Examen

FIS1523 Termodinámica
Profesores: María José Retamal y Francisco Castillo
9 de diciembre, 2021

Importante:

- El examen tiene una duración de 2:00 horas. Posteriormente a esto tendrá hasta 30 minutos para subir sus desarrollos a Canvas.
- Terminado el tiempo de subida de archivos se descontará 0.2 puntos cada 3 minutos de atraso, a su nota final de la prueba. No se recibirán desarrollos con más de una hora de atraso.
- Escriba de forma clara su nombre, RUN y sección en cada una de las hojas que entregue. Debe subir un archivo distinto, en formato pdf, por pregunta.
- La interrogación es individual, copia será sancionada de acuerdo a las reglas de la Universidad.

Ej. 1 — 6 puntos.

Considere una máquina térmica que contiene en su interior n moles de cierto gas ideal monoatómico. El gas se somete al siguiente proceso:

- Se comprime en un proceso isotérmico a temperatura T_0, desde su volumen inicial V_0 (Punto A) hasta $V_0/6$ (Punto B).
- Luego, se expande en un proceso isobárico aumentando su temperatura hasta $5T_0$ (Punto C).
- Luego, se expande manteniendo su temperatura constante en $5T_0$ hasta volver a su volumen inicial V_0 (Punto D).
- El ciclo se completa bajando la temperatura en un proceso isocórico, hasta T_0. (Punto A)

a) Esboce el diagrama presión-volumen que representa este proceso, identificando claramente la presión y volumen en los puntos A,B,C, y D, en término de los datos conocidos (n, V_0 y T_0). (2 puntos)

b) Calcule el calor en cada tramo de su diagrama. Identifique claramente si el calor sale o entra a la máquina en cada tramo. (2 puntos)

c) ¿Cuál es el trabajo hecho por esta máquina en un ciclo? (1 puntos)

d) ¿Cuál es la eficiencia de esta máquina? ¿Cómo se compara la eficiencia de ésta con una máquina de Carnot que opera entre las mismas temperaturas? (De una respuesta cuantitativa) (1 puntos)

Solución (Ej. 1) —

a) El diagrama que representa el proceso es el siguiente

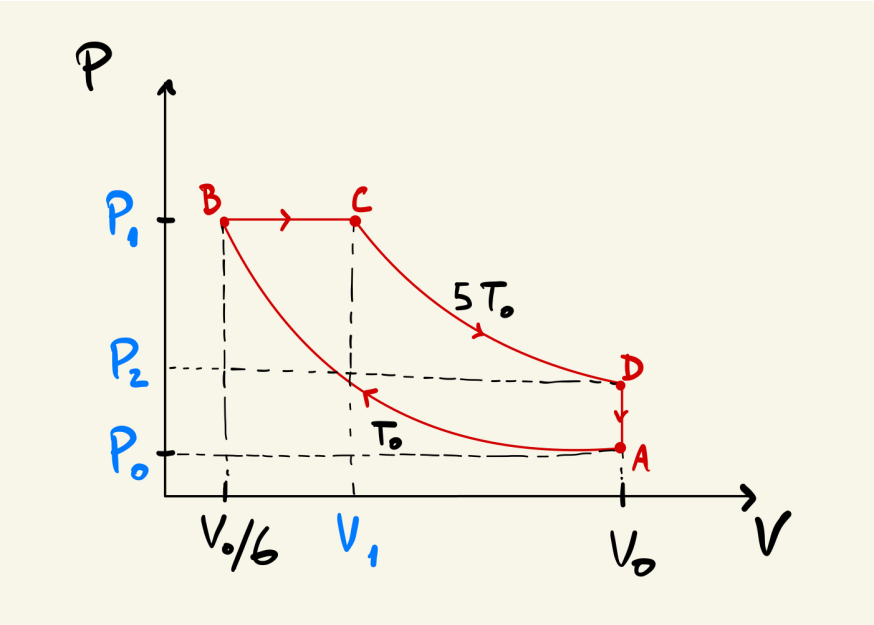


Figura 1: Basta que sean claras las líneas de P, V y T constantes. 0.4pt

- En el punto A:
  Es un gas ideal, por lo tanto:

$$P_0V_0 = nRT_0 \longrightarrow P_0 = \frac{nRT_0}{V_0}\,. \qquad \text{0.4pt}$$

- En el punto B:
  El volumen es conocido $(V_0/6)$, falta la presión. De A a B tenemos un proceso isotérmico, por tanto:

$$P_1(V_0/6) = P_0V_0 \longrightarrow P_1 = 6P_0 = 6\frac{nRT_0}{V_0}\,. \qquad \text{0.4pt}$$

- En el punto C:
  Conocemos la presión (P_1) y la temperatura $(5T_0)$, falta V_1:

$$P_1V_1 = nR(5T_0) \longrightarrow V_1 = 5nRT_0/P_1 = 5nRT_0/(6nRT_0/V_0) = (5/6)V_0\,. \qquad \text{0.4pt}$$

- En el punto D:
  De C a D tenemos un proceso isotérmico, por tanto:

$$P_1V_1 = P_2V_0 \longrightarrow P_2 = \frac{P_1V_1}{V_0} = \frac{(6P_0)(5V_0/6)}{V_0} = 5P_0 = 5\frac{nRT_0}{V_0}\,. \qquad \text{0.4pt}$$

b) - Tramo A→B:
  Proceso isotérmico. De la primera ley $\Delta U = 0 = Q - W$, por tanto

$$Q_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = nRT_0 \ln\frac{V_0/6}{V_0} = -nRT_0 \ln 6 < 0\,. \qquad \text{0.4pt}$$

  Entonces sale calor. 0.1pt

- Tramo B→C:
  Proceso isobárico, entonces:

$$Q_{\mathrm{B}\to\mathrm{C}} = nc_p(5T_0 - T_0) = 4nc_pT_0\,,$$

  donde para un gas ideal monoatómico $c_p = (5/2)R$, luego

$$Q_{\mathrm{B}\to\mathrm{C}} = 10nRT_0 > 0\,. \qquad \text{0.4pt}$$

  Entonces entra calor. 0.1pt
- Tramo C→D:
  Proceso isotérmico, por tanto

$$Q_{\mathrm{C}\to\mathrm{D}} = nR(5T_0)\ln\frac{V_0}{V_1} = 5nRT_0\ln\frac{V_0}{(5/6)V_0} = 5nRT_0\ln\frac{6}{5} > 0\,. \qquad \text{0.4pt}$$

  Entonces entra calor. 0.1pt
- Tramo D→A:
  Proceso isocórico, entonces:

$$Q_{\mathrm{D}\to\mathrm{A}} = nc_v(T_0 - 5T_0) = -4nc_vT_0\,,$$

  donde para un gas ideal monoatómico $c_v = (3/2)R$, luego

$$Q_{\mathrm{D}\to\mathrm{A}} = -6nRT_0 < 0\,. \qquad \text{0.4pt}$$

  Entonces sale calor. 0.1pt

c) Los calores netos que entran y salen son:

$$\begin{aligned} Q_{\text{entra}} = Q_{\mathrm{B}\to\mathrm{C}} + Q_{\mathrm{C}\to\mathrm{D}} &= 10nRT_0 + 5nRT_0\ln\frac{6}{5} \\ &= nRT_0\left(10 + 5\ln\frac{6}{5}\right)\,, \\ Q_{\text{sale}} = Q_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{D}\to\mathrm{A}} &= -nRT_0\ln 6 - 6nRT_0 \\ &= -nRT_0\left(\ln 6 + 6\right)\,. \end{aligned}$$

Entonces el trabajo neto hecho por la máquina es

$$\begin{aligned} W_{\text{maq}} = |Q_{\text{entra}}| - |Q_{\text{sale}}| &= nRT_0\left(10 + 5\ln\frac{6}{5}\right) - nRT_0\left(\ln 6 + 6\right) \\ &= nRT_0\left(4 + 5\ln\frac{6}{5} - \ln 6\right)\,. \qquad \text{1pt} \end{aligned}$$

d) La eficiencia de esta máquina es

$$\eta = \frac{W_{\text{maq}}}{|Q_{\text{entra}}|} = \frac{4 + 5\ln\frac{6}{5} - \ln 6}{10 + 5\ln\frac{6}{5}} \simeq 0{,}286\,. \qquad \text{0.4pt}$$

Por otro lado, para una máquina de Carnot operando entre las mismas temperaturas

$$\eta_{\text{Car}} = 1 - \frac{T_0}{5T_0} = 0{,}8\,. \qquad \text{0.4pt}$$

Esta eficiencia es $\eta_{\text{Car}}/\eta \simeq 2{,}8$ veces mayor que la de nuestra máquina. 0.2pt

2) Considere un estanque cerrado de 1000 L de capacidad a 120°C, que inicialmente tiene la mitad de su volumen ocupado con agua saturada en estado líquido, y la otra mitad con vapor saturado de agua. El estanque tiene una válvula de alivio en su parte superior, ajustada a 1MPa (Esta libera agua tal que la presión dentro del estanque no pueda superar los 1MPa). Luego se transfiere calor al estanque, desde una fuente de calor a 200°C, hasta que éste contiene solamente vapor saturado a 1MPa.

a) Calcule la calidad inicial de la mezcla y su masa inicial. (1 puntos)

b) Calcule la transferencia neta de calor al estanque. (3 puntos)

c) Verifique, a partir del cambio en la entropía, que este proceso no viola la segunda ley de la termodinámica. (2 puntos)

El volumen total inicial es 1 m^3, por lo que 0,5 m^3 se encuentran como líquido y 0,5 m^3 se encuentran como vapor, es decir:

$$v = \frac{V}{m} \qquad \rightarrow \quad m_g = \frac{V_g}{v_g}\ (masa\ del\ vapor) \qquad \rightarrow m_l = \frac{V_l}{v_f}\ (masa\ de\ liquido)$$

Buscamos el estado de mezcla a 120°C

TABLA A-4

Agua saturada. Tabla de temperaturas

		Volumen específico, m^3/kg		*Energía interna, kJ/kg*			*Entalpía, kJ/kg*			*Entropía, kJ/kg · K*		
Temp., T °C	Pres. sat., P_{sat} kPa	Líq. sat., v_f	Vapor sat., v_g	Líq. sat., u_f	Evap., u_{fg}	Vapor sat., u_g	Líq. sat., h_f	Evap., h_{fg}	Vapor sat., h_g	Líq. sat., s_f	Evap., s_{fg}	Vapor sat., s_g
100	101.42	0.001043	1.6720	419.06	2087.0	2506.0	419.17	2256.4	2675.6	1.3072	6.0470	7.3542
105	120.90	0.001047	1.4186	440.15	2071.8	2511.9	440.28	2243.1	2683.4	1.3634	5.9319	7.2952
110	143.38	0.001052	1.2094	461.27	2056.4	2517.7	461.42	2229.7	2691.1	1.4188	5.8193	7.2382
115	169.18	0.001056	1.0360	482.42	2040.9	2523.3	482.59	2216.0	2698.6	1.4737	5.7092	7.1829
120	198.67	0.001060	0.89133	503.60	2025.3	2528.9	503.81	2202.1	2706.0	1.5279	5.6013	7.1292

$$m_g = \frac{0{,}5}{0{,}89133} = 0{,}56\ kg$$

$$m_l = \frac{0{,}5}{0{,}00106} = 471{,}7\ kg$$

Con esto podemos calcular la masa total:

$$m_T = m_l + m_g = 472{,}26\ kg$$

0,5 ptos

Y la calidad:

$$x \equiv \frac{m_{vapor}}{m_{total}} = \frac{0{,}56}{472{,}26} = 0{,}001186$$

0,5 ptos

b) Cuando la presión llega a 1MPa el proceso será a volumen de control transiente, con lo que la ecuación de balance de energía es:

$$Q_{v.c.} - W_{v.c.} = \sum m_s h_s - \sum m_e h_e + [m_2 u_2 - m_1 u_1]_{v.c.}$$

Tenemos 1 salida, no hay entrada y el liquido no realiza trabajo:

$$Q_{v.c.} = m_s h_s + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

El balance de masa nos queda:

$$m_{entra} - m_{sale} = (m_2 - m_1)_{VC}$$

$$-m_s = m_2 - m_1$$

Buscamos las variables que faltan:

$$u_1 = u_f + x_1 u_{fg} = 503{,}6 + 0{,}001186 \cdot 2025{,}3 = 506\,\frac{kJ}{kg}$$ 0,5 ptos

El vapor de salida se encuentra como vapor saturado a 1MPa:

TABLA A-5

Agua saturada. Tabla de presiones (*conclusión*)

		Volumen específico, m³/kg		*Energía interna, kJ/kg*			*Entalpía, kJ/kg*			*Entropía, kJ/kg · K*		
Pres., P kPa	Temp. sat., T_{sat} °C	Líq. sat., v_f	Vapor sat., v_g	Líq. sat., u_f	Evap., u_{fg}	Vapor sat., u_g	Líq. sat, h_f	Evap., h_{fg}	Vapor sat., h_g	Líq. sat., s_f	Evap., s_{fg}	Vapor sat., s_g
800	170.41	0.001115	0.24035	719.97	1856.1	2576.0	720.87	2047.5	2768.3	2.0457	4.6160	6.6616
850	172.94	0.001118	0.22690	731.00	1846.9	2577.9	731.95	2038.8	2770.8	2.0705	4.5705	6.6409
900	175.35	0.001121	0.21489	741.55	1838.1	2579.6	742.56	2030.5	2773.0	2.0941	4.5273	6.6213
950	177.66	0.001124	0.20411	751.67	1829.6	2581.3	752.74	2022.4	2775.2	2.1166	4.4862	6.6027
1000	179.88	0.001127	0.19436	761.39	1821.4	2582.8	762.51	2014.6	2777.1	2.1381	4.4470	6.5850

La entalpía de salida es:

$$h_s = h_g = 2777{,}1\,\frac{kJ}{kg}$$ 0,5 ptos

El estado final es vapor saturado a 1MPa:

$$u_2 = u_g = 2582{,}8\,\frac{kJ}{kg}$$ 0,5 ptos

La masa final en el estanque será:

$$v_g = \frac{V}{m_2} \quad \rightarrow \quad m_2 = \frac{V}{v_g} = \frac{1}{0{,}19436} = 5{,}15\ kg$$ 0,5 ptos

La masa de salida será:

$$m_s = m_1 - m_2 = 472{,}26 - 5{,}15 = 467{,}11\ kg$$ 0,5 ptos

El calor entregado al estanque será:

$$Q_{v.c.} = 467{,}11\ \cdot 2777{,}1 + 5{,}15 \cdot 2582{,}8 - 472{,}26 \cdot 506 = 1071549\ kJ$$ 0,5 ptos

c) (Opción 1) Para que se cumpla la segunda ley debe ocurrir que:

$$S_2 - S_1 + S_s \geq \frac{Q}{T}$$

De las tablas obtenemos las entropías:

$$s_1 = s_f + x_1 s_{fg} = 1{,}5979 + 0{,}001186 \cdot 5{,}6013 = 1{,}6045\ \frac{kJ}{kg}$$

$$S_1 = m_1 s_1 = 472.26 \cdot 1{,}6045 = 757{,}74\ kJ$$ 0,5 ptos

$$s_2 = s_{g@1MPa} = 6{,}5850\ \frac{kJ}{kg}$$

$$S_2 = m_2 s_2 = 5{,}15 \cdot 6{,}5850 = 33{,}91\ kJ$$ 0,5 ptos

$$s_s = s_{g@1MPa} = 6{,}5850\ \frac{kJ}{kg}$$

$$S_s = m_s s_s = 467{,}11 \cdot 6{,}5850 = 3075{,}92\ kJ$$ 0,5 ptos

$$S_2 - S_1 + S_s = 33{,}91 - 757{,}74 + 3075{,}92 = 2352{,}09\ kJ$$ 0,2 ptos

$$\frac{Q}{T} = \frac{1071549}{200+273} = 2265{,}43\ kJ$$ 0,3 ptos

Por lo tanto:

$$S_2 - S_1 + S_s \geq \frac{Q}{T}$$

$$2352{,}09\ kJ \geq 2265{,}43\ kJ$$

Y se cumple la segunda ley….

(Opción 2) Para que se cumpla la segunda ley debe ocurrir que:

$$S_{gen} = S_2 - S_1 + S_s - \frac{Q}{T}$$

De las tablas obtenemos las entropías:

$$s_1 = s_f + x_1 s_{fg} = 1{,}5979 + 0{,}001186 \cdot 5{,}6013 = 1{,}6045 \frac{kJ}{kg}$$

$$S_1 = m_1 s_1 = 472.26 \cdot 1{,}6045 = 757{,}74\ kJ \qquad \text{0,5 ptos}$$

$$s_2 = s_{g@1MPa} = 6{,}5850 \frac{kJ}{kg}$$

$$S_2 = m_2 s_2 = 5{,}15 \cdot 6{,}5850 = 33{,}91\ kJ \qquad \text{0,5 ptos}$$

$$s_s = s_{g@1MPa} = 6{,}5850 \frac{kJ}{kg}$$

$$S_s = m_s s_s = 467{,}11 \cdot 6{,}5850 = 3075{,}92\ kJ \qquad \text{0,5 ptos}$$

$$\frac{Q}{T} = \frac{1071549}{200+273} = 2265{,}43\ kJ \qquad \text{0,3 ptos}$$

$$S_{gen} = S_2 - S_1 + S_s - \frac{Q}{T} = 33{,}91 - 757{,}74 + 3075{,}9 - 2265{,}43\ kJ = 86{,}64\ kJ \qquad \text{0,2 ptos}$$

Por lo tanto:

$$S_{gen} = 86{,}64\ kJ \quad kJ > 0$$

Y se cumple la segunda ley….