FIS1523 ⋆ Termodinámica
✓ **Ayudante:** *Sebastián Urrutia Quiroga*
✓ **Correo:** sgurruti@uc.cl
✓ **Página Web:** www.sgurruti.cl/termo

Ayudantía ⋆ Procesos Isentrópicos y Balance de Entropía

1. Un dispositivo piston-cilindro con masa contiene 5 kg de vapor a 100° C y una calidad del 50 %. El vapor sigue los siguientes procesos:

   - **1–2:** Se transfiere calor al vapor de forma reversible mientras la temperatura se mantiene constante hasta que el vapor existe como vapor saturado
   - **3–4:** El vapor se expande en un proceso adiabático y reversible hasta que su presión es 15 kPa

   a) Determine la cantidad de calor transferido al vapor durante el proceso 1–2

   b) Determine el trabajo realizado por el vapor en el proceso 2–3

Solución:

a) De la *Tabla de Agua Saturada*, para el estado (1),

$$\left.\begin{array}{rcl} T_1 &=& 100^\circ\,\mathrm{C} \\ x_1 &=& 0.5 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_{f@100^\circ\,\mathrm{C}} &=& 419.17\,\mathrm{kJ/kg} \\ h_{fg@100^\circ\,\mathrm{C}} &=& 2256.4\,\mathrm{kJ/kg} \end{array}$$

Así,

$$h_1 = h_{f@100^\circ\,\mathrm{C}} + x_1\, h_{fg@100^\circ\,\mathrm{C}} = 1547.37\,\mathrm{kJ/kg}$$

Por tanto,

$$w = 186.3637862\,\mathrm{kJ/kg}$$

Ahora, para el estado (2),

$$\left.\begin{array}{rcl} T_2 &=& 100^\circ\,\mathrm{C} \\ x_2 &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} u_2 &=& u_{g@100^\circ\,\mathrm{C}} \;=\; 2506.0\,\mathrm{kJ/kg} \\ h_2 &=& h_{g@100^\circ\,\mathrm{C}} \;=\; 2675.6\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_2 &=& s_{g@100^\circ\,\mathrm{C}} \;=\; 7.3542\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}$$

Como el sistema es cerrado, no entra ni sale masa, entonces ésta se mantiene constante. Así, el balance de energía toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E_e - E_s &= \Delta E_{sistema} \\ Q - W_{pis} &= m(u_2 - u_1) \end{aligned}$$

Dado que el proceso se realiza a presión constante,

$$W_{pis} = P(V_2 - V_1) = mP(v_2 - v_1) = m(P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

con $P = P_1 = P_2$. Así,

$$Q = m(u_2 - u_1) + W_{pis} = m(h_2 - h_1) = 5641.15\,\mathrm{kJ}$$

b) Notemos que el proceso 2–3 es isentrópico, por lo que:

$$s_3 = s_2 = 7.3542\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Dicho valor satisface que:

$$s_{f@15\,\text{kPa}} = 0.7549\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_3 < s_{g@15\,\text{kPa}} = 8.0071\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Por tanto, el estado (3) corresponde a una mezcla. Determinamos su calidad para hallar las propiedades termodinámicas asociadas:

$$x_3 = \frac{s_3 - s_{f@15\,\text{kPa}}}{s_{fg@15\,\text{kPa}}} = 0.9099721464$$

Luego,

$$u_3 = u_{f@15\,\text{kPa}} + x_3\, u_{fg@15\,\text{kPa}} = 2247.979107\,\text{kJ/kg}$$

Del balance de energía para el proceso 2–3,

$$\begin{aligned} E_e - E_s &= \Delta E_{sistema} \\ -W &= m(u_3 - u_2) \\ W &= m(u_2 - u_3) \\ &= 1290.104465\,\text{kJ} \end{aligned}$$

■

2. Considere una turbina adiabática de vapor funcionando en modo de flujo estacionario en donde el vapor entra a 350° C y 1.2 MPa. A la salida, el vapor está a 50 kPa. Asumiendo que el proceso es completamente reversible, determine:

   a) El estado (fase) del agua a la salida

   b) La entalpía específica del vapor a la salida

   c) El trabajo por unidad de masa de vapor producido por la turbina

   En la vida real, el vapor sale de la turbina a 50 kPa pero con una temperatura de 100° C. Determine:

   d) El estado (fase) del agua a la salida

   e) El trabajo por unidad de masa de vapor realmente producido por la turbina, así como su eficiencia isentrópica

Solución:

a) Dado que la turbina es adiabática y el proceso es reversible, la entropía específica se conserva, i.e. $s_e = s_s$. De la *Tabla de Agua Sobrecalentada*,

$$h_e = 3154.2\,\text{kJ/kg} \qquad \wedge \qquad s_e = 7.2139\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Notemos que:

$$s_{f@50\,\mathrm{kPa}} = 1.0912 < s_s = s_e = 7.2139\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} < s_{g@50\,\mathrm{kPa}} = 7.5931\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}$$

Por tanto, el estado final corresponde a una **mezcla**. Calculamos su calidad:

$$x_s = \frac{s_s - s_{f@50\,\mathrm{kPa}}}{s_{fg@50\,\mathrm{kPa}}} = 0.9416785863$$

Al encontrarse en la región se saturación, $T_s = T_{\mathrm{sat}@50\,\mathrm{kPa}} = 81.32^\circ\,\mathrm{C}$.

b) Es fácil calcular la entalpía específica de salida, considerando los cálculos realizados en el apartado anterior:

$$h_s = h_{f@50\,\mathrm{kPa}} + x_s\, h_{fg@50\,\mathrm{kPa}} = 2510.826638\,\mathrm{kJ/kg}$$

c) Del balance de masa,

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

Del balance de energía,

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \dot{E}_s \\ \dot{m}h_e &= \dot{m}h_s + \cdot W \end{aligned}$$

Despejando,

$$w = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = h_e - h_s = 643.373362\,\mathrm{kJ/kg}$$

d) Una temperatura de $100^\circ\,\mathrm{C}$ es superior a la temperatura de saturación a 50 kPa, por lo que el estado real de salida es **vapor sobrecalentado**.

e) De la tabla respectiva,

$$h_{s,real} = 2682.4\,\mathrm{kJ/kg}$$

Por tanto,

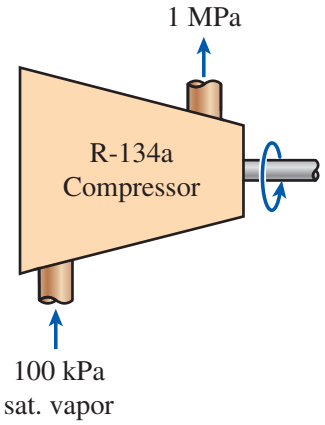
$$w_{real} = h_e - h_{s,real} = 471.8\,\mathrm{kJ/kg}$$

Finalmente, la eficiencia isentrópica viene dada por:

$$\eta = \frac{w_{real}}{w} = 0.7333222478 \approx 73.33\,\%$$

■

3. Refrigerante R-134a entra en un compresor adiabático como vapor saturado a 100 kPa a una tasa de $0.7\,\mathrm{m^3/min}$ y sala del dispositivo a una presión de 1 MPa. Si la eficiencia isentrópica del compresor es del 87 %, determine la temperatura de salida del refrigerante y la potencia entrante necesaria para operar el compresor.



Solución:

De la *Tabla de Refrigerante Saturado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 100\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_1 &=& v_{g@100\,\text{kPa}} = 0.19255\,\text{m}^3/\text{kg} \\ h_1 &=& h_{g@100\,\text{kPa}} = 234.46\,\text{kJ/kg} \\ s_1 &=& s_{g@100\,\text{kPa}} = 0.95191\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Consideremos los estados finales 2 y $2s$, correspondiendo a los estados real e isentrópico respectivamente. Entonces,

$$P_{2s} = 1\,\text{MPa} \qquad \wedge \qquad s_{2s} = s_1 = 0.95191\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Inspeccionado en las tablas, notaremos que el estado final isentrópico $2s$ corresponde a refrigerante sobrecalentado. De la tabla respectiva,

$T\,[^\circ\text{C}]$	$h\,[\text{kJ/kg}]$	$s\,[\text{kJ/kg}\cdot\text{K}]$
40	271.73	0.9180
50	282.76	0.9526

Como la tabla no posee el valor exacto de la entropía específica que deseamos, tendremos que **interpolar**:

$$\begin{aligned} h_{2s} &= h_a + \left(\frac{h_b - h_a}{s_b - s_a}\right)(s_{2s} - s_a) \\ &= 271.73 + \left(\frac{282.76 - 271.73}{0.9526 - 0.9180}\right)(0.95191 - 0.9180) \\ &= 282.5400376\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

De la definición de eficiencia isentrópica,

$$\eta_{compresor} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = 0.87 \quad \Longrightarrow \quad h_2 = 289.7244110\,\text{kJ/kg}$$

Inspeccionado en las tablas, notaremos que el estado final real también corresponde a refrigerante sobre calentado. De la tabla respectiva,

$T\,[^\circ\,\mathrm{C}]$	$h\,[\mathrm{kJ/kg}]$
50	282.76
60	293.40

Como la tabla no posee el valor exacto de la entalpía específica que deseamos, tendremos que **interpolar**:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{h_b - h_a}\right)(h_2 - h_a) \\ &= 50 + \left(\frac{60-50}{293.40 - 282.76}\right)(289.7244110 - 282.76) \\ &= 56.54549906^\circ\,\mathrm{C} \end{aligned}$$

Del balance de masa,

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

donde el flujo de masa se calcula como sigue:

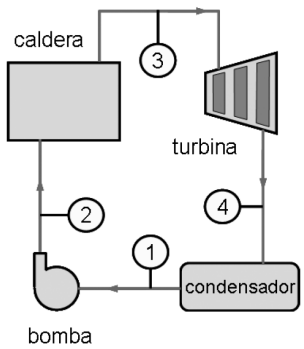
$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{0.7/60\,\mathrm{m^3/s}}{0.19255\,\mathrm{m^3/kg}} = 0.06059032288\,\mathrm{kg/s}$$

Del balance de energía,

$$\begin{aligned} \dot{E}_e &= \dot{E}_s \\ \dot{W} + \dot{m}h_1 &= \dot{m}h_2 \\ \dot{W} &= \dot{m}(h_2 - h_1) \\ &= 3.348488506\,\mathrm{kJ/s} \end{aligned}$$

■

4. El vapor entra a la turbina de una planta generadora de potencia a 5 MPa y 400° C y sale hacia el condensador a 10 kPa. La turbina produce 20000 kW con una eficiencia isentrópica del 85 %.



a) ¿Cuál es el flujo de masa de vapor en el ciclo?

b) ¿Cuál es la tasa de liberación de calor en el condensador, si en éste sale líquido saturado?

c) ¿Cuál es la eficiencia térmica del ciclo, si el fluido ingresa a 5 MPa a la caldera?

Solución:

a) De la *Tabla de Vapor Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 &=& 5\,\text{MPa} \\ T_3 &=& 400^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_3 &=& 3196.7\,\text{kJ/kg} \\ s_3 &=& 6.6483\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Sea $4s$ el estado de salida de la turbina a 10 kPa si ésta fuese isentrópica. Notamos que:

$$s_{f@10\,\text{kPa}} = 0.6492\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{4s} = s_3 = 6.6483\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} < s_{g@10\,\text{kPa}} = 8.1488\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Por tanto, el estado $4s$ corresponde a una mezcla. Calculamos su calidad para determinar las propiedades termodinámicas de dicho estado:

$$x_{4s} = \frac{s_{4s} - s_{f@10\,\text{kPa}}}{s_{fg@10\,\text{kPa}}} = 0.7999226625$$

Así,

$$h_{4s} = h_{f@10\,\text{kPa}} + x_{4s}\, h_{fg@10\,\text{kPa}} = 2105.305\,\text{kJ/kg}$$

Aplicando balance de masa y energía a la turbina, notaremos que:

$$w_{turbina,isen} = h_3 - h_{4s} = 1091.395\,\text{kJ/kg}$$

Por tanto,

$$w_{turbina,real} = \eta_{turbina} w_{turbina,isen} = 927.68575\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente,

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}}{w_{turbina,real}} = 21.55902470\,\text{kg/s}$$

b) De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 10\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0 \end{array}\right\} \; h_1 \;=\; h_{f@10\,\text{kPa}} \;=\; 191.81\,\text{kJ/kg}$$

Del balance de energía en el condensador y la turbina,

$$\begin{array}{rcl} q_{condensador} &=& h_4 - h_1 \\ w_{turbina,real} &=& h_3 - h_4 \end{array}$$

Juntando ambas ecuaciones,

$$q_{condensador} = h_3 - h_1 - w_{turbina,real} = 2077.20425\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente,

$$\dot{Q}_{condensador} = \dot{m} q_{condesador} = 44782.49773\,\text{kJ/s}$$

c) Sea $w_b > 0$ el trabajo específico de la bomba, que está dado por:

$$w_b = h_2 - h_1 = \int_{P_1}^{P_2} v \; dP$$

Dada la baja compresibilidad del agua, se puede considerar $v = v_1 = \text{cte}$ en el proceso, con $v_1 = v_{f@10\,\text{kPa}} = 0.001010\,\text{m}^3/\text{kg}$. Reemplazando,

$$w_b = v(P_2 - P_1) = 5.0399\,\text{kJ/kg} \quad \Longrightarrow \quad h_2 = h_1 + w_b = 196.8499\,\text{kJ/kg}$$

Para calcular la eficiencia del ciclo, necesitamos determinar dos elementos:

- w_{neto}:
  En este caso, corresponde a la resta del trabajo suministrado por la turbina y el trabajo suministrado a la bomba,

$$w_{neto} = w_{turbina,real} - w_b = 922.645850\,\text{kJ/kg}$$

- q_{in}:
  En este ciclo, el único lugar donde ingresa calor es en la caldera. Haciendo un balance de energía en torno a ella,

$$q_{in} = q_{caldera} = h_3 - h_2 = 2999.8501\,\text{kJ/kg}$$

Finalmente,

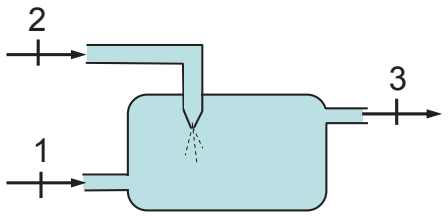
$$\eta_{ciclo} = \frac{w_{neto}}{q_{in}} = 0.3075639846 \approx 30.76\,\%$$

■

5. Un enfriador trabaja mediante la inyección de agua líquida en un flujo de vapor sobrecalentado. Si ingresan 2 kg/s de vapor a 300 kPa y 200° C entrando,

   a) ¿Qué masa de agua líquida a 20° C se debe agregar para generar vapor saturado a 300 kPa?

   b) ¿Cuál es la tasa de generación de entropía en el proceso?



Solución:

a) De la *Tabla de Vapor Sobrecalentado*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 300\,\text{kPa} \\ T_1 &=& 200^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_1 &=& 2865.9\,\text{kJ/kg} \\ s_1 &=& 7.3132\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 &=& 300\,\text{kPa} \\ x_3 &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_3 &=& h_{g@300\,\text{kPa}} = 2724.9\,\text{kJ/kg} \\ s_3 &=& s_{g@300\,\text{kPa}} = 6.9917\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Para el caso del agua líquida a 20° C, aproximamos las propiedades termodinámicas por las de líquido saturado a dicha temperatura:

$$h_2 = h_{f@20^\circ\,\text{C}} = 83.915\,\text{kJ/kg} \qquad \wedge \qquad s_2 = s_{f@20^\circ\,\text{C}} = 0.2965\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Ahora bien, de la conservación de masa,

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

Haciendo balance de energía en el enfriador,

$$\begin{array}{rcl} \dot{E}_e &=& \dot{E}_s \\ \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 &=& \dot{m}_3 h_3 \end{array}$$

pues no se realiza trabajo si se intercambia calor con el medio. Así,

$$\dot{m}_2 = \left(\frac{h_3 - h_1}{h_2 - h_3}\right)\dot{m}_1 = 0.1013664703\,\text{kg/s}$$

b) Del balance de entropía,

$$\begin{array}{rcl} \dot{S}_{gen} &=& \dot{S}_s - \dot{S}_e - \displaystyle\sum_k \frac{\dot{Q}_k}{T_k} \\ &=& \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 \\ &=& 0.03566879156\,\text{kW/s} \end{array}$$

■

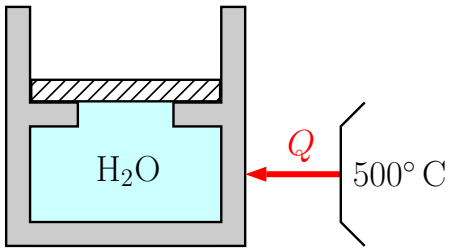
6. Considere el sistema cilindro-pistón que se muestra en la figura. Inicialmente el sistema contiene 2 kg de agua líquida a 20° C y 100 kPa, que luego son calentados hasta 300° C por una fuente externa a 500° C. La presión necesaria para levantar el pistón de los topes es de 1000 kPa. Encuentre:

   a) El volumen inicial del sistema

   b) La temperatura del sistema cuando el pistón comienza a moverse

   c) El volumen final del sistema

   d) El trabajo de frontera realizado, el calor transferido y la entropía generada en el proceso



Solución:

a) Consideraremos el agua en el interior del pistón como volumen control. Así, el balance de energía nos dice que:

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q - W = m(u_2 - u_1)$$

donde Q es el calor transferido desde la fuente a 500° C y W es el trabajo realizado por el agua. Por otro lado, el balance de entropía toma la siguiente forme:

$$S_e - S_s + S_{gen} = \Delta S_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad \frac{Q}{T_{fuente}} + S_{gen} = m(s_2 - s_1)$$

donde $T_{fuente} = 500^\circ\,\mathrm{C} = 773\,\mathrm{K}$. El estado inicial, de agua líquida a 20° C, lo aproximaremos a líquido saturado a dicha temperatura. Así,

$$\begin{array}{rcrcl} v_1 & = & v_{f@20^\circ\,\mathrm{C}} & = & 0.001002\,\mathrm{m^3/kg} \\ u_1 & = & u_{f@20^\circ\,\mathrm{C}} & = & 83.913\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_1 & = & s_{f@20^\circ\,\mathrm{C}} & = & 0.2965\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}$$

Así,

$$V_1 = mv_1 = 0.002004\,\mathrm{m^3}$$

b) Antes de que se empiece a mover el pistón, el proceso ocurre a volumen constante y el agua se mantiene como líquido comprimido (a la izquierda de la curva de saturación). Luego, la temperatura tiene que ser menor que la temperatura de saturación a 1000 kPa, que es la presión a la que empieza a moverse el pistón. De la tabla respctiva,

$$T_{\mathrm{sat@1000\,kPa}} = 179.88^\circ\,\mathrm{C}$$

Como las propiedades del agua no varían considerablemente cerca de la curva de saturación, esta es la temperatura aproximada del sistema.

c) El volumen final del sistema V_2 corresponde a la condición de vapor sobrecalentado a $T_2 = 300^\circ\,\mathrm{C}$ y $P_2 = 1000\,\mathrm{kPa}$. De la tabla respectiva,

$$\begin{array}{rcl} v_2 & = & 0.25799\,\mathrm{m^3/kg} \\ u_2 & = & 2793.7\,\mathrm{kJ/kg} \\ s_2 & = & 7.1246\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} \end{array}$$

Por tanto,

$$V_2 = mv_2 = 0.51598\,\mathrm{m^3}$$

d) El trabajo realizado por el agua corresponde al trabajo necesario para subir el pistón. Dado que dicho proceso se realiza a presión constante,

$$W = P(V_2 - V_1) = (1000\,\text{kPa})(0.51598\,\text{m}^3 - 0.002004\,\text{m}^3) = 513.976\,\text{kJ}$$

Reemplazando en la ecuación de la Primera Ley,

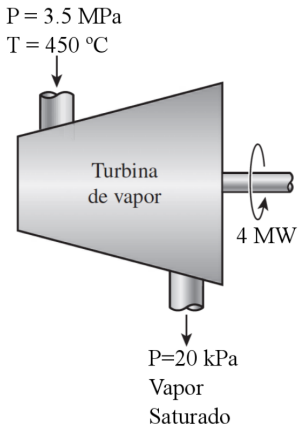
$$Q = m(u_2 - u_1) + W = 5933.55\,\text{kJ}$$

Finalmente, reemplazando en la ecuación de la Segunda Ley,

$$S_{gen} = m(s_2 - s_1) - \frac{Q}{T_{fuente}} = 5.980197413\,\text{kJ/K}$$

■

7. Se expande vapor de forma estacionaria en una turbina a razón de 25000 kg/hr, entrando vapor a 3.5 MPa y 450° C y saliendo a 20 kPa como vapor saturado. Si la potencia de la turbina es 4 MW, determine la tasa de generación de entropía para este proceso. Asuma que la temperatura del medio ambiente es 25° C.



Solución:

De la ecuación de continuidad, $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$. Haciendo balance de energía para el vapor,

$$\dot{E}_e = \dot{E}_s \quad \Longrightarrow \quad \dot{Q} + \dot{m}h_e = \dot{m}h_s + \dot{W} \quad \Longrightarrow \quad \dot{Q} = \dot{m}(h_s - h_e) + \dot{W}$$

donde hemos asumido que $\dot{Q}$ ingresa al sistema, y que $\dot{W}$ sale de sistema. De las tablas respectivas,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_e &=& 3.5\,\text{MPa} \\ T_e &=& 450^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_e &=& 3338.1\,\text{kJ/kg} \\ s_e &=& 7.0074\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{rcl} P_s &=& 20\,\text{kPa} \\ x_s &=& 1 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} h_s &=& 2608.9\,\text{kJ/kg} \\ s_s &=& 7.9073\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K} \end{array}$$

Reemplazando,

$$\dot{Q} = (25000/3600\,\mathrm{kg/s})(2608.9\,\mathrm{kJ/kg} - 3338.1\,\mathrm{kJ/kg}) + 4000\,\mathrm{kJ/s} = -1063.888889\,\mathrm{kJ/s} < 0$$

por lo que está **saliendo calor** desde la turbina. Para determinar la tasa de entropía generada en el sistema, es necesario escribir el balance de entropía. Considerando que el sistema es estacionario se obtiene que:

$$\dot{S}_e + \dot{S}_{gen} = \dot{S}_s \quad \Longrightarrow \quad \dot{S}_{gen} = \dot{m}(s_s - s_e) + \frac{|Q|}{T_{ambiente}}$$

Reemplazando,

$$\begin{aligned} \dot{S}_{gen} &= (25000/3600\,\mathrm{kg/s})(7.9073\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} - 7.0074\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}) + \frac{1063.888889\,\mathrm{kJ/s}}{298\,\mathrm{K}} \\ &= 9.819402499\,\mathrm{kW}K \end{aligned}$$

■