{s_2} T\, ds = T\,\Delta s = (150 + 273\,\text{K})(4.9953\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}) = 2113.0119\,\text{kJ/kg}$$

■

Problema 7.2.
1 kg de agua ($c_a = 4.18\,\text{J/g}\cdot\text{K}$) a 0° C es puesto en contacto con un reservorio de calor a 100° C. Cuando el agua alcanza los 100° C,

a) ¿Se trata de un proceso reversible? Justifique su respuesta

b) ¿Cuál es el cambio de entropía del agua?

c) ¿Cuánta entropía se genera en el proceso?

d) ¿Cómo se podría calentar el agua hasta los 100° C de modo tal que la entropía generada sea cero?

Solución:

a) Como existe transferencia de calor debido a una diferencia finita de temperatura, el proceso es **irreversible**.

b) Para calcular el cambio de entropía del agua y de todo el sistema, debemos construir un proceso reversible que tenga los mismo estados inicial y final que el proceso de este problema. Para dicho proceso,

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{mc_a\,dT}{T} \quad \Longrightarrow \quad \Delta S_{agua} = \int_{273\,\mathrm{K}}^{373\,\mathrm{K}} mc_a \frac{dT}{T} = mc_a \ln\left(\frac{373}{273}\right) = 1304.605689\,\mathrm{J/K}$$

c) La entropía generada corresponde al cambio total de entropía, el cual se calcula como la suma de cada cambio de entropía (agua y reservorio), dado que ambos objetos forman un sistema adiabático. El cambio de entropía del reservorio se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta S_{reservorio} = \frac{Q}{T} = \frac{(1000\,\mathrm{g})(4.18\,\mathrm{J/g\cdot K})(-100\,\mathrm{K})}{(373\,\mathrm{K})} = -1120.643432\,\mathrm{J/K}$$

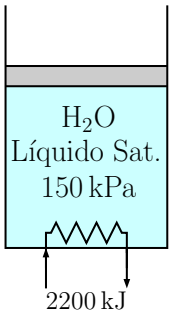
dado que el reservorio experimenta un proceso isotérmico. Así,

$$S_{gen} = \Delta S = \Delta S_{agua} + \Delta S_{reservorio} = 183.962257\,\mathrm{J/K}$$

d) Podemos imaginar infinitas fuentes de calor que poseen diferencias de temperatura infinitesimales entre dos fuentes adyacentes, yendo desde 0° C hasta 100° C. El agua toma contacto con las infinitas fuentes de calor de modo tal que aumenta su temperatura. Este proceso es reversible, por lo que $S_{gen} = 0$.

■

Problema 7.3.
Un dispositivo pistón-cilindro aislado contiene 5 L de agua líquida saturada sometida a una presión constante de 150 kPa. Una resistencia eléctrica al interior del líquido es encendida, y 2200 kJ de energía es transferida al agua. Determine el cambio de entropía del agua durante este proceso.



Solución:

De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 150\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_1 &=& v_{f@150\,\text{kPa}} \\ h_1 &=& h_{f@150\,\text{kPa}} \\ s_1 &=& s_{f@150\,\text{kPa}} \end{array} \begin{array}{rcl} &=& 0.001053\,\text{m}^3/\text{kg} \\ &=& 467.13\,\text{kJ/kg} \\ &=& 1.4337\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Además,

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{(0.005\,\text{m}^3)}{(0.001053\,\text{m}^3/\text{kg})} = 4.75\,\text{kg}$$

Tomamos el contenido del cilindro como un sistema. Este es un sistema cerrado porque no entra ni sale masa. Así, el balance de energía toma la siguiente forma:

$$\begin{array}{rcl} E_e - E_s &=& \Delta E_{sistema} \\ W_{res} - W_{pis} &=& m(u_2 - u_1) \end{array}$$

donde W_{pis} corresponde al trabajo realizado sobre el pistón para moverlo y $W_{res} = 2200\,\text{kJ}$ es la energía suministrada por la resistencia. Como el proceso se hace a presión constante,

$$W_{pis} = P(V_2 - V_1) = mP(v_2 - v_1) = m(P_2v_2 - P_1v_1)$$

con $P = P_1 = P_2$ es la presión constante a la que está sometida el agua. Así,

$$W_{res} = m(u_2 - u_1) + m(P_2v_2 - P_1v_1) = m(h_2 - h_1) \quad \Longrightarrow \quad h_2 = h_1 + \frac{W_{res}}{m} = 930.33\,\text{kJ/kg}$$

Notemos que:

$$h_2 = 930.33\,\text{kJ/kg} < 2693.1\,\text{kJ/kg} = h_{g@150\,\text{kPa}}$$

Por tanto, el estado final corresponde a una mezcla saturada. Calculando la calidad,

$$x_2 = \frac{h_2 - h_{f@150\,\text{kPa}}}{h_{fg@150\,\text{kPa}}} = \frac{930.33 - 467.13}{2226.0} = 0.2081$$

y con ello:

$$s_2 = s_{f@150\,\text{kPa}} + x_2\, s_{fg@150\,\text{kPa}} = 1.4337\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} + (0.2081)(5.7894\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}) = 2.6384\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Finalmente, reemplazando,

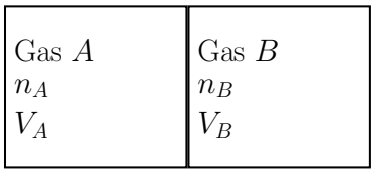
$$\Delta S = m(s_2 - s_1) = 5.72\,\text{kJ/K}$$

■

Problema 7.4.
Considere dos formas de mezclar dos gases ideales:

- **Forma 1:**
  Un contenedor adiabáticamente aislado es dividido en dos cámaras con gas de tipo A en la cámara de la izquierda y gas tipo B en la cámara de la derecha. La mezcla se realiza abriendo un agujero en la pared divisoria

- **Forma 2:**
  Un contenedor es dividido por dos membranas rígidas perfectamente selectivas. La membrana de la izquierda es perfectamente permeable al gas tipo A pero impermeable al gas tipo B; la membrana de la derecha, el complemento. Las dos membranas están conectadas mediante varas al exterior y todo el contenedor está sumergido en un baño térmico a temperatura T. Los gases pueden ser mezclados, en este caso, haciendo retroceder cada membrana hasta topar con el borde del contenedor



Forma (1)



Forma (2)

a) Calcule el cambio en la entropía del contenedor y su contenido para el segundo caso

b) Calcule el cambio en la entropía del contenedor y su contenido para el primer caso

Solución:

a) Notemos que, dada la permeabilidad selectiva de cada membrana, el proceso es **reversible**. Así,

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\delta Q}{T}\bigg|_A + \int \frac{\delta Q}{T}\bigg|_B$$

Dado que el proceso se efectúa inmerso en un baño térmico, la temperatura del sistema permanece constante; así, $dT = 0$. Esto implica, que $dU = 0$, dado que se trata de gases ideales. Luego, por la Primera Ley de la Termodinámica,

$$\delta Q = \delta W = P\,dV = nRT\,\frac{dV}{V}$$

Haciendo uso de lo anterior, el cambio de entropía del sistema queda como:

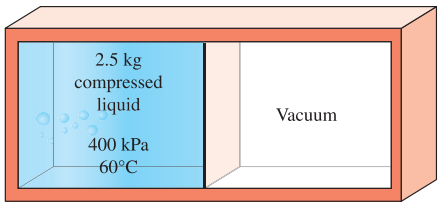
$$\begin{aligned}\Delta S_2 &= \int_{V_A}^{V_A+V_B} \frac{n_A R\,dV}{V} + \int_{V_B}^{V_A+V_B} \frac{n_B R\,dV}{V} \\ &= R\left[n_A \ln\left(\frac{V_A+V_B}{V_A}\right) + n_B \ln\left(\frac{V_A+V_B}{V_B}\right)\right]\end{aligned}$$

b) En este caso, el proceso es **irreversible**. Como la energía se conserva y la energía interna de un gas ideal se relaciona con su temperatura, la temperatura de los estados inicial y final son las iguales. Por tanto, el estado inicial y final de los gases es idéntico en ambos casos. Por tanto, dado que la entropía es una función de estado, ΔS_1 satisface que:

$$\Delta S_1 = \Delta S_2$$

■

Problema 7.5.
Un tanque rígido es dividido en dos partes iguales por una membrana impermeable. Una parte del tanque contiene 2.5 kg de agua líquida comprimida a 400 kPa y 60° C, mientras que la otra parte está vacía. La membrana es removida, y el agua se expande hasta ocupar el tanque entero. Determine el cambio de entropía del agua durante este proceso si la presión final del tanque es 40 kPa.



Solución:

Dado que no tenemos una tabla para agua comprimida con los datos del problema, aproximaremos las variables termodinámicas a sus valores de agua líquida saturada a la misma temperatura. Así,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 400\,\text{kPa} \\ T_1 &=& 60^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_1 &=& v_{f@60^\circ\,\text{C}} = 0.001017\,\text{m}^3/\text{kg} \\ s_1 &=& s_{f@60^\circ\,\text{C}} = 0.8313\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Notemos que

$$v_2 = 2v_1 = 0.002034\,\text{m}^3/\text{kg}$$

dado que la masa se conserva en el sistema cerrado. Por tanto,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_2 &=& 40\,\text{kPa} \\ v_2 &=& 0.002034\,\text{m}^3/\text{kg} \end{array}\right\} \begin{array}{rcll} x_2 &=& \dfrac{v_2 - v_{f@40\,\text{kPa}}}{v_{fg@40\,\text{kPa}}} &= 0.0002524 \\ s_2 &=& s_{f@40\,\text{kPa}} + x_2\, s_{sg@40\,\text{kPa}} &= 1.0278\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Finalmente,

$$\Delta S = m(s_2 - s_1) = (2.5\,\text{kg})(1.0278\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} - 0.8313\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}) = 0.492\,\text{kJ/K}$$

■

Problema 7.6.
n moles de un gas ideal siguen una expansión isotérmica reversible desde un volumen V_1 hasta $2V_1$.

a) ¿Cuál es el cambio de entropía del gas?

b) ¿Cuál es el cambio de entropía del universo?

c) Suponga que la misma expansión se realiza como una expansión adiabática libre. Conteste las mismas preguntas antes formuladas, aplicadas a este caso

Solución:

a) En la expansión isotérmica, el trabajo realizado por el gas viene dado por:

$$W = \int_{V_1}^{2V_1} P\, dV = nRT \int_{V_1}^{2V_1} \frac{dV}{V} = nRT \ln(2)$$

Dado que la energía interna del gas no cambia (temperatura constante), el trabajo realizado por el gas corresponde a la cantidad de calor absorbida desde el medio. Así, dado que el proceso es reversible,

$$\Delta S_{gas} = \frac{Q}{T} = \frac{W}{T} = nR \ln(2)$$

b) El cambio de entropía en la fuente de calor es:

$$\Delta S_{fuente} = \frac{-Q}{T} = -\Delta S_{gas}$$

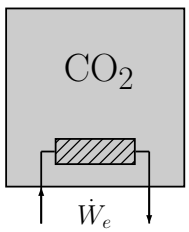
Por tanto, el cambio de entropía en el universo es:

$$\Delta S = \Delta S_{gas} + \Delta S_{fuente} = 0$$

c) Un gas en expansión libre no hace trabajo y no absorbe calor, por lo que su energía interna permanece constante. Al tratarse de un gas ideal, si $dU = 0$ entonces la temperatura permanece constante durante el proceso y es igual en ambas expansiones. Como los estados inicial y final de ambas expansiones son iguales, podemos usar el hecho de que la entropía es una propiedad termodinámica. Así, el cambio de entropía en la expansión libre es igual al cambio de entropía en la expansión isotérmica. Como la segunda expansión es adiabática, la fuente de calor no sufre un cambio en la entropía. Por tanto, el cambio de entropía en el universo en una expansión libre es $\Delta S = nR \ln(2) > 0$, y el proceso es **irreversible**.

■

Problema 7.7.
Un tanque rígido de $0.8\,\mathrm{m}^3$ contiene dióxido de carbono (CO_2) gaseoso a 250 K y 100 kPa. Un calentador a resistencia eléctrica de 500 W, que está colocado en el tanque, se mantiene encendido durante 40 minutos. Después de ese tiempo, se mide la presión del gas y resulta ser 175 kPa.



Suponga que el entorno está a 300 K y que el dióxido de carbono es un gas ideal con calores específicos constantes, donde:

$$c_p = 0.846\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}\ , \quad c_v = 0.657\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}\ , \quad \mathcal{R} = 0.1889\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}\ , \quad \gamma = 1.289$$

Determine:

a) La temperatura final del CO_2

b) El calor neto transferido desde el tanque al entorno

c) La entropía generada durante el proceso

Solución:

a) De la ecuación de estado de los gases ideales,

$$Pv = P\frac{V}{m} = \mathcal{R}T$$

donde m es la masa del gas, la cual se puede determinar a partir de las condiciones iniciales:

$$m = \frac{V}{v_i} = \frac{P_i V}{\mathcal{R}T_i} = 1.694017999\,\text{kg}$$

Con $P_f = 175\,\text{kPa}$ se obtiene:

$$T_f = \frac{P_f V}{\mathcal{R}m} = 437.5\,\text{K}$$

b) El calor neto transferido desde el tanque es la diferencia entre el calor entregado por la resistencia al circular la corriente eléctrica y el calor absorbido por el gas a volumen constante:

$$Q_{out} = \dot{W}_e \Delta t - mc_v(T_f - T_i) = 985.6008471\,\text{kJ}$$

c) El sistema formado por el tanque y el entorno forman un sistema adiabático, por lo cual la entropía generada es igual al cambio de entropía en ambos elementos:

$$S_{gen} = \Delta S = \Delta S_{\text{CO}_2} + \Delta S_{medio}$$

Es fácil calcular que:

$$\Delta S_{medio} = \frac{Q_{out}}{T_{med}} = 3.285336157\,\text{kJ/K}$$

En el caso del gas, se trata de un proceso a volumen constante. Por tanto,

$$\Delta S_{\text{CO}_2} = m\left[c_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - \mathcal{R}\ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)\right] = 0.6229302857\,\text{kJ/K}$$

Así,

$$S_{gen} = 3.908266443\,\text{kJ/K}$$

Problema 7.8.
0.7 kg de refrigerante R-134a sufren una expansión isentrópica desde 800 kPa y 50° C hasta 140 kPa. Determine la cantidad de calor transferido y el trabajo realizado por esta expansión. Asuma que el proceso es completamente reversible.

Solución:

Mediante una inspección en las tablas del refrigerante, notaremos que éste se encuentra en la región sobrecalentada. Así, de la tabla respectiva,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 800\,\text{kPa} \\ T_1 &=& 50^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} u_1 &=& 263.87\,\text{kJ/kg} \\ s_1 &=& 0.9803\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

La entropía es constante durante el proceso, por lo que $s_2 = s_1 = 0.9803\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$. Notemos que:

$$s_{g@140\,\text{kPa}} = 0.94467\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_2 = 0.9803\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

y el estado final también corresponde a refrigerante sobrecalentado. De la tabla respectiva,

$T\,[^\circ\,\text{C}]$	$u\,[\text{kJ/kg}]$	$s\,[\text{kJ/kg}\cdot\text{K}]$
-10	225.93	0.9724
0	233.25	1.0032

Como la tabla no posee el valor exacto de la entropía específica que deseamos, tendremos que **interpolar**:

$$\begin{aligned} u_2 &= u_a + \left(\frac{u_b - u_a}{s_b - s_a}\right)(s_2 - s_a) \\ &= 225.93 + \left(\frac{233.25 - 225.93}{1.0032 - 0.9724}\right)(0.9803 - 0.9724) \\ &= 227.8075325\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Dado que el proceso es isentrópico y reversible, la transferencia de calor es cero. Por tanto,

$$Q = 0\,\text{kJ}$$

Para determinar el trabajo realizado, tomamos el contenido del cilindro como sistema. Este es un sistema cerrado dado que no hay ingreso o salida de masa. El balance de energía toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E_e - E_s &= \Delta E_{sistema} \\ -W &= m(u_2 - u_1) \\ W &= m(u_1 - u_2) \\ &= (0.7\,\text{kg})(263.87\,\text{kJ/kg} - 227.8075325\,\text{kJ/kg}) \\ &= 25.24372725\,\text{kJ} \end{aligned}$$

8

Segunda Ley de la Termodinámica y Balance de Entropía



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 8.1.
Un dispositivo piston-cilindro con masa contiene 5 kg de vapor a 100° C y una calidad del 50 %. El vapor sigue los siguientes procesos:

- **1–2:** Se transfiere calor al vapor de forma reversible mientras la temperatura se mantiene constante hasta que el vapor existe como vapor saturado
- **2–3:** El vapor se expande en un proceso adiabático y reversible hasta que su presión es 15 kPa

a) Determine la cantidad de calor transferido al vapor durante el proceso 1–2

b) Determine el trabajo realizado por el vapor en el proceso 2–3

Solución:

a) De la *Tabla de Agua Saturada*, para el estado (1),

$$\left.\begin{array}{rcl} T_1 &=& 100^\circ\,\mathrm{C} \\ x_1 &=& 0.5 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_{f@100^\circ\,\mathrm{C}} &=& 419.17\,\mathrm{kJ/kg} \\ h_{fg@100^\circ\,\mathrm{C}} &=& 2256.4\,\mathrm{kJ/kg} \end{array}$$

Así,

$$h_1 = h_{f@100^\circ\,\mathrm{C}} + x_1\, h_{fg@100^\circ\,\mathrm{C}} = 1547.37\,\mathrm{kJ/kg}$$

Ahora, para el estado (2),

$$\left.\begin{array}{rcl} T_2 &=& 100^\circ\,\mathrm{C} \\ x_2 &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} u_2 &=& u_{g@100^\circ\,\mathrm{C}} = 2506.0\,\mathrm{kJ/kg} \\ h_2 &=& h_{g@100^\circ\,\mathrm{C}} = 2675.6\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_2 &=& s_{g@100^\circ\,\mathrm{C}} = 7.3542\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}$$

Como el sistema es cerrado, no entra ni sale masa, entonces ésta se mantiene constante. Así, el balance de energía toma la siguiente forma:

$$\begin{array}{rcl} E_e - E_s &=& \Delta E_{sistema} \\ Q - W_{pis} &=& m(u_2 - u_1) \end{array}$$

Dado que el proceso se realiza a presión constante,

$$W_{pis} = P(V_2 - V_1) = mP(v_2 - v_1) = m(P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

con $P = P_1 = P_2$. Así,

$$Q = m(u_2 - u_1) + W_{pis} = m(h_2 - h_1) = 5641.15\,\mathrm{kJ}$$

b) Notemos que el proceso 2–3 es isentrópico, por lo que:

$$s_3 = s_2 = 7.3542\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$$

Dicho valor satisface que:

$$s_{f@15\,\mathrm{kPa}} = 0.7549\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} < s_3 < s_{g@15\,\mathrm{kPa}} = 8.0071\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$$

Por tanto, el estado (3) corresponde a una mezcla. Determinamos su calidad para hallar las propiedades termodinámicas asociadas:

$$x_3 = \frac{s_3 - s_{f@15\,\mathrm{kPa}}}{s_{fg@15\,\mathrm{kPa}}} = 0.9099721464$$

Luego,

$$u_3 = u_{f@15\,\mathrm{kPa}} + x_3\, u_{fg@15\,\mathrm{kPa}} = 2247.979107\,\mathrm{kJ/kg}$$

Del balance de energía para el proceso 2–3,

$$\begin{aligned} E_e - E_s &= \Delta E_{sistema} \\ -W &= m(u_3 - u_2) \\ W &= m(u_2 - u_3) \\ &= 1290.104465\,\mathrm{kJ} \end{aligned}$$

■

Problema 8.2.
Considere una turbina adiabática de vapor funcionando en modo de flujo estacionario en donde el vapor entra a 350° C y 1.2 MPa. A la salida, el vapor está a 50 kPa. Asumiendo que el proceso es completamente reversible, determine:

a) El estado (fase) del agua a la salida

b) La entalpía específica del vapor a la salida

c) El trabajo por unidad de masa de vapor producido por la turbina

En la vida real, el vapor sale de la turbina a 50 kPa pero con una temperatura de 100° C. Determine:

d) El estado (fase) del agua a la salida

e) El trabajo por unidad de masa de vapor realmente producido por la turbina, así como su eficiencia isentrópica

Solución:

a) Dado que la turbina es adiabática y el proceso es reversible, la entropía específica se conserva, i.e. $s_e = s_s$. De la *Tabla de Agua Sobrecalentada*,

$$h_e = 3154.2\,\text{kJ/kg} \qquad \wedge \qquad s_e = 7.2139\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Notemos que:

$$s_{f@50\,\text{kPa}} = 1.0912 < s_s = s_e = 7.2139\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{g@50\,\text{kPa}} = 7.5931\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Por tanto, el estado final corresponde a una **mezcla**. Calculamos su calidad:

$$x_s = \frac{s_s - s_{f@50\,\text{kPa}}}{s_{fg@50\,\text{kPa}}} = 0.9416785863$$

Al encontrarse en la región se saturación, $T_s = T_{\text{sat@50\,kPa}} = 81.32^\circ\,\text{C}$.

b) Es fácil calcular la entalpía específica de salida, considerando los cálculos realizados en el apartado anterior:

$$h_s = h_{f@50\,\text{kPa}} + x_s\, h_{fg@50\,\text{kPa}} = 2510.826638\,\text{kJ/kg}$$

c) Del balance de masa,

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

Del balance de energía,

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \dot{E}_s \\ \dot{m}h_e &= \dot{m}h_s + \dot{W} \end{aligned}$$

Despejando,

$$w = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = h_e - h_s = 643.373362\,\text{kJ/kg}$$

d) Una temperatura de $100^\circ\,\text{C}$ es superior a la temperatura de saturación a 50 kPa, por lo que el estado real de salida es **vapor sobrecalentado**.

e) De la tabla respectiva,

$$h_{s,real} = 2682.4\,\text{kJ/kg}$$

Por tanto,

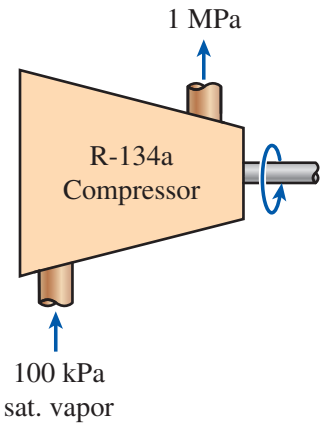
$$w_{real} = h_e - h_{s,real} = 471.8\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente, la eficiencia isentrópica viene dada por:

$$\eta = \frac{w_{real}}{w} = 0.7333222478 \approx 73.33\,\%$$

■

Problema 8.3.
Refrigerante R-134a entra en un compresor adiabático como vapor saturado a 100 kPa a una tasa de $0.7\,\text{m}^3/\text{min}$ y sala del dispositivo a una presión de 1 MPa. Si la eficiencia isentrópica del compresor es del 87 %, determine la temperatura de salida del refrigerante y la potencia entrante necesaria para operar el compresor.



Solución:

De la *Tabla de Refrigerante Saturado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 100\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_1 &=& v_{g@100\,\text{kPa}} = 0.19255\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_1 &=& h_{g@100\,\text{kPa}} = 234.46\,\text{kJ/kg} \\ s_1 &=& s_{g@100\,\text{kPa}} = 0.95191\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Consideremos los estados finales 2 y $2s$, correspondiendo a los estados real e isentrópico respectivamente. Entonces,

$$P_{2s} = 1\,\text{MPa} \qquad \wedge \qquad s_{2s} = s_1 = 0.95191\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Inspeccionado en las tablas, notaremos que el estado final isentrópico $2s$ corresponde a refrigerante sobrecalentado. De la tabla respectiva,

$T\,[^\circ\,\text{C}]$	$h\,[\text{kJ/kg}]$	$s\,[\text{kJ/kg}\cdot\text{K}]$
40	271.73	0.9180
50	282.76	0.9526

Como la tabla no posee el valor exacto de la entropía específica que deseamos, tendremos que **interpolar**:

$$\begin{aligned} h_{2s} &= h_a + \left(\frac{h_b - h_a}{s_b - s_a}\right)(s_{2s} - s_a) \\ &= 271.73 + \left(\frac{282.76 - 271.73}{0.9526 - 0.9180}\right)(0.95191 - 0.9180) \\ &= 282.5400376\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

De la definición de eficiencia isentrópica,

$$\eta_{compresor} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = 0.87 \quad \Longrightarrow \quad h_2 = 289.7244110\,\text{kJ/kg}$$

Inspeccionado en las tablas, notaremos que el estado final real también corresponde a refrigerante sobre calentado. De la tabla respectiva,

$T\,[^\circ\,\mathrm{C}]$	$h\,[\mathrm{kJ/kg}]$
50	282.76
60	293.40

Como la tabla no posee el valor exacto de la entalpía específica que deseamos, tendremos que **interpolar**:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{h_b - h_a}\right)(h_2 - h_a) \\ &= 50 + \left(\frac{60 - 50}{293.40 - 282.76}\right)(289.7244110 - 282.76) \\ &= 56.54549906^\circ\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

Del balance de masa,

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

donde el flujo de masa se calcula como sigue:

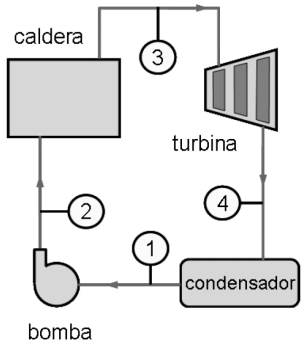
$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{0.7/60\,\mathrm{m^3/s}}{0.19255\,\mathrm{m^3/kg}} = 0.06059032288\,\mathrm{kg/s}$$

Del balance de energía,

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \dot{E}_s \\ \dot{W} + \dot{m}h_1 &= \dot{m}h_2 \\ \dot{W} &= \dot{m}(h_2 - h_1) \\ &= 3.348488506\,\mathrm{kJ/s} \end{aligned}$$

■

Problema 8.4.
El vapor entra a la turbina de una planta generadora de potencia a 5 MPa y 400° C y sale hacia el condensador a 10 kPa. La turbina produce 20000 kW con una eficiencia isentrópica del 85 %.



a) ¿Cuál es el flujo de masa de vapor en el ciclo?

b) ¿Cuál es la tasa de liberación de calor en el condensador, si en éste sale líquido saturado?

c) ¿Cuál es la eficiencia térmica del ciclo, si el fluido ingresa a 5 MPa a la caldera?

Solución:

a) De la *Tabla de Vapor Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 & = & 5\,\text{MPa} \\ T_3 & = & 400^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_3 & = & 3196.7\,\text{kJ/kg} \\ s_3 & = & 6.6483\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Sea $4s$ el estado de salida de la turbina a 10 kPa si ésta fuese isentrópica. Notamos que:

$$s_{f@10\,\text{kPa}} = 0.6492\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{4s} = s_3 = 6.6483\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{g@10\,\text{kPa}} = 8.1488\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Por tanto, el estado $4s$ corresponde a una mezcla. Calculamos su calidad para determinar las propiedades termodinámicas de dicho estado:

$$x_{4s} = \frac{s_{4s} - s_{f@10\,\text{kPa}}}{s_{fg@10\,\text{kPa}}} = 0.7999226625$$

Así,

$$h_{4s} = h_{f@10\,\text{kPa}} + x_{4s}\, h_{fg@10\,\text{kPa}} = 2105.305\,\text{kJ/kg}$$

Aplicando balance de masa y energía a la turbina, notaremos que:

$$w_{turbina,isen} = h_3 - h_{4s} = 1091.395\,\text{kJ/kg}$$

Por tanto,

$$w_{turbina,real} = \eta_{turbina} w_{turbina,isen} = 927.68575\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente,

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}}{w_{turbina,real}} = 21.55902470\,\text{kg/s}$$

b) De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 & = & 10\,\text{kPa} \\ x_1 & = & 0 \end{array}\right\} \quad h_1 \;=\; h_{f@10\,\text{kPa}} \;=\; 191.81\,\text{kJ/kg}$$

Del balance de energía en el condensador y la turbina,

$$\begin{array}{rcl} q_{condensador} & = & h_4 - h_1 \\ w_{turbina,real} & = & h_3 - h_4 \end{array}$$

Juntando ambas ecuaciones,

$$q_{condensador} = h_3 - h_1 - w_{turbina,real} = 2077.20425\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente,

$$\dot{Q}_{condensador} = \dot{m} q_{condesador} = 44782.49773\,\text{kJ/s}$$

c) Sea $w_b > 0$ el trabajo específico de la bomba, que está dado por:

$$w_b = h_2 - h_1 = \int_{P_1}^{P_2} v \; dP$$

Dada la baja compresibilidad del agua, se puede considerar $v = v_1 = \text{cte.}$ en el proceso, con $v_1 = v_{f@10\,\text{kPa}} = 0.001010\,\text{m}^3/\text{kg}$. Reemplazando,

$$w_b = v(P_2 - P_1) = 5.0399\,\text{kJ/kg} \quad \Longrightarrow \quad h_2 = h_1 + w_b = 196.8499\,\text{kJ/kg}$$

Para calcular la eficiencia del ciclo, necesitamos determinar dos elementos:

- w_{neto}:
  En este caso, corresponde a la resta del trabajo suministrado por la turbina y el trabajo suministrado a la bomba,

$$w_{neto} = w_{turbina,real} - w_b = 922.645850\,\text{kJ/kg}$$

- q_{in}:
  En este ciclo, el único lugar donde ingresa calor es en la caldera. Haciendo un balance de energía en torno a ella,

$$q_{in} = q_{caldera} = h_3 - h_2 = 2999.8501\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente,

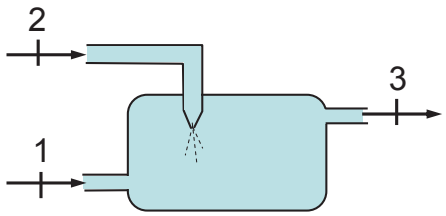
$$\eta_{ciclo} = \frac{w_{neto}}{q_{in}} = 0.3075639846 \approx 30.76\,\%$$

■

Problema 8.5.
Un enfriador trabaja mediante la inyección de agua líquida en un flujo de vapor sobrecalentado. Si ingresan 2 kg/s de vapor a 300 kPa y 200° C entrando,

a) ¿Qué masa de agua líquida a 20° C se debe agregar para generar vapor saturado a 300 kPa?

b) ¿Cuál es la tasa de generación de entropía en el proceso?



Solución:

a) De la *Tabla de Vapor Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 300\,\text{kPa} \\ T_1 &=& 200^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_1 &=& 2865.9\,\text{kJ/kg} \\ s_1 &=& 7.3132\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 &=& 300\,\text{kPa} \\ x_3 &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_3 &=& h_{g@300\,\text{kPa}} = 2724.9\,\text{kJ/kg} \\ s_3 &=& s_{g@300\,\text{kPa}} = 6.9917\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Para el caso del agua líquida a 20° C, aproximamos las propiedades termodinámicas por las de líquido saturado a dicha temperatura:

$$h_2 = h_{f@20^\circ\,\text{C}} = 83.915\,\text{kJ/kg} \qquad \wedge \qquad s_2 = s_{f@20^\circ\,\text{C}} = 0.2965\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Ahora bien, de la conservación de masa,

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

Haciendo balance de energía en el enfriador,

$$\begin{array}{rcl} \dot{E}_e &=& \dot{E}_s \\ \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 &=& \dot{m}_3 h_3 \end{array}$$

pues no se realiza trabajo si se intercambia calor con el medio. Así,

$$\dot{m}_2 = \left(\frac{h_3 - h_1}{h_2 - h_3}\right)\dot{m}_1 = 0.1013664703\,\text{kg/s}$$

b) Del balance de entropía,

$$\begin{array}{rcl} \dot{S}_{gen} &=& \dot{S}_s - \dot{S}_e - \displaystyle\sum_k \frac{\dot{Q}_k}{T_k} \\ &=& \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 \\ &=& 0.03566879156\,\text{kW/K} \end{array}$$

■

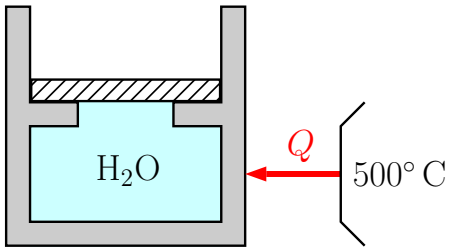
Problema 8.6.
Considere el sistema cilindro-pistón que se muestra en la figura. Inicialmente el sistema contiene 2 kg de agua líquida a 20° C y 100 kPa, que luego son calentados hasta 300° C por una fuente externa a 500° C. La presión necesaria para levantar el pistón de los topes es de 1000 kPa. Encuentre:

a) El volumen inicial del sistema

b) La temperatura del sistema cuando el pistón comienza a moverse

c) El volumen final del sistema

d) El trabajo de frontera realizado, el calor transferido y la entropía generada en el proceso



Solución:

a) Consideraremos el agua en el interior del pistón como volumen control. Así, el balance de energía nos dice que:

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q - W = m(u_2 - u_1)$$

donde Q es el calor transferido desde la fuente a 500° C y W es el trabajo realizado por el agua. Por otro lado, el balance de entropía toma la siguiente forme:

$$S_e - S_s + S_{gen} = \Delta S_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad \frac{Q}{T_{fuente}} + S_{gen} = m(s_2 - s_1)$$

donde $T_{fuente} = 500°\,\mathrm{C} = 773\,\mathrm{K}$. El estado inicial, de agua líquida a 20° C, lo aproximaremos a líquido saturado a dicha temperatura. Así,

$$\begin{array}{rcccl} v_1 & = & v_{f@20°\,\mathrm{C}} & = & 0.001002\,\mathrm{m^3/kg} \\ u_1 & = & u_{f@20°\,\mathrm{C}} & = & 83.913\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_1 & = & s_{f@20°\,\mathrm{C}} & = & 0.2965\,\mathrm{kJ/kg \cdot K} \end{array}$$

Así,

$$V_1 = mv_1 = 0.002004\,\mathrm{m^3}$$

b) Notemos que el volumen V del tanque y la presión P del mismo satisfacerán las siguientes relaciones:

$$V = V_1 \text{ si } P \leq 1000\,\mathrm{kPa} \qquad \wedge \qquad P = 1000\,\mathrm{kPa} \text{ si } V > V_1$$

Por lo tanto, antes de que se empiece a mover el pistón, el proceso ocurre a volumen constante y el agua se mantiene como líquido comprimido (a la izquierda de la curva de saturación). Luego, la temperatura tiene que ser menor que la temperatura de saturación a 1000 kPa, que es la presión a la que empieza a moverse el pistón. De la tabla respectiva,

$$T_{\mathrm{sat@1000\,kPa}} = 179.88°\,\mathrm{C}$$

Como las propiedades del agua no varían considerablemente cerca de la curva de saturación, esta es la temperatura aproximada del sistema.

c) El volumen final del sistema V_2 corresponde a la condición de vapor sobrecalentado a $T_2 = 300°\,\mathrm{C}$ y $P_2 = 1000\,\mathrm{kPa}$. De la tabla respectiva,

$$\begin{aligned} v_2 &= 0.25799\,\mathrm{m^3/kg} \\ u_2 &= 2793.7\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_2 &= 7.1246\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{aligned}$$

Por tanto,

$$V_2 = mv_2 = 0.51598\,\mathrm{m^3}$$

d) El trabajo realizado por el agua corresponde al trabajo necesario para subir el pistón. Dado que dicho proceso se realiza a presión constante,

$$W = P(V_2 - V_1) = (1000\,\mathrm{kPa})(0.51598\,\mathrm{m^3} - 0.002004\,\mathrm{m^3}) = 513.976\,\mathrm{kJ}$$

Reemplazando en la ecuación de la Primera Ley,

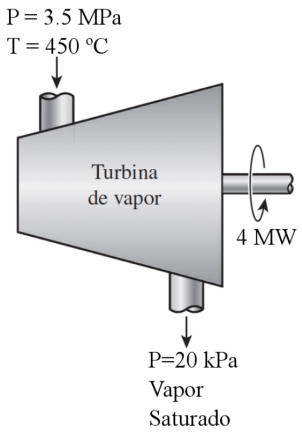
$$Q = m(u_2 - u_1) + W = 5933.55\,\mathrm{kJ}$$

Finalmente, reemplazando en la ecuación de la Segunda Ley,

$$S_{gen} = m(s_2 - s_1) - \frac{Q}{T_{fuente}} = 5.980197413\,\mathrm{kJ/K}$$

■

Problema 8.7.
Se expande vapor de forma estacionaria en una turbina a razón de 25000 kg/hr, entrando vapor a 3.5 MPa y 450° C y saliendo a 20 kPa como vapor saturado. Si la potencia de la turbina es 4 MW, determine la tasa de generación de entropía para este proceso. Asuma que la temperatura del medio ambiente es 25° C.



Solución:

De la ecuación de continuidad, $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$. Haciendo balance de energía para el vapor,

$$\dot{E}_e = \dot{E}_s \quad \Longrightarrow \quad \dot{Q} + \dot{m}h_e = \dot{m}h_s + \dot{W} \quad \Longrightarrow \quad \dot{Q} = \dot{m}(h_s - h_e) + \dot{W}$$

donde hemos asumido que $\dot{Q}$ ingresa al sistema, y que $\dot{W}$ sale de sistema. De las tablas respectivas,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_e &=& 3.5\,\mathrm{MPa} \\ T_e &=& 450^\circ\,\mathrm{C} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{rcl} h_e &=& 3338.1\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_e &=& 7.0074\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{rcl} P_s &=& 20\,\mathrm{kPa} \\ x_s &=& 1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{rcl} h_s &=& 2608.9\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_s &=& 7.9073\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}\right.$$

Reemplazando,

$$\dot{Q} = (25000/3600\,\mathrm{kg/s})(2608.9\,\mathrm{kJ/kg} - 3338.1\,\mathrm{kJ/kg}) + 4000\,\mathrm{kJ/s} = -1063.888889\,\mathrm{kJ/s} < 0$$

por lo que está **saliendo calor** desde la turbina. Para determinar la tasa de entropía generada en el sistema, es necesario escribir el balance de entropía. Considerando que el sistema es estacionario se obtiene que:

$$\dot{S}_e + \dot{S}_{gen} = \dot{S}_s \quad \Longrightarrow \quad \dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_s - s_e) + \frac{|Q|}{T_{ambiente}}$$

Reemplazando,

$$\begin{aligned} \dot{S}_{gen} &= (25000/3600\,\mathrm{kg/s})(7.9073\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} - 7.0074\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}) + \frac{1063.888889\,\mathrm{kJ/s}}{298\,\mathrm{K}} \\ &= 9.819402499\,\mathrm{kW}K \end{aligned}$$

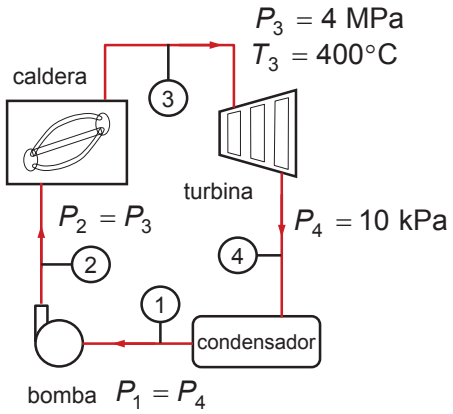
9

Ciclos de Potencia



Tumba de Boltzmann en el Cementerio central de Viena con la fórmula de entropía

Problema 9.1.
En un ciclo de Rankine ideal el vapor sale de la caldera y entra a la turbina a 4 MPa y 400° C. La presión en el condensador es 10 kPa.

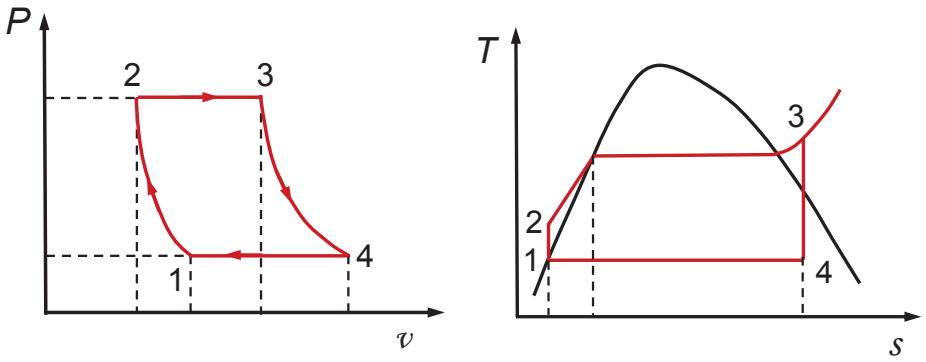


a) Realice los diagramas $P - v$ y $T - s$ para este ciclo

b) Determine la eficiencia del ciclo

Solución:

a) Los respectivos diagramas son:



b) Iniciaremos el análisis en la turbina. De la *Tabla de Vapor Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 & = & 4\,\text{MPa} \\ T_3 & = & 400°\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_3 & = & 3214.5\,\text{kJ/kg} \\ s_3 & = & 6.7714\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Como el proceso $3 \to 4$ es isentrópico, $s_4 = s_3$. De la *Tabla de Agua Saturada*, notamos que

$$s_{f@10\,\text{kPa}} = 0.6492\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_4 = 6.7714\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{g@10\,\text{kPa}} = 8.1488\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Por tanto, el agua se encuentra como **mezcla** en el estado 4. Calculamos su calidad:

$$x_4 = \frac{s_4 - s_{f@10\,\text{kPa}}}{s_{fg@10\,\text{kPa}}} = 0.8163368711$$

Así, podemos calcular la entalpía del estado 4:

$$h_4 = h_{f@10\,\mathrm{kPa}} + x_4\, h_{fg@10\,\mathrm{kPa}} = 2144.569429\,\mathrm{kJ/kg}$$

Del balance de energía y masa en torno a la turbina,

$$w_{turbina} = h_3 - h_4 = 1069.930571\,\mathrm{kJ/kg}$$

La función del condensador es liberar calor al ambiente, llevando al agua hasta un estado de líquido saturado en la etapa 1. Así, de la tabla respectiva,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 10\,\mathrm{kPa} \\ x_1 &=& 0 \end{array}\right\} \begin{array}{rcll} v_1 &=& v_{f@10\,\mathrm{kPa}} &= 0.001010\,\mathrm{m^3/kg} \\ h_1 &=& h_{f@10\,\mathrm{kPa}} &= 191.81\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_1 &=& s_{f@10\,\mathrm{kPa}} &= 0.6492\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}$$

Como el proceso $1 \to 2$ es isentrópico, se cumple que $s_2 = s_1$. De la tabla respectiva,

$$s_2 = 0.6492\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} < s_{f@4\,\mathrm{MPa}} 2.7966\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$$

Por tanto, el agua se encuentra como **agua comprimida** en el estado 2. Dado que el agua es un líquido poco compresible, su volumen específico permanece casi constante durante el proceso $1 \to 2$ y

$$v_2 \approx v_1 = 0.001010\,\mathrm{m^3/kg}$$

Así, siendo $\hat{v} = v_1 = v_2$, podemos calcular el trabajo requerido por la bomba de la siguiente forma:

$$w_{bomba} = \int_{P_1}^{P_2} v\; dP \approx \hat{v}(P_2 - P_1) = 4.0299\,\mathrm{kJ/kg}$$

con lo que el trabajo neto realizado por el ciclo es:

$$w_{neto} = w_{turbina} - w_{bomba} = 1065.900671\,\mathrm{kJ/kg}$$

Además, podemos calcular el valor de la entalpía en el estado 2:

$$h_2 = h_1 + w_{bomba} = 195.8399\,\mathrm{kJ/kg}$$

Para la caldera, aplicando balance de masa y energía, se cumple que:

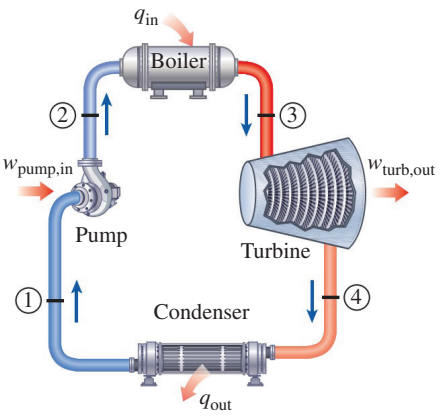
$$q_{in} = q_{caldera} = h_3 - h_2 = 3018.6601\,\mathrm{kJ/kg}$$

Finalmente, la eficiencia del ciclo es:

$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_{in}} = 0.3531039056 \approx 35.3\,\%$$

■

Problema 9.2.
Se emplea agua como fluido de trabajo de un ciclo de Rankine. Vapor sobrecalentado entra a la turbina a 8 MPa y 450° C. La presión del condensador es 10 kPa y sale de éste agua líquida saturada. La potencia neta de salida del ciclo es 100 MW. Considere que la turbina y la bomba poseen una eficiencia isentrópica de un 85 % y 70 % respectivamente.



Determine, para este ciclo,

a) La eficiencia térmica del ciclo

b) El flujo másico de vapor para la potencia de salida en cuestión

c) El flujo másico de agua de refrigeración del condensador, si ésta entra al condensador a 15° C y sale a 35° C suponiendo que todo el proceso se realiza a presión atmosférica

Solución:

a) Nuevamente iniciaremos nuestro estudio en la turbina. De la *Tabla de Vapor Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 &=& 8\,\text{MPa} \\ T_3 &=& 450^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_3 &=& 3273.3\,\text{kJ/kg} \\ s_3 &=& 6.5579\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Sea $4s$ el estado correspondiente a la salida de una turbina isentrópica con $P_{4s} = P_4 = 10\,\text{kPa}$. Así, $s_{4s} = s_3$. Notemos que:

$$s_{f@10\,\text{kPa}} = 0.6492\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_4 = 6.5579\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{g@10\,\text{kPa}} = 8.1488\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

por lo que dicho estado corresponde a una **mezcla**. Calculamos la calidad,

$$x_{4s} = \frac{s_{4s} - s_{f@10\,\text{kPa}}}{s_{fg@10\,\text{kPa}}} = 0.7878686862$$

para luego obtener la entalpía específica:

$$h_{4s} = h_{f@10\,\text{kPa}} + x_{4s}\, h_{fg@10\,\text{kPa}} = 2076.470684\,\text{kJ/kg}$$

De la definición de eficiencia isentrópica para una turbina,

$$\eta_{turbina} = \frac{w_{t,real}}{w_{t,isen}} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} = 0.85 \quad\Longrightarrow\quad h_4 = 2255.995081\,\text{kJ/kg}$$

Luego,

$$w_{turbina} = h_3 - h_4 = 1017.304919\,\text{kJ/kg}$$

En el caso del condensador, este mantiene la presión a lo largo del proceso. Entonces, de la tabla respectiva,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 10\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_1 &=& v_{f@10\,\text{kPa}} = 0.001010\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_1 &=& h_{f@10\,\text{kPa}} = 191.81\,\text{kJ/kg} \\ s_1 &=& s_{f@10\,\text{kPa}} = 0.6492\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Sea $2s$ el estado correspondiente a la salida de una bomba isentrópica con $P_{2s} = P_2 = 8\,\text{MPa}$. Así, $s_{2s} = s_1$. Notemos que:

$$s_{2s} = 0.6492\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{f@8\,\text{MPa}} = 3.2077\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

y dicho estado corresponde a **agua comprimida**. Dado que el agua es un líquido poco compresible, su volumen específico permanece casi constante durante el proceso $1 \to 2s$ y

$$v_{2s} \approx v_1 = 0.001010\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Así, siendo $\hat{v} = v_1 = v_{2s}$, podemos calcular el trabajo requerido por una bomba isentrópica que opera en las mismas condiciones:

$$w_{b,isen} = h_{2s} - h_1 = \int_{P_1}^{P_{2s}} v\ dP \approx \hat{v}(P_{2s} - P_1) = 8.0699\,\text{kJ/kg}$$

Con ello,

$$h_{2s} = h_1 + w_{b,isen} = 199.8799\,\text{kJ/kg}$$

De la definición de eficiencia isentrópica para una bomba,

$$\eta_{bomba} = \frac{w_{t,isen}}{w_{t,real}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = 0.7 \quad \Longrightarrow \quad h_2 = 203.3384286\,\text{kJ/kg}$$

Luego,

$$w_{bomba} = h_2 - h_1 = 11.5284286\,\text{kJ/kg}$$

Para la caldera, aplicando balance de masa y energía, se cumple que:

$$q_{in} = q_{caldera} = h_3 - h_2 = 3069.961571\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente, podemos calcular la eficiencia del ciclo:

$$\eta_{ciclo} = \frac{w_{neto}}{q_{in}} = \frac{w_{turbina} - w_{bomba}}{q_{caldera}} = 0.3276185929 \approx 32.76\,\%$$

b) Como la potencia neta de salida del ciclo es $\dot{W} = 100\,\text{MW}$, entonces se cumple que:

$$\dot{W} = \dot{m} w_{neto} \quad \Longrightarrow \quad \dot{m} = \frac{\dot{W}}{w_{neto}} = 99.42566862\,\text{kg/s}$$

c) Para determinar el flujo másico del agua de refrigeración, $\dot{m}_R$, que circula por el condensador, es necesario plantear un balance de energía en el mismo:

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \dot{E}_s \\ \dot{m}h_4 + \dot{m}_R h_{in} &= \dot{m}h_1 + \dot{m}_R h_{out} \\ \dot{m}_R &= \dot{m}\left(\frac{h_1 - h_4}{h_{in} - h_{out}}\right) \end{aligned}$$

donde h_{in} y h_{out} corresponden a las entalpías específicas asociadas a la corriente de refrigeración que ingresa y que sale del condensador, respectivamente. Como la corriente de refrigeración consiste en agua comprimida, las entalpías específicas se pueden obtener aproximando por las propiedades de líquido saturado a la misma temperatura. Luego,

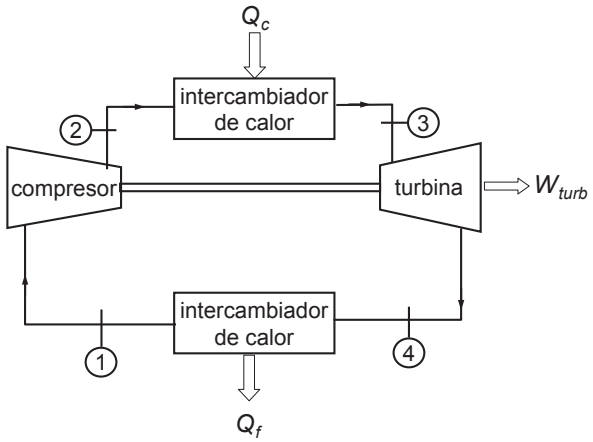
$$h_{in} = h_{f@15^\circ\,\mathrm{C}} = 62.982\,\mathrm{kJ/kg} \qquad \wedge \qquad h_{out} = h_{f@35^\circ\,\mathrm{C}} = 146.64\,\mathrm{kJ/kg}$$

Reemplazando,

$$\dot{m}_R = 2453.237966\,\mathrm{kg/s}$$

■

Problema 9.3.
Se opera una turbina de gas como la mostrada en el diagrama de abajo, siguiendo un ciclo de Brayton. El fluido de trabajo es aire, con razón entre presiones igual a 12. La temperatura del aire a la entrada del compresor es 300 K, y la temperatura a la entrada de la turbina es 1000 K. El ciclo produe un trabajo neto de 70 MW.



Considerando que tanto la turbina como el compresor son isentrópicos:

a) Bosqueje el ciclo cualitativamente en un diagrama $P - v$ y $T - s$

b) Determine el trabajo específico consumido por el compresor, y el trabajo específico producido por la turbina

c) Determine el flujo másico de aire que circula por la turbina de gas

Suponga ahora que tanto la turbina como el compresor tienen una eficiencia isentrópica de 85 %:

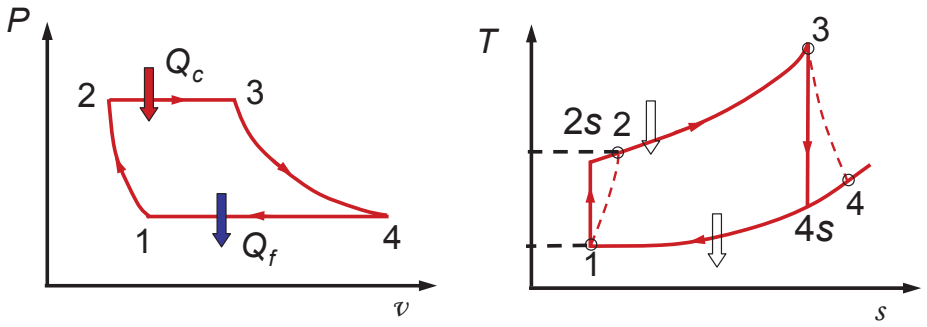
d) Determine el flujo másico de aire que debe circular por la turbina de gas para mantener el trabajo neto de 70 MW

e) Determine la eficiencia térmica del ciclo

Asuma que el aire se puede modelar como un gas ideal con calores específicos constantes ($c_p = 1.005\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ e índice adiabático $\gamma = 1.4$). Todos los dispositivos son de flujo estacionario en donde se pueden despreciar los cambios en la energía cinética y potencial. La turbina y el compresor son adiabáticos.

Solución:

a) Los respectivos diagramas son:



b) Sea $2s$ el estado correspondiente a la salida del compresor isentrópico. Haciendo balance de energía y masa en el compresor, tenemos que:

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \dot{E}_s \\ w_{c,isen} + h_1 &= h_{2s} \\ w_{c,isen} &= h_{2s} - h_1 \\ &= c_p(T_{2s} - T_1) \end{aligned}$$

donde hemos considerado que el trabajo específico se le entrega al compresor y que el aire se puede modelar como gas ideal. Por enunciado, se sabe que $T_1 = 300\,\text{K}$. Para hallar T_{2s}, usamos el hecho de que el compresor es isentrópico. Así,

$$TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cte} \quad \Longrightarrow \quad T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{2s} P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

donde P_2 es la presión a la salida del compresor y T_{2s} es la temperatura a la salida del compresor isentrópico. Hacemos esta distinción para evitar ambigüedades en las siguientes preguntas. Reemplazando,

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 300 \left(\frac{1}{12}\right)^{-0.4/1.4} = 610.1811030\,\text{K}$$

Con ello,

$$w_{c,isen} = c_p(T_{2s} - T_1) = 311.7320085\,\text{kJ/kg}$$

Para la turbina hacemos el mismo análisis:

$$T_{4s} = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1000(12)^{-0.4/1.4} = 491.6573105\,\mathrm{K}$$

y, por tanto,

$$w_{t,isen} = c_p(T_3 - T_{4s}) = 510.8844029\,\mathrm{kJ/kg}$$

c) El trabajo específico neto corresponde a la resta entre el trabajo destinado al compresor y el trabajo realizado por la turbina:

$$w_{neto,isen} = w_{t,isen} - w_{c,isen} = 199.1523944\,\mathrm{kJ}$$

Finalmente,

$$\dot{W} = \dot{m}_{isen} w_{neto,isen} \quad \Longrightarrow \quad \dot{m}_{isen} = \frac{\dot{W}}{w_{neto,isen}} = 351.4896229\,\mathrm{kg/s}$$

d) Ahora, tanto el compresor como la turbina tienen una eficiencia isentrópica menor al 100 %. De la definición de eficiencia isentrópica en un compresor,

$$\eta_c = \frac{w_{c,isen}}{w_c} = 0.85 \quad \Longrightarrow \quad w_c = 366.7435394\,\mathrm{kJ/kg}$$

Análogamente para la turbina,

$$\eta_t = \frac{w_t}{w_{t,isen}} = 0.85 \quad \Longrightarrow \quad w_t = 434.2517425\,\mathrm{kJ/kg}$$

Por consiguiente,

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}}{w_{neto}} = \frac{\dot{W}}{w_t - w_c} = 1036.911024\,\mathrm{kg/s}$$

e) Haciendo balance de energía y masa en el intercambiador de calor, tenemos que:

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \dot{E}_s \\ q_{in} + h_2 &= h_3 \\ q_{in} &= h_3 - h_2 \\ &= c_p(T_3 - T_2) \end{aligned}$$

Para determinar T_2, utilizamos el balance de energía y masa en el compresor real:

$$w_c = c_p(T_2 - T_1) \quad \Longrightarrow \quad T_2 = T_1 + \frac{w_c}{c_p} = 664.9189447\,\mathrm{K}$$

Por ende,

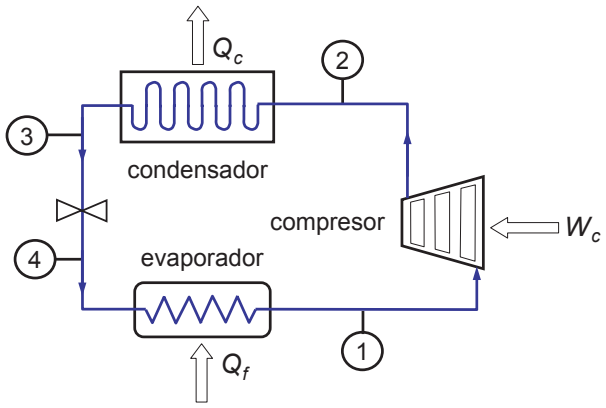
$$q_{in} = c_p(T_3 - T_2) = 336.7564606\,\mathrm{kJ/kg}$$

Finalmente,

$$\eta_{ciclo} = \frac{w_{neto}}{q_{in}} = \frac{w_t - w_c}{q_{in}} = 0.2004659479 \approx 20\,\%$$

■

Problema 9.4.
Una bomba de calor que funciona con un ciclo estándar usa refrigerante R-134a como fluido de trabajo. Al compresor entra vapor saturado a 10° C y sale de éste a 80° C. La presión de salida del compresor es 1.0 MPa.

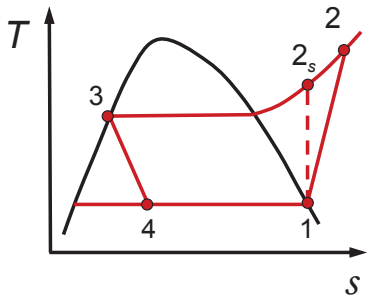


a) Calcule la eficiencia isentrópica del compresor si la presión de salida del compresor se mantiene

b) Determine el coeficiente de funcionamiento de la bomba de calor

Solución:

a) Como se trata de un ciclo estándar, el diagrama $T - s$ del ciclo es el siguiente:



De la *Tabla de Refrigerante Saturado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} T_1 &=& 10^\circ\,\mathrm{C} \\ x_1 &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_1 &=& h_{g@10^\circ\,\mathrm{C}} = 256.22\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_1 &=& s_{f@10^\circ\,\mathrm{C}} = 0.92661\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}$$

De la *Tabla de Refrigerante Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_2 & = & 1\,\text{MPa} \\ T_2 & = & 80^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \; h_2 \;=\; 314.27\,\text{kJ/kg}$$

Así, el trabajo específico requerido por el compresor es:

$$w_c = h_2 - h_1 = 58.05\,\text{kJ/kg}$$

Sea $2s$ el estado a la salida del compresor isentrópico. Entonces, $s_{2s} = s_1$. Inspeccionado en las tablas, notaremos que el estado $2s$ corresponde a refrigerante sobrecalentado. De la tabla respectiva,

$T\,[^\circ\,\text{C}]$	$h\,[\text{kJ/kg}]$	$s\,[\text{kJ/kg}\cdot\text{K}]$
40	271.73	0.9180
50	282.76	0.9526

Como la tabla no posee el valor exacto de la entropía específica que deseamos, tendremos que **interpolar**:

$$\begin{aligned} h_{2s} &= h_a + \left(\frac{h_b - h_a}{s_b - s_a}\right)(s_{2s} - s_a) \\ &= 271.73 + \left(\frac{282.76 - 271.73}{0.9526 - 0.9180}\right)(0.92661 - 0.9180) \\ &= 274.4747486\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

Por tanto,

$$w_{c,isen} = h_{2s} - h_1 = 18.2547486\,\text{kJ/kg}$$

y con ello:

$$\eta_c = \frac{w_{c,isen}}{w_c} = 0.3144659535 \approx 31.45\,\%$$

b) El coeficiente de funcionamiento para una bomba de calor se define como

$$CDF_b = \frac{q_c}{w_c}$$

donde q_c es el calor bombeado desde el condensador. Del balance de energía y masa en el condensador,

$$q_c = h_2 - h_3$$

El estado 3 corresponde a líquido saturado a 1.0 MPa:

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 & = & 1\,\text{MPa} \\ x_3 & = & 0 \end{array}\right\} \; h_3 \;=\; h_{f@1\,\text{MPa}} \;=\; 117.79\,\text{kJ/kg}$$

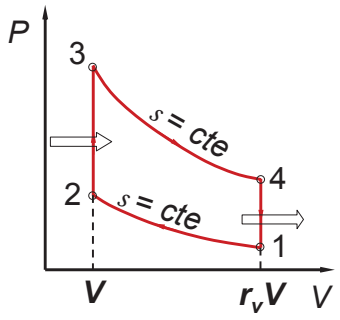
Reemplazando,

$$q_c = 196.48\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente,

$$CDF_b = \frac{q_c}{w_c} = 3.384668389$$

Problema 9.5.
La razón de compresión en un ciclo de Otto estándar es 10. Al comienzo del proceso de compresión, la presión es 0.1 MPa y la temperatura 15° C. El calor transferido al aire en cada ciclo es 1800 kJ/kg. Considere que $\mathcal{R}_{aire} = 0.287\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$, $\gamma = 1.4$, $c_v = 0.718\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ y $c_p = 1.005\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$.



a) Determine la presión y temperatura en cada estado del ciclo

b) Calcule la eficiencia térmica del ciclo

c) ¿Cuál es la presión media efectiva del ciclo?

Solución:

a) En el estado 1, se sabe que:

$$T_1 = 15^\circ\,\text{C} \qquad \wedge \qquad P_1 = 0.1\,\text{MPa}$$

Así, el volumen específico en dicho estado se puede calcular utilizando la ecuación de estado de los gases ideales:

$$v_1 = \frac{\mathcal{R}T_1}{P_1} = \frac{(0.287\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K})(288\,\text{K})}{100\,\text{kPa}} = 0.82656\,\text{m}^3/\text{kg}$$

Como el proceso $1 \to 2$ es isentrópico,

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \qquad \wedge \qquad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

De la definición de razón de compresión,

$$r_V = \frac{V_1}{V_2} = 10$$

Reemplazando en las ecuaciones anteriores,

$$T_2 = 723.4232924\,\text{K} \qquad \wedge \qquad P_2 = 2511.886432\,\text{kPa}$$

Por completitud, calculamos el volumen específico en este estado:

$$v_2 = \frac{\mathcal{R}T_2}{P_2} = 0.08265599999\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

El proceso $2 \to 3$ se realiza a volumen constante, por lo que $w_{23} = 0$. Por consiguiente, de la Primera Ley de la Termodinámica,

$$q_{23} = \Delta u_{23} = c_v(T_3 - T_2) = 1800\,\mathrm{kJ/kg}$$

Despejando,

$$T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{c_v} = 3230.387080\,\mathrm{K}$$

Dado que el proceso $2 \to 3$ es isocórico,

$$\frac{P}{T} = \mathrm{cte} \quad \Longrightarrow \quad P_3 = P_2\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = 11216.62181\,\mathrm{kPa}$$

Para el proceso $3 \to 4$, operamos de la misma forma que para el proceso $1 \to 2$ pues es isentrópico y la razón de volúmenes es la misma. Así,

$$T_4 = T_3\left(\frac{1}{r_V}\right)^{\gamma-1} = 1286.040260\,\mathrm{K} \qquad \wedge \qquad P_4 = P_3\left(\frac{1}{r_V}\right)^{\gamma} = 446.5417572\,\mathrm{kPa}$$

b) La eficiencia de un ciclo de Otto es conocida,

$$\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{{r_V}^{\gamma-1}} = 0.6018928295 \approx 60.19\,\%$$

c) La presión media efectiva se calcula de la siguiente forma:

$$\langle P_{ef}\rangle = \frac{w_{neto}}{\Delta v}$$

donde

$$\begin{aligned} w_{neto} &= \eta_{Otto} q_{23} \\ &= 1083.407093\,\mathrm{kJ/kg} \end{aligned}$$

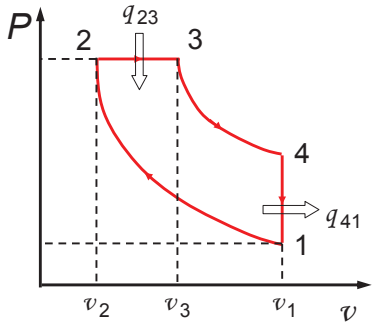
$$\begin{aligned} \Delta v &= v_1 - v_2 \\ &= 0.743904\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} \end{aligned}$$

Así,

$$\langle P_{ef}\rangle = 1456.380249\,\mathrm{kPa}$$

■

Problema 9.6.
Un ciclo Diesel estándar de aire tiene una razón de compresión 20, y el calor transferido al fluido por ciclo es 1800 kJ/kg. Al comienzo del ciclo la presión es 0.1 MPa y la temperatura es 15° C. Considere que $\mathcal{R}_{aire} = 0.287\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$, $\gamma = 1.4$, $c_v = 0.718\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$ y $c_p = 1.005\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$.



a) Determine la presión y temperatura en cada estado del ciclo

b) Calcule la eficiencia térmica del ciclo

c) ¿Cuál es la presión media efectiva del ciclo?

Solución:

a) En el estado 1, se sabe que:

$$T_1 = 15^\circ\,\mathrm{C} \qquad \wedge \qquad P_1 = 0.1\,\mathrm{MPa}$$

Así, el volumen específico en dicho estado se puede calcular utilizando la ecuación de estado de los gases ideales:

$$v_1 = \frac{\mathcal{R}T_1}{P_1} = \frac{(0.287\,\mathrm{kJ/kg\cdot K})(288\,\mathrm{K})}{100\,\mathrm{kPa}} = 0.82656\,\mathrm{m^3/kg}$$

Como el proceso $1 \to 2$ es isentrópico,

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \qquad \wedge \qquad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

De la definición de razón de compresión,

$$r_V = \frac{V_1}{V_2} = 20$$

Reemplazando en las ecuaciones anteriores,

$$T_2 = 954.5627569\,\mathrm{K} \qquad \wedge \qquad P_2 = 6628.908035\,\mathrm{kPa}$$

Por completitud, calculamos el volumen específico en este estado:

$$v_2 = \frac{\mathcal{R}T_2}{P_2} = 0.04132799999\,\mathrm{m^3/kg}$$

El proceso $2 \to 3$ se realiza a presión constante, por lo que

$$q_{23} = c_p(T_3 - T_2) = 1800\,\mathrm{kJ/kg}$$

Despejando,

$$T_3 = T_2 + \frac{q_{23}}{c_p} = 2745.607533\,\mathrm{K}$$

Dado que el proceso $2 \to 3$ es isobárico,

$$P_3 = P_2 = 6628.908035\,\mathrm{kPa}$$

y podemos calcular el volumen específico en dicho estado:

$$v_3 = \frac{\mathcal{R}T_3}{P_3} = 0.1188716690\,\mathrm{m^3/kg}$$

Como el proceso $3 \to 4$ es isentrópico,

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{\gamma-1} \quad \Longrightarrow \quad T_4 = 1264.037762\,\mathrm{K}$$

pues $v_4 = v_1$. Finalmente, calculamos la presión en el estado 4:

$$P_4 = \frac{\mathcal{R}T_4}{v_4} = 438.9020007\,\mathrm{kPa}$$

b) Para calcular la eficiencia, determinamos el calor que deja el ciclo:

$$q_{out} = q_{41} = c_v(T_1 - T_4) = -700.7951131\,\mathrm{kJ/kg}$$

Con ello,

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{|q_{out}|}{q_{in}} = 0.6106693816 \approx 61.07\,\%$$

c) En este caso,

$$w_{neto} = q_{in} - |q_{out}| = 1099.204887\,\mathrm{kJ/kg}$$

Así,

$$\langle P_{ef} \rangle = \frac{w_{neto}}{v_1 - v_2} = 1399.847290\,\mathrm{kPa}$$