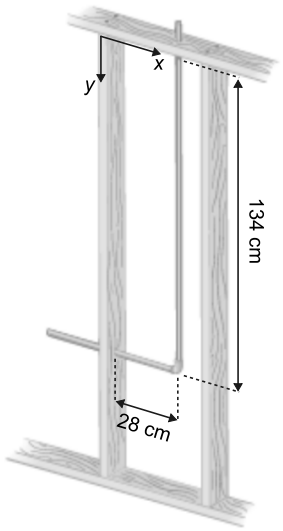
Interrogación 1

Fecha: 7 de Abril de 2025

1. Dentro de la pared de una casa se ubica una sección de tubería de cobre en forma de L. Esta sección consiste en una pieza recta horizontal de 28 cm de largo, un codo, y una pieza recta vertical de 134 cm de largo (ver figura). Ambos extremos de la sección de tubería se encuentran fijos. Si por la tubería fluye agua caliente que eleva la temperatura de la tubería desde 18°C a 46.5°C, encuentre la **magnitud** y **dirección** del desplazamiento del codo debido a la dilatación térmica. Para especificar la dirección indique un ángulo en grados. Considere $\alpha_{\text{cobre}} = 17 \times 10^{-6}\,^{\circ}\text{C}^{-1}$ y el sistema coordenado presentado en la figura.



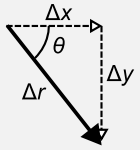
Primero debemos calcular de manera independiente la dilatación lineal de la pieza horizontal Δx y de la vertical Δy. La dilatación horizontal:

$$\begin{aligned}\Delta x =& \alpha_{\text{cobre}} L_h \Delta T \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}\\ =& 17 \times 10^{-6}\,^{\circ}\text{C}^{-1}\, 28\text{ cm}\,(46.5-18)^{\circ}\text{C}\\ =& 0.0136\text{ cm.} \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}\end{aligned}$$

De manera análoga, la dilatación vertical:

$$\begin{aligned}\Delta y =& \alpha_{\text{cobre}} L_v \Delta T \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}\\ =& 17 \times 10^{-6}\,^{\circ}\text{C}^{-1}\, 134\text{ cm}\,(46.5-18)^{\circ}\text{C}\\ =& 0.0649\text{ cm.} \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}\end{aligned}$$

En la figura, el codo se desplaza hacia $+x$ y $+y$ **[1.0 pto.]**:



La magnitud Δr del desplazamiento total:

$$\begin{aligned}\Delta r =& \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \qquad \textbf{[1.0 pto.]}\\ =& \sqrt{(0.0136\text{ cm})^2 + (0.0649\text{ cm})^2}\\ =& 0.0663\text{ cm.} \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}\end{aligned}$$

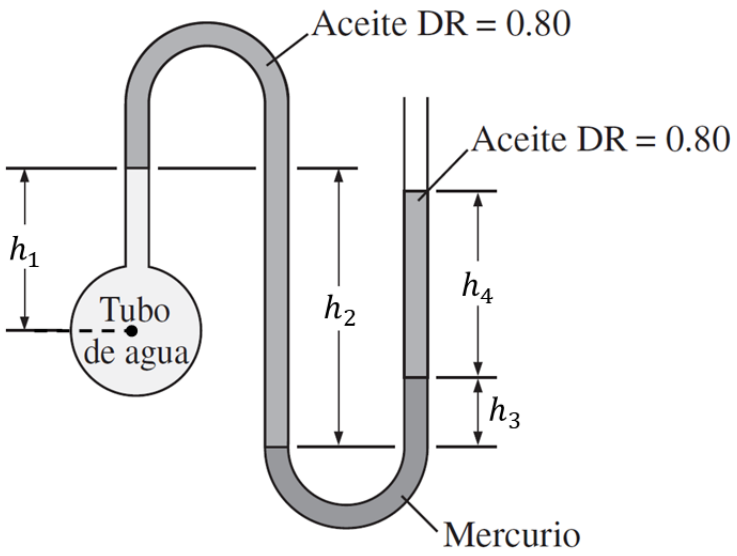
Finalmente, el ángulo:

$$\begin{aligned}\theta =& \arctan(\Delta y/\Delta x) \qquad \textbf{[1.0 pto.]}\\ =& \arctan(0.0649\text{ cm}/0.0136\text{ cm})\\ =& 1.364\text{ rad} \qquad \textbf{[0.25 ptos.]}\\ =& 78.16^{\circ}. \qquad \textbf{[0.25 ptos.]}\end{aligned}$$

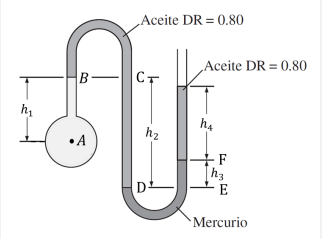
■

2. Un tubo de de agua está conectado a un manómero con doble U, como muestra la figura. En el tubo se deposita aceite (densidad relativa $\text{DR}_{\text{aceite}} = 0.8$) y mercurio (densidad relativa $\text{DR}_{\text{mercurio}} = 13.6$). Determine la presión absoluta en el centro del tubo de agua.

   Considere que las alturas indicadas en la figura son $h_1 = 89\,\text{cm}$, $h_2 = 152\,\text{cm}$, $h_3 = 38\,\text{cm}$ y $h_4 = 102\,\text{cm}$, que el extremo derecho del manómetro está abierto, que la aceleración de gravedad es $g = 9.8\,\text{m/s}^2$, y que la densidad del agua es $\rho_{\text{agua}} = 1000\,\text{kg/m}^3$.



Para calcular lo solicitado, consideremos el índice 1 para el agua, 2 para el aceite y 3 para el mercurio.



Se puede relacionar las presiones de los puntos A - F de la siguiente manera:

$$P_A = P_B + \rho_1 g h_1 \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}$$
$$P_B = P_C \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}$$
$$P_D = P_C + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_C = P_D - \rho_2 g h_2 \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}$$
$$P_D = P_E \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}$$
$$P_E = P_F + \rho_3 g h_3 \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}$$
$$P_F = P_{\text{atm}} + \rho_2 g h_4 \qquad \textbf{[0.5 ptos.]}$$

A partir de lo anterior, es posible encontrar la presión absoluta en A:

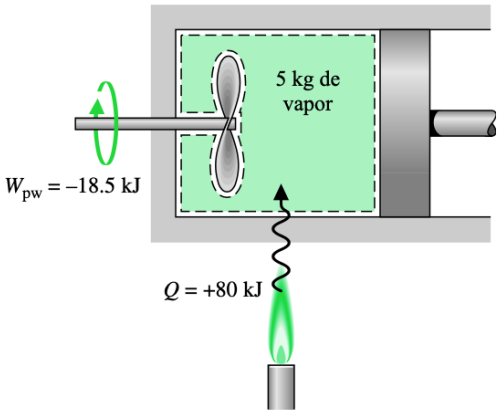
$$P_A = P_{\text{atm}} + \rho_2 g h_4 + \rho_3 g h_3 - \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1 \qquad \textbf{[1.0 ptos.]}$$
$$P_A = P_{\text{atm}} + \rho_1 g \left(h_1 + \text{DR}_{\text{aceite}}(h_4 - h_2) + \text{DR}_{\text{mercurio}} h_3\right) \qquad \textbf{[1.0 ptos.]}$$

Reemplazando los datos del problema, la presión absoluta en el centro del tubo de agua es:

$$P_A = 155448,4\,\text{Pa} \simeq 155,4\,\text{kPa} \qquad \textbf{[1.0 ptos.]}.$$

■

3. Un cilindro con un pistón móvil contiene 5 kg de una sustancia que se expande desde el estado 1, donde la energía interna específica es $u_1 = 2499.9$ kJ/kg, hasta el estado 2, donde $u_2 = 2509.9$ kJ/kg. Durante el proceso hay una transferencia de calor *hacia* el vapor con una magnitud de 80 kJ. Además, una rueda de paletas transfiere energía *hacia* el vapor mediante trabajo en una cantidad de 18.5 kJ. No hay un cambio significativo en la energía cinética o potencial de la mezcla, ni tampoco en su temperatura o presión.



a) (4 ptos.) Determine la transferencia de energía por trabajo realizado por el sistema durante el proceso, en kJ.

Una vez alcanzado el estado 2, se apaga la rueda de paletas y la fuente de calor externa. El sistema vuelve al estado 1 y la pérdida de energía por calor tiene una magnitud de 98.5kJ.

b) (2 ptos.) Asuma que la perdida de calor en el último proceso ($Q_{2\to1}$) es principalmente por medio de conducción a través de la pared del pistón, la cual posee un área de 0.1m^2, un grosor de 0.03m y una conductividad térmica de $k = 16.3\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Si el exterior del pistón se encuentra a 27°C y el vapor al interior a una temperatura de 150°C, calcule el tiempo que le toma al sistema volver del estado 2 al estado 1.

Solución

a)

Ocupando la primera ley de la termodinámica tenemos que

$$\Delta U = Q - W, \tag{1}$$

Para el proceso $1 \to 2$, tenemos que

$$\Delta U = m(u_2 - u_1), \textbf{[0.5 puntos]} \tag{2}$$
$$W = W_{\text{pw}} + W_{\text{p}}, \textbf{[1 punto]} \tag{3}$$

en donde $m = 5\text{kg}$ es la masa del sistema, $W_{\text{pw}} = -18.5\text{KJ}$ es el trabajo hecho por la rueda de paletas y W_{p} es el trabajo hecho por el pistón. Además, por enunciado sabemos que $Q = 80\text{kJ}$. Con esto, la primera ley se puede reescribir como

$$m(u_2 - u_1) = Q - W_{\text{pw}} - W_{\text{p}}, \textbf{[0.5 puntos]} \tag{4}$$

de lo cual obtenemos

$$W_{\text{p}} = Q - W_{\text{pw}} - m(u_2 - u_1) = 80\text{kJ} - (-18.5\text{kJ}) - 5\text{kg} \times (2509.9 - 2499.9)\text{kJ/kg} = 48.5\text{kJ}. \textbf{[2 puntos]} \tag{5}$$

b)

Nos dicen que la pérdida de calor es debido a conducción. Luego, tenemos que

$$\dot{Q}_{2\to1} = \frac{Ak}{L}(T_E - T_I), \tag{6}$$

donde $A = 0.1m^2$ es el área de la pared expuesta, $L = 0.03\text{m}$ el grosor de la pared, $k = 16.3\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ su conductividad térmica, $T_E = 27^\circ\text{C}$ la temperatura exterior y $T_I = 150^\circ\text{C}$ la temperatura interior. Reemplazando vemos que

$$\dot{Q}_{2\to1} = \frac{0.1\text{m}^2 \times 0.0163\text{k W}/(\text{m}\cdot\text{K})}{0.03\text{m}}(27 - 150)\text{K} = -6.683\,\text{kW}. \textbf{[0.5 puntos]} \tag{7}$$

Notemos que la tasa de transferencia de calor es constante en el tiempo. Luego, si $\Delta t_{2\to1}$ denota el tiempo que toma ir del estado 2 al estado 1, se tiene que

$$Q_{2\to1} = \dot{Q}_{2\to1}\Delta t_{2\to1}. \textbf{[0.5 puntos]} \tag{8}$$

Por lo tanto

$$\Delta t_{2\to1} = \frac{Q_{2\to1}}{\dot{Q}_{2\to1}} = \frac{-98.5\text{kJ}}{-6.683\,\text{kJ/s}} = 14.74\text{s}. \textbf{[1 punto]} \tag{9}$$

■

Formulario

Ayuda:

Dilatación térmica:

$$L(T) = L_0 \left[1 + \alpha(T - T_0)\right],$$
$$V(T) = V_0 \left[1 + \beta(T - T_0)\right],$$

α y β son, respectivamente, los coeficientes de dilatación térmica lineal y volumétrica.

Escala Kelvin se relaciona con la Celsius mediante:

$$T(\mathrm{K}) = T(^\circ\mathrm{C}) + 273.$$

Presión atmosférica

$$P_{\mathrm{atm}} = 100\,\mathrm{kPa}.$$

Presión manométrica: Medida respecto a la presión atmosférica.

Presión absoluta: Medida respecto a la presión del vacío.

Variación de la presión en un fluido de densidad ρ con la altura h,

$$P(h) = P_0 + \rho g h.$$

Densidad relativa (DR):

$$\mathrm{DR} = \frac{\rho}{\rho_{\mathrm{agua}}}.$$

Transferencia de Calor por conducción en medio de longitud Δx y diferencia de temperatura ΔT entre los extremos:

$$H = \dot{Q} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

Transferencia de Calor por convección desde una superficie (s) a un fluído (f):

$$H = \dot{Q} = hA(T_f - T_s).$$

Transferencia neta de Calor por radiación de un objeto a temperatura T_o a un medio encerrado por superficies a temperatura T_m:

$$H = \dot{Q} = \sigma\varepsilon A\left(T_o^4 - T_m^4\right),$$

donde ε es la emisividad de la superficie del objeto y $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2K^4}$ es la constante de Stefan-Boltzmann.

Si $\Delta T = (T_m - T_0) \ll T_m$, entonces una buena aproximación es

$$H = \dot{Q} \simeq 4\sigma e A T_o^3 \Delta T.$$

Balance de energía para un sistema que experimenta cualquier clase de proceso en ausencia de flujo másico:

$$\Delta E_{\mathrm{sistema}} = (Q_{\mathrm{entra}} - Q_{\mathrm{sale}}) + (W_{\mathrm{entra}} - W_{\mathrm{sale}}),$$

o en forma de tasa,

$$\frac{dE_{\mathrm{sistema}}}{dt} = (\dot{Q}_{\mathrm{entra}} - \dot{Q}_{\mathrm{sale}}) + (\dot{W}_{\mathrm{entra}} - \dot{W}_{\mathrm{sale}}).$$

Alternativamente, en el caso de un proceso en que un sistema cerrado que intercambia calor y trabajos netos Q y W con su entorno, la variación de energía es

$$\Delta E_{\mathrm{sistema}} = Q \pm W \quad (\text{signo dependiendo de la convención utilizada}).$$