Solución I3: FIS1523 - Termodinámica

Facultad de Física
Pontificia Universidad Católica de Chile
Profs. Mario Favre, Hernán Chuaqui y Griselda García
Segundo Semestre 2010

1. La turbina a gas de una planta generadora opera siguiendo un ciclo Brayton simple con aire como fuido de trabajo y entrega 32 MW de potencia. Las temperaturas extremas en el ciclo son 310 K y 900 K, y la presión del aire a la salida del compresor es 8 veces el valor de la presión a la entrada. La eficiencia adiabática del compresor es 80 % y la de la turbina es 86 %. Usando valores constantes del calor específico para el aire,

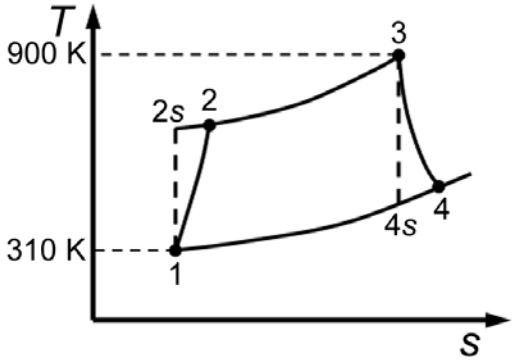
   a) Dibuje el diagrama T-s para el ciclo.

   b) Determine la eficiencia termodinámica del ciclo.

   Datos para el aire: $M_{mol} = 28.97$ kg/kmol, $c_p = 1.005$ kJ/kg·K, $c_v = 0.718$ kJ/kg·K, $R = 0.287$ kJ/kg·K, $\gamma = 1.4$.

Solución

a) Con las condiciones de temperaturas mínima, $T_1 = 310$ K, y máxima, $T_3 = 900$ K, y considerando que tanto el compresor como la turbina son no-ideales, el diagrama T-s para el ciclo es



b) La eficiencia termodinámica es

$$\eta_{ter} = \frac{w_{neto}}{q_c}$$

donde

$$w_{neto} = w_{tur} - w_{com}$$

siendo w_{tur} el trabajo de la turbina y w_{com} el trabajo del compresor, y

$$q_c = h_3 - h_2$$

Alternativamente, con calor específico constante,

$$q_c = c_p \left(T_3 - T_2\right)$$

En particular,

$$w_{neto} = \eta_{tur} \left(h_3 - h_{4s}\right) - \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_{com}}$$

donde η_{tur} y η_{com} son las eficiencias de la turbina y compresor, respectivamente.
En caso de calor específico constante se tiene que

$$\Delta h = c_p \Delta T$$

por lo que alternativamente

$$w_{neto} = \eta_{tur} c_p \left(T_3 - T_{4s}\right) - \frac{c_p \left(T_{2s} - T_1\right)}{\eta_{com}}$$

La eficiencia del compresor es

$$\eta_{com} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

En este caso, de acuerdo con el enunciado, $\eta_{com} = 0.8$. De la tabla para el aire se obtiene que para $T_1 = 310$ K, $h_1 = 310.24$ kJ/kg.

El proceso $1 \rightarrow 2s$ es isentrópico, luego se cumple

$$\frac{T_1}{T_{2s}} = \left(\frac{P_1}{P_{2s}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$\frac{P_1}{P_{2s}} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{r} = \frac{1}{8}$$

Luego,

$$T_{2s} = 310 \cdot 8^{(1.4-1)/1.4} = 561.5 \text{ K}$$

Interpolando en la tabla para el aire se obtiene $h_{2s} = 566.67$ kJ/kg.
De la eficiencia del compresor se obtiene

$$h_2 = \frac{h_{2s} - (1 - \eta_{com}) h_1}{\eta_{com}}$$

Con los valores correspondientes,

$$h_2 = \frac{566.673 - (1 - 0.8)310.24}{0.8} = 630.78 \text{ kJ/kg}$$

Con el valor obtenido para h_2, interpolando en la tabla para el aire se obtiene T_2 622.6 K. Con este valor, el calor absorbido en el caso de calor específico constante es

$$q_c = 1.005 \cdot (900 - 622.6) = 278.8 \text{ kJ/kg}$$

La eficiencia de la turbina es

$$\eta_{tur} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}}$$

En este caso, de acuerdo con el enunciado, $\eta_{tur} = 0.86$. De la tabla para el aire se obtiene que para $T_3 = 900$ K, $h_3 = 932.93$ kJ/kg.

Luego, para valores de tabla,

$$q_c = 932.93 - 630.78 = 302.15 \text{ kJ/kg}$$

El proceso $3 \rightarrow 4s$ es isentrópico, luego se cumple

$$\frac{T_3}{T_{4s}} = \left(\frac{P_3}{P_{4s}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$\frac{P_3}{P_{4s}} = \frac{P_3}{P_4} = r = 8$$

Luego,

$$T_{4s} = 900 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{0.2857} = 496.86 \text{ K}$$

Interpolando en la tabla para el aire se obtiene $h_{4s} = 499.79$ kJ/kg.
De la eficiencia de la turbina se obtiene

$$h_4 = h_3 - \eta_{tur} \cdot (h_3 - h_{4s})$$

Con los valores correspondientes,

$$h_4 = 932.93 - 0.86\,(932.93 - 499.79) = 560.43 \text{ kJ/kg}$$

Con los valores de entalpía obtenidos,

$$w_{neto} = 0.86\,(932.93 - 499.79) - \frac{566.67 - 310.24}{0.8} = 51.89 \text{ kJ/kg}$$

Usando la expresión con calor específico constante,

$$w_{neto} = 0.86 \cdot 1.005 \cdot (900 - 496.86) - 1.005 \cdot (561.5 - 310) / 0.8 = 32.48 \text{ kJ/kg}$$

La diferencia con el valor anterior es que el primero usa, mediante la tabla, dependencia implícita del calor específico con la temperatura.
Así, la eficiencia térmica usando valores de tbla para el aire es

$$\eta_{ter} = \frac{w_{neto}}{q_c} = \frac{51.89}{302.08} = 0.172$$

Alternativamente, usando valores obtenidos con calor específico constante, es

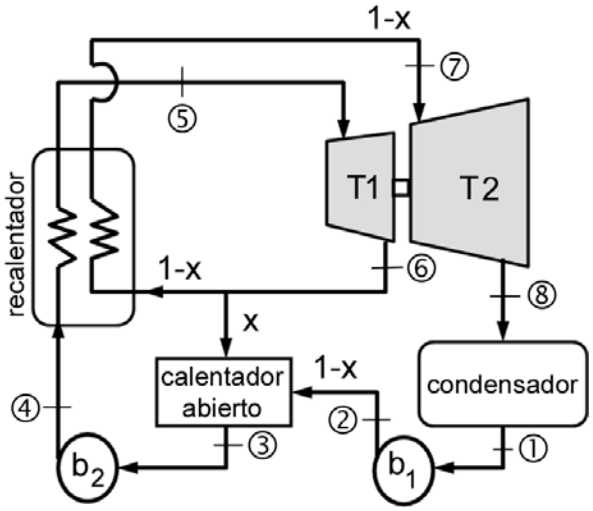
$$\eta_{ter} = \frac{32.48}{276.8} = 0.116$$

2. Considere un ciclo de vapor ideal combinado con recalentamiento y regeneración como se muestra en la figura. El vapor entra a la turbina de alta presión a 3.0 MPa y 400°C y una parte es extraído hacia un calentador de agua de alimentación abierto que está a 0.8 MPa, del cual sale como líquido saturado. El resto del vapor es recalentado en un regenerador ideal hasta 400°C a 0.8 MPa y dirigido hacia una turbina de baja presión. La presión del condensador es 10 kPa.

   a) Dibuje el diagrama T-s del ciclo.

   b) Determine la eficiencia térmica del ciclo.

   c) Calcule el trabajo neto por kilogramo de vapor.



Solución

Condiciones definidas de presión. En el recalentador se igualan las temeperaturas a la entrada de ambas secciones de la turbina, por lo que $T_5 = T_7 = 400°\text{C}$. Adicionalmente se tiene $P_4 = P_5 = 3.0$ MPa, $P_2 = P_3 = P_6 = P_7 = 0.8$ MPa y $P_1 = P_8 = 10$ kPa.

3. Le eficiencia térmica,

$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_c}$$

Cosiderando las fracciones de flujo y los procesos con las etiquetas numéricas que muestra la figura del enunciado, donde en el proceso 4→5 fluye toda la masa de agua y en el proceso 6→7 fluye sólo la fracción (1-x),

$$q_c = h_5 - h_4 + (1-x)\,(h_7 - h_6)$$

$$w_{neto} = w_{T1} + (1-x)w_{T2} - (1-x)w_{b1} - w_{b2}$$

Considerando v.c. en torno a T_1:

$$w_{T1} = h_5 - h_6$$

Con $P_5 = 3.0$ MPa y $T_5 = 400°$C, de la tabla se tiene que

$$h_5 = 3230.9 \text{ kJ/kg}$$
$$s_5 = 6.9212 \text{ kJ/kg·K}$$

Proceso 5→ 6 es isentrópico, luego

$$s_6 = s_5 = 6.9212 \text{ kJ/kg·K}$$

Interpolando en la tabla para $P_6 = 0.8$ MPa, que corresponde a vapor supercalentado, se obtiene $h_6 = 2891.7$ kJ/kg. Reemplazando resulta

$$w_{T1} = 3230.9 - 2891.7 = 339.22 \text{ kJ/kg}$$

Considerando v.c. en torno a b_1:

$$w_{b1} = h_2 - h_1 = v_1 \left(P_2 - P_1\right)$$

De la tabla para $P_1 = 10$ kPa, en condición de líquido saturado, se tiene

$$v_1 = v_f = 0.00101 \text{ m}^3\text{/kg}$$
$$h_1 = h_f = 191.83 \text{ kJ/kg}$$

Luego,

$$w_{b1} = 0.00101 \left(800 - 10\right) = 0.798 \text{ kJ/kg}$$

y también,

$$h_2 = h_1 + w_{b1} = 191.83 + 0.798 = 192.63 \text{ kJ/kg}$$

Considerando v.c. en torno al calentador de agua de alimentación abierto,la condición a la salida en 3 es líquido saturado a $P_3 = 0.8$ MPa. De la tabla respectiva se obtiene $h_3 = h_f = 721.11$ kJ/kg. En este mismo punto la ecuación de conservación de energía por unidad de masa se escribe como

$$x \cdot h_6 + (1 - x) \cdot h_2 = h_3$$

De la ecuación anterior se obtiene

$$x = \frac{h_3 - h_2}{h_6 - h_2} = \frac{721.11 - 192.63}{2891.7 - 192.63} = 0.1958$$

Considerando v.c. en torno a b_2,

$$w_{b2} = h_4 - h_3 = v_3 \left(P_4 - P_3\right)$$

De la tabla para $P_3 = 0.8$ MPa, en condición de líquido saturado, se tiene

$$v_3 = v_f = 0.001115 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Reemplazando,

$$w_{b2} = 0.001115(3000 - 800) = 2.45 \text{ kJ/kg}$$

y también,

$$h_4 = h_3 + w_{b2} = 721.1 + 2.45 = 723.55 \text{ kJ/kg}$$

Considerando v.c. en torno a la caldera con recalentador incluído, Con $P_7 = 0.8$ MPa y $T_5 = 400°$C, de la tabla se tiene que

$$h_7 = 3267.1 \text{ kJ/kg}$$
$$s_7 = 7.5715 \text{ kJ/kg·K}$$

Reemplazando,

$$q_c = h_5 - h_4 + (1 - x)\left(h_7 - h_6\right) = 2507.3 + 301.95 = 2809.3 \text{ kJ/kg}$$

Considerando v.c. en torno a T_2:
El proceso 7→8 es isentrópico, luego

$$s_8 = s_7 = 7.5715 \text{ kJ/kg·K}$$

Los valores de tabla para $P_8 = P_1 = 10$ kPa son

$$s_f = 0.6493 \text{ kJ/kg·K}$$
$$s_{fg} = 7.5009 \text{ kJ/kg·K}$$

La calidad en el punto 8 se obtiene de

$$s_8 = s_f \cdot + x_8 \cdot s_{fg}$$

Reemplazando,

$$x_8 = \frac{s_8 - s_f}{s_{fg}} = \frac{7.5715 - 0.6492}{7.501} = 0.92285$$

Luego,

$$h_8 = h_f + x_8 \cdot h_{fg}$$

Los valores de tabla para $P_8 = P_1 = 10$ kPa son

$$h_f = 191.83 \text{ kJ/kg}$$
$$h_{fg} = 2392.87 \text{ kJ/kg}$$

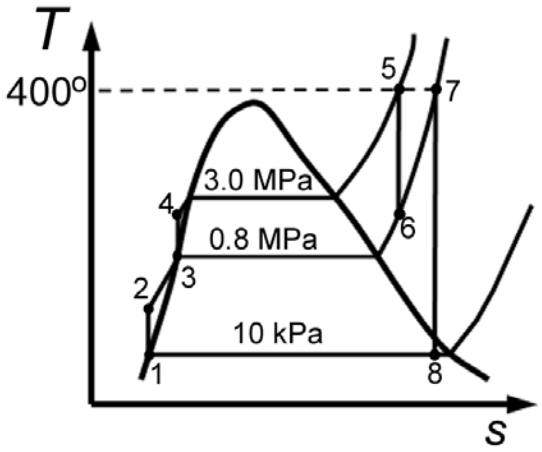
Reemplazando,

$$h_8 = 191.81 + 0.92285 \cdot 2392.82 = 2400.0 \text{ kJ/kg}$$

Entonces,

$$w_{T2} = h_7 - h_8 = 3267.07 - 2400.02 = 867.05 \text{ kJ/kg}$$

a) De las condiciones de presión y temperatura del enunciado, y de las condiciones obtenidas para los puntos 6 y 8, el diagrama $T - s$ resulta ser



b) El trabajo neto resulta ser

$$\begin{aligned} w_{neto} &= w_{T1} + (1-x)w_{T2} - (1-x)w_{b1} - w_{b2} \\ &= 339.22 + (1 - 0.1958) \cdot 867.05 - (1 - 0.1958) \cdot 0.798 - 2.45 \\ &= 1033.41 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

c) La eficiencia es

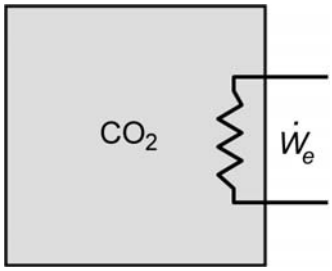
$$\eta = \frac{w_{neto}}{q_c} = \frac{1033.41}{2809.3} = 0.368$$

4. Un tanque rígido de 0.8 m^3 contiene dióxido de carbono (CO_2) gaseoso a 250 K y 100 kPa. Un calentador a resistencia eléctrica de 500 W que está colocado en el tanque se mantiene encendido durante 40 minutos, después de lo cual se mide la presión del CO_2 y resulta ser 175 kPa. Suponiendo que el entorno está a 300 K y que el CO_2 es un gas ideal con calores específicos constantes, determine

   a) La temperatura final del CO_2.

   b) El calor neto transferido desde el tanque.

   c) La entropía generada durante el proceso.



Datos para el CO_2: $M_{mol} = 44.01$ kg/kmol, $c_p = 0.846$ kJ/kg·K, $c_v = 0.657$ kJ/kg·K, $R = 0.1889$ kJ/kg·K, $\gamma = 1.289$.

Solución

a) Ecuación de Estado de Gas Ideal,

$$Pv = P\frac{V}{m} = RT$$

donde m es la masa del gas.
La masa m se obtiene de la Ec. de Estado y las condiciones iniciales como

$$m = \frac{V}{v} = \frac{P_i V}{RT_i} = \frac{100 \cdot 0.8}{0.1889 \cdot 250} = 1.694 \text{ kg}$$

Con $P_f = 175$ kPa, se obtiene

$$T_f = \frac{PV}{Rm} = \frac{175 \cdot 0.8}{0.1889 \cdot 1.694} = 437.5 \text{ K}$$

b) El calor neto transferido desde el tanque es la diferencia entre el calor entregado por la resistencia al circular la corriente eléctrica y el calor absorbido por el gas a volumen constante.

$$Q_{out} = \dot{W}_e \Delta t - mc_v\,(T_f - T_i)$$

donde $\dot{W}_e = 500$ W $= 0.5$ kW, $\Delta t = 40$ min $= 2400$ s y $T_i = 250$ K.
Reemplazando,

$$Q_{out} = 0.5 \cdot 2400 - 1.694 \cdot 0.657 \cdot (437.5 - 250) = 991.3 \text{ kJ}$$

c) La entropía generado en el proceso es la suma del cambio de entropía en el gas y el cambio de entropía en el medio.

$$S_{gen} = \Delta S_{CO_2} + \Delta S_{med}$$

Como el proceso en el gas es a volumen constante,

$$\Delta S_{CO_2} = m\left[c_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - R\ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)\right]$$

y

$$\Delta S_{med} = \frac{Q_{out}}{T_{med}}$$

con $T_{med} = 300$ K. Reemplazando,

$$S_{gen} = 1.694 \cdot \left[0.846 \cdot \ln\left(\frac{437.5}{250}\right) - 0.1889 \cdot \ln\left(\frac{175}{100}\right)\right] + \frac{991.3}{300} = 3.37 \text{ kJ/K}$$