Pontificia Universidad Católica de Chile
FIS1523 - Termodinámica

Ayudantía Termodinámica n.3

Profesor: Francisco Castillo
Ayudante: Alessandro Santoni - asantoni@uc.cl
Viernes 1 de Abril de 2022

Problema 1

Una mujer de $55.0\,kg$ come una donut de $540\,kcal$ en el desayuno.

a) A cuantos Joules de energía corresponde su desayuno?

b) Cuantos escalones de $15\,cm$ tiene que subir para igualar la diferencia de energía potencial a la cantidad de energía introducida con la comida?

c) Cuantos escalones podrá subir gastando las calorías ingeridas suponiendo que la eficiencia del cuerpo umano en transformar energía química a mecánica es del 25%?

Problema 2

El interior de un cilindro hueco de largo L es mantenido a temperatura T_a y el exterior es a una temperatura inferior T_b. las paredes del cilindro tienen conductividad térmica κ y el radio interior del cilindro es a, mientras que el radio externo es b.

1. Ignorando los efectos de borde, mostrar que el rate de trasferimento de energía es

$$\frac{dQ}{dt} = 2\pi L\,\kappa\,\frac{T_a - T_b}{ln(b/a)}$$

2. Ahora, suponemos que el cilindro representa la sección de pasajeros de un avión con paredes de espesor de $6\,cm$, $a = 2.50\,m$, $L = 35.0\,m$ y una conductividad $\kappa = 4.0 \times 10^{-5}\,\frac{cal}{s \cdot cm \cdot C}$. Un calentador tiene que mantener la temperatura interna del aire a $25.0\,C$ mientras la externa es de $-35.0\,C$. Cuanta potencia tiene que ser suministrada al calentador?

Problema 3

Dos balas de plomo, una de masa $m_1 = 12\,g$ y velocidad $v_1 = 300\,m/s$, y la otra de masa $m_2 = 8\,g$ y velocidad $v_2 = 400\,m/s$ chocan entre ellos y quedan pegados el uno al otro. Ambos están a la temperatura $T_0 = 30\,C$. Se asuma que toda la diferencia de energía cinetica se refleja en un cambio de energia interna del sistema. (Temperatura de fusión del plomo $T_f = 327.3\,C$, calor especifico del plomo $c = 128\,\frac{J}{kg \cdot C}$ y calor latente del plomo $L = 2.45 \times 10^4\,J/kg$)

A) De que tipología de choque se habla en el texto del problema?

B) Calcular la velocidad final del sistema

C) Cuanta de la energía cinética inicial se ha trasferido a energía interna del sistema después de la colisión?

D) Que cantidad de plomo se funde debido al choque?

E) Calcular la temperatura final del sistema

F) Cual es la fase de las balas despues de la colisión?

Problema 4

Un automóvil tiene una masa $M = 1500\,kg$ y sus frenos de aluminio pesan $m = 6.0\,kg$

I) Asumimos que toda la energía mecánica frenando pasa a energía interna de los frenos, que incialmente están a la temperatura de $20.0\,C$. Cuantas veces el automóvil puede ser frenado de $25.0\,m/s$ a $0\,m/s$ antes que los frenos empiecen a fundirse? (Asumir $c = 900\frac{J}{kg \cdot C}$ como calór especifico del Aluminio y $T_{al} = 660C$ como temperatura de fusión del Aluminio)

II) Cuales efectos ignorados en el primer punto podrían ser relevantes en una descripción más realística del calientamento de los frenos?

P1) La conversión desde kcal a Joule es

$$1\ \text{kcal} = 4186\ \text{J}$$

a) Entonces el equivelente en Joule de los 540 kcal de la donut será:

$$Q = 540\ \text{kcal} = 540\ (4186\ \text{J}) = 2{,}26 \times 10^6\ \text{J}$$

b) El trabajo hecho para subir cada escalón es simplemente igual a la diferencia de potencial gravitacional: mgh

Entonces subiendo N escalones el trabajo total será: $N \cdot mgh$

Igualandolo a la energía introducida al comer la Donut obtenemos:

$Q = N\,mgh$ de la cual despejamos N

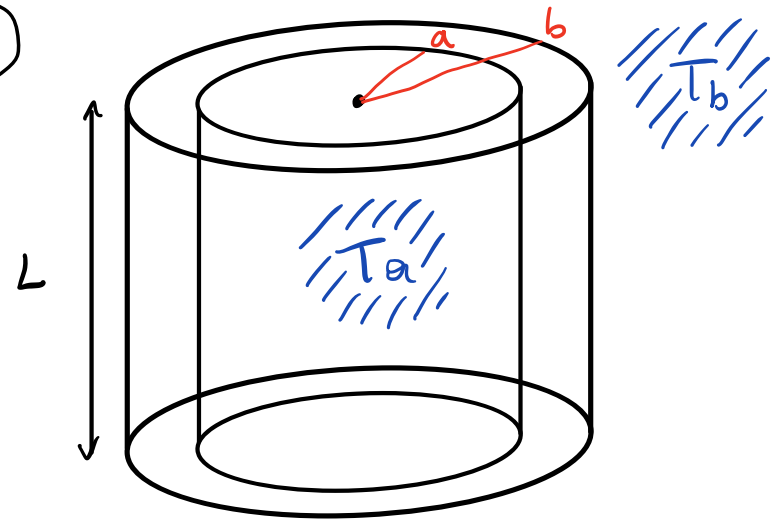
$$N = \frac{Q}{mgh} = \frac{2.26 \times 10^6\ \text{J}}{(55\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s})(0.15\ \text{m})} = 2{,}80 \times 10^4$$

c) Si solo el 25% de la energía quemada por el cuerpo se trasforma en energía meconica significa que la cantidad de escalones que vamos a subir con la energía de la donut es menor

$$N' = \frac{0.25\,Q}{mgh} = 0.25 \cdot \left(\frac{Q}{mgh}\right) = 0.25 \cdot N =$$

$$= 0.25 \cdot 2{,}80 \times 10^4 = 6.99 \times 10^3$$

P2



Esto es el sistema que estamos considerando

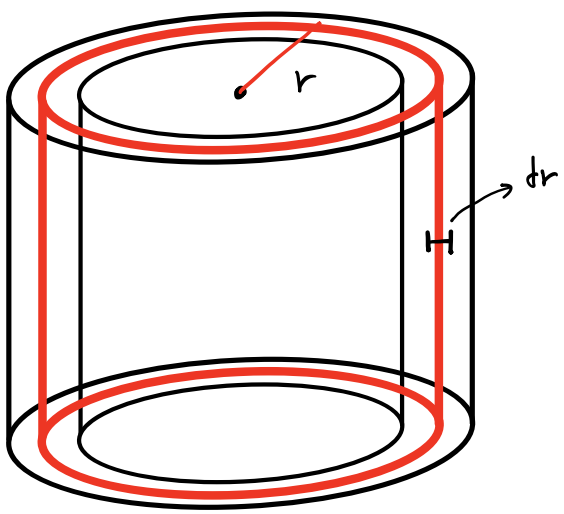
NOTA: $L \gg a, b$ para que los efectos de borde sean insignificables

1) Si consideramos un cascarón cilíndrico de radio r y espesor dr en el interior de nuestro cilindro hueco, la ecuación de conducción térmica entre las dos caras será:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

↓ cantidades infinitas.

$$\frac{dQ}{dt} = -kA\frac{dT}{dr}$$



Al equilibrio termico $\frac{dQ}{dt}$ es constante entonces definimos $C \equiv \frac{dQ}{dt}$ por comodidad

$$C = -kA\frac{dT}{dr} = -k\underbrace{(2\pi rL)}_{\text{superficie lateral cilindro}}\frac{dT}{dr}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{C}{2\pi Lk}\frac{1}{r} \quad \text{que implica} \quad dT = -\frac{C}{2\pi Lk}\frac{dr}{r}$$

Integrando entre los dos paredes del cilindro (que equivale a sumar esa ecuación sobre todas las cascarones cilindricas de espesor infinitesimo entre $r=a$ y $r=b$) tenemos:

$$\int_{T_a}^{T_b} dT = -\frac{C}{2\pi Lk}\int_a^b \frac{dr}{r} \;;$$

$$T\Big|_{T_a}^{T_b} = -\frac{C}{2\pi Lk}(\ln r)\Big|_a^b \;;$$

$$T_b - T_a = -\frac{C}{2\pi Lk}(\ln b - \ln a) = -\frac{C}{2\pi Lk}\ln b/a$$

Dende la cual: $C = 2\pi Lk\,\frac{T_a - T_b}{\ln b/a}$

y recordemos que $\frac{dQ}{dt} = C$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = 2\pi L k \frac{T_a - T_b}{\ln b/a}$$ como queriamos obtener

2) Dende la formula encontrada

$$P = \frac{dQ}{dt} = 2\pi L k \frac{T_a - T_b}{\ln b/a} =$$

$$= 2\pi (3500\,cm)(4.0 \times 10^{-5} \frac{cal}{s \cdot cm \cdot C}) \frac{25C - (-35C)}{\ln(\frac{2.50 + 0.06}{2.50})} =$$

$$= 2.23 \times 10^3 \, cal/s$$

que podemos facilmente transformar en Watt

$$P = 2.23 \times 10^3 \frac{(4,186 J)}{1 s} = 9.32 \times 10^3 \, J/s =$$

$$= 9.32 \times 10^3 \, W = 9,32 \, kW$$

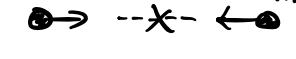
Esto es el rate de energia perdida por las paredes y entonces representa tambien la potencia que se necesita para mantener constante la temperatura al interior del avión

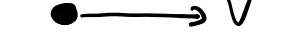
P3

A) Siendo un sistema isolado tenemos conservación del momentum.

Además, el choque tiene que ser un choque completamente inelastico, porque las balas queden pegadas despues de la colisión, implicando la no-conservación de la energia cinetica.

B) Explotamos la conservación de momentum

- Antes: $p_1 = m_1 v_1$ 

$p_2 = -m_2 v_2$
- Denpues: $p = (m_1 + m_2) V$ 

CONSERVACIÓN: $p_1 + p_2 = p$

$\Rightarrow m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V$

Desde la cual: $V = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} =$

$$= \frac{(12g)(300\,m/s) - (8g)(400\,m/s)}{12g + 8g} = 20\,m/s$$

C) La energía que se va en energía interna del sistema debe ser igual a la diferencia de energía cinética

porqué la variación de energía cinética es negativa

$$\Delta U = \ominus \Delta K = -K_f + K_i = -\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 =$$

$$= -\frac{1}{2}(20\,g)(20\,m/s)^2 + \frac{1}{2}(12\,g)(300\,m/s)^2 + \frac{1}{2}(8\,g)(-400\,m/s)^2 =$$

$$= 1176000\,g\,m^2/s^2 = 1176\,Kg\,m^2/s^2 = 1176\,J$$

D) La temperatura de fusión del plomo es de 327.3 C, entonces la energía necesaria para calentar las balas a esa temperatura es

$$Q_1 = m\,c\,\Delta T = (m_1+m_2)\,c\,(T_f - T_0) =$$
$$= (12\,g + 8\,g)(128\,J/kg\,°C)(327.3°C - 30°C) =$$
$$= 20\times10^{-3}\,kg\,(128\,J/kg\,°C)(297.3°C) =$$
$$= 761\,J$$

Después del choque la energía "disponible" es de 1176 J

Eso implica que la energía que quedaría para fundir el plomo es

$$Q_2 = 1176\,J - 761\,J = 415\,J$$

En el proceso de fusión el calón va todo en la misma fusión del plomo

$$Q_2 = \underbrace{m_{Q_2}}_{\text{masa de plomo fundida gracias al calor } Q_2} L$$

Desde la cual: $m_{Q_2} = \frac{Q_2}{L} = \frac{415\,J}{2.45 \times 10^4\,J/kg} = 0,0169\,kg =$

$$= 16,9\,g$$

Implicando que el $f = \frac{16.9\,g}{20\,g} \cdot 100 \approx 85\,\%$ del plomo se funde en el proceso

E) Como vimos en el punto anterior, la energía perdida en el choque es suficiente para que la masa $m_1 + m_2$ llegue a la temperatura de fusión pero no para fundir todo el plomo

↓

Esto implica que la temperatura final será la misma temperatura de fusión $T = 327.3°C$

F) Ya calculamos que la masa de plomo fundida es 16.9 g implicando que la no fundida es 3.1 g

Entonces tenemos una coexistencia de las fases liquida y solida: { 16.9 g liquido

3.1 g solido

P4) Indicamos con n el numero de frenadas

a) Entonces por cada frenada toda la energia cinética inicial (porque el auto llega a parar)
$K_0 = \frac{1}{2} M V_0^2$ donde $V_0 = 25\ m/s$

El cambio de energia interna será

$\Delta U = m c \Delta T = n K_0$ Dende la red:

$$n = \frac{m c \Delta T}{K_0} = 2 \frac{m c \Delta T}{M V_0^2} =$$

$$= 2 \cdot \frac{(6.0\ kg) \cdot (900\ J/kg.C) \cdot (660\ C - 20\ C)}{1500\ kg \cdot (25\ m/s)^2} =$$

$$= \frac{3.46 \times 10^6\ J}{4.69 \times 10^5\ J} =$$

$$= 7.37$$

Entonces podemos hacer un maximo de 7 frenadas antes que los frenos empiecen a fundirse

b)

- Mientras el auto va frenando, parte de su energía se va perdiendo en el aire por el roce

- Apenas los frenos superan la temperat. del aire empiezan a transferir energía al aire como calor.
  Más la diferencia de temperaturas más rapida el proceso