Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Física
FIS1523 Termodinámica
20 de junio del 2016

P1	P2	P3	Nota

Tiempo: 120 minutos
Se puede usar calculadora.
No se puede usar celular.
No se puede prestar nada.
Preguntas de enunciado en voz alta durante los primeros 60 minutos.
Si usa lápiz mina no podrá pedir recorrección.

Interrogación Nro. 3

Nombre: _____

Problema 1

Vapor entra a una turbina en un flujo estacionario a 8 MPa y 500 °C y sale de ésta a 30 kPa con un calidad de 0,9. Si la turbina opera con una eficiencia isoentrópica ($\eta = w_{\text{real}}/w_{\text{isoentrópico}}$) de 70 %, determine:

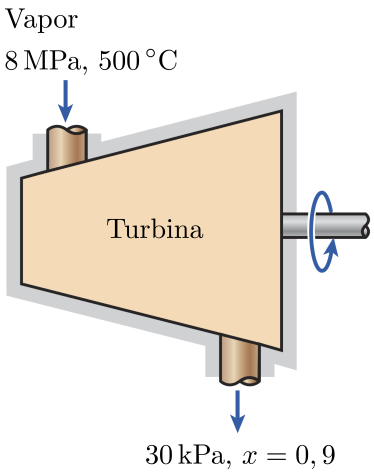
a) el trabajo por unidad de masa que genera la turbina, (*2 pts.*)

b) el calor por unidad de masa que la turbina le entrega al entorno, (*2 pts.*)

c) el cambio de entropía específica del vapor, (*1 pto.*)

d) la entropía específica generada durante el proceso asumiendo que el entorno se encuentra a 20 °C. (*1 pto.*)

Observación: note que la turbina no es adiabática.



Solución:

a) Para determinar el trabajo de la turbina usamos la eficiencia isoentrópica. Tenemos,

$$\eta = \frac{w}{w_s} \qquad \Rightarrow \qquad w = \eta w_s \\ = \eta \left(h_1 - h_{2s}\right) ,$$

donde h_{2s} es la entalpía específica de la turbina adiabática reversible y hemos usado que, por primera ley, $w_s = h_1 - h_{2s}$. Por su parte, h_{2s} se calcula usando que $s_{2s} = s_1$. Como el estado inicial está completamente determinado, conocemos su entalpía y entropía específicas:

$$h_1 = 3399{,}5\,\mathrm{kJ/kg}\,, \qquad s_1 = 6{,}7266\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\,.$$

Luego, mirando la tabla de saturación a 30 kPa, confirmamos que el estado final de la turbina isoentrópica está saturado,

$$0{,}9441\,\mathrm{kJ/kg\cdot K} = s_{f@30\,\mathrm{kPa}} < s_{2s} < s_{g@30\,\mathrm{kPa}} = 7{,}7675\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\,,$$

con una calidad de

$$x_{2s} = \frac{s_{2s} - s_{f@30\,\mathrm{kPa}}}{s_{g@30\,\mathrm{kPa}} - s_{f@30\,\mathrm{kPa}}} \\ = 0{,}85\,.$$

Así,

$$h_{2s} = x_{2s} h_{g@30\,\mathrm{kPa}} + \left(1 - x_{2s}\right) h_{f@30\,\mathrm{kPa}} \\ = 2268{,}3\,\mathrm{kJ/kg}\,.$$

Usando que $\eta = 0{,}7$ obtenemos que el trabajo por unidad de masa generado por la turbina es

$$w = 791{,}8\,\mathrm{kJ/kg}\,.$$

b) El balance de energía para la turbina es

$$\dot{m} h_1 = \dot{m} h_2 + \dot{W} + \dot{Q}\,.$$

Dividiendo por la tasa de flujo de masa obtenemos

$$q = h_1 - h_2 - w\,.$$

Como el estado final está determinado podemos calcular su entalpía específica. De la tabla de saturación extraemos

$$h_2 = x_2 h_{g@30\,\mathrm{kPa}} + \left(1 - x_2\right) h_{f@30\,\mathrm{kPa}} \\ = 2391{,}1\,\mathrm{kJ/kg}\,.$$

Así,

$$q = 216{,}6\,\mathrm{kJ/kg}\,.$$

c) La entropía específica del estado final es

$$s_2 = x_2 s_{g@30\,\mathrm{kPa}} + \left(1 - x_2\right) s_{f@30\,\mathrm{kPa}} \\ = 7{,}0852\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\,.$$

Luego,

$$\Delta s_{\mathrm{vapor}} = s_2 - s_1 \\ = 0{,}3586\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\,.$$

d) La entropía específica generada está definida por la relación

$$\Delta s = -\frac{q}{T_{\mathrm{entorno}}} + s_{\mathrm{gen}}\,,$$

donde hemos asumido que el calor salió del sistema. Así,

$$s_{\mathrm{gen}} = \Delta s + \frac{q}{T_{\mathrm{entorno}}} \\ = 1{,}0975\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\,.$$

Nombre: _____

Problema 2

Un sistema cilindro-pistón contiene vapor de agua a 200 kPa y 300 °C con un volumen de 0,1 m^3. El pistón está conectado a un resorte y la temperatura ambiente es de 50 °C. Se deja que el sistema intercambie calor con el entorno de manera que el agua se enfría hasta los 50 °C , punto en el cual tiene una calidad de 10 %.

a) Calcule la masa total dentro del sistema y el volumen final de éste. ¿El sistema se expande o se comprime? (*1.5 pts.*).

b) Encuentre el cambio de energía interna y de entropía del agua en el proceso. (*1.5 pts.*).

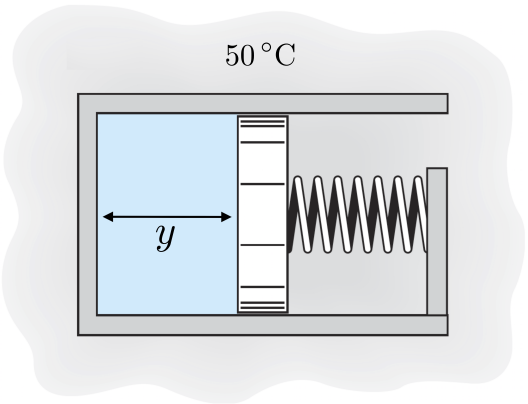
c) Demuestre que el trabajo hecho por el sistema es

$$W = \frac{1}{2}\left(P_1 + P_2\right)\left(V_2 - V_1\right) .$$

Evalúe numéricamente esta expresión. (*1 pto.*)
Ayuda: escriba la condición de equilibrio mecánico para el sistema.

d) Calcule la entropía generada en el proceso. (*2 pts.*)

Ayuda: asuma que el resorte se encuentra en su largo natural cuando está en el extremo izquierdo del cilindro ($y = 0$).



Solución:

a) El volumen específico inicial del sistema es, de la tabla, A-6,

$$\nu_1 = 1{,}31623\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}\,.$$

Luego, la masa es

$$\begin{aligned} m &= \frac{V_1}{\nu_1} \\ &= 0{,}0760\,\mathrm{kg}\,. \end{aligned}$$

El estado final está saturado a $50\,^\circ\mathrm{C}$ con una calidad de $x_2 = 0{,}1$. Así, extrayendo los datos correspondientes, encontramos que el volumen específico final es

$$\begin{aligned} \nu_2 &= x_2\nu_{g@50\,^\circ\mathrm{C}} + (1-x_2)\,\nu_{f@50\,^\circ\mathrm{C}} \\ &= 1{,}20351\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}\,. \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} V_2 &= m\nu_2 \\ &= 0{,}0915\,\mathrm{m}^3\,. \end{aligned}$$

Vemos que $V_2 < V_1$, por lo que el sistema se comprime.

b) La energía interna específica inicial y final es

$$u_1 = 2808{,}8\,\mathrm{kJ/kg}\,, \qquad \begin{aligned} u_2 &= x_2 u_{g@50\,^\circ\mathrm{C}} + (1-x_2)\,u_{f@50\,^\circ\mathrm{C}} \\ &= 432{,}67\,\mathrm{kJ/kg}\,. \end{aligned}$$

Asimismo, para la entropía tenemos

$$s_1 = 7{,}8941\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\,, \qquad \begin{aligned} s_2 &= x_2 s_{g@50\,^\circ\mathrm{C}} + (1-x_2)\,s_{f@50\,^\circ\mathrm{C}} \\ &= 1{,}4409\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\,. \end{aligned}$$

Tomando las diferencias correspondientes encontramos

$$\begin{aligned} \Delta U &= m\,(u_2 - u_1) \\ &= -180{,}59\,\mathrm{kJ}\,, \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \Delta S &= m\,(s_2 - s_1) \\ &= -0{,}490\,\mathrm{kJ/K}\,. \end{aligned}$$

c) Asumiendo un proceso cuasi-estático, el trabajo hecho por el sistema es

$$\begin{aligned} W &= \int P dV \\ &= A\int P dy\,. \end{aligned}$$

Por equilibrio mecánico la presión del sistema está dada por

$$P = \frac{ky}{A} + P_{\mathrm{atm}}\,,$$

donde y es la posición del pistón. Así,

$$\begin{aligned} W &= A\int_{y_1}^{y_2} dy\left(\frac{ky}{A} + P_{\mathrm{atm}}\right) \\ &= A\left(\frac{k}{2A}\left(y_2^2 - y_1^2\right) + P_{\mathrm{atm}}\,(y_2 - y_1)\right) \\ &= A\,(y_2 - y_1)\left(\frac{k}{2A}\,(y_2 + y_1) + P_{\mathrm{atm}}\right)\,. \end{aligned}$$

Pero

$$P_1 = \frac{ky_1}{A} + P_{\text{atm}}\,, \qquad \Rightarrow \qquad y_1 = \frac{A}{k}\left(P_1 - P_{\text{atm}}\right)\,,$$
$$P_2 = \frac{ky_2}{A} + P_{\text{atm}}\,, \qquad\qquad y_2 = \frac{A}{k}\left(P_2 - P_{\text{atm}}\right)\,.$$

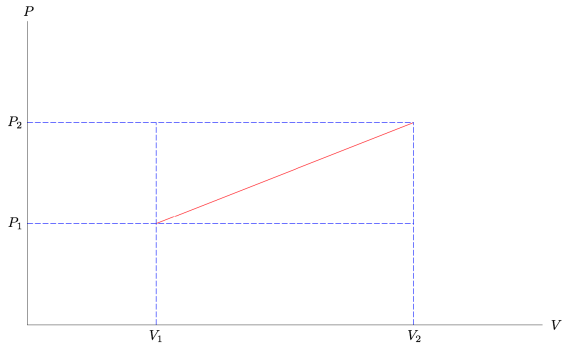
Luego,

$$\begin{aligned} W &= (V_2 - V_1)\left(\frac{1}{2}\left(P_2 + P_1 - 2P_{\text{atm}}\right) + P_{\text{atm}}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(V_2 - V_1\right)\left(P_2 + P_1\right) \\ &= -0{,}90927\,\text{kJ}\,, \end{aligned}$$

donde además hemos usado que $V = Ay$. Este trabajo entra al sistema.

Observación: note que la condición de equilibrio mecánico implica que la presión varía linealmente con el volumen. Por lo tanto, el trabajo, que corresponde al área bajo la curva del proceso en un diagrama $P-V$, se puede calcular como el área de un triángulo de base $V_2 - V_1$ y altura $P_2 - P_1$ más el área de un rectángulo de base $V_2 - V_1$ y altura P_1:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}\left(V_2 - V_1\right)\left(P_2 - P_1\right) + \left(V_2 - V_1\right)P_1 \\ &= \frac{1}{2}\left(V_2 - V_1\right)\left(P_2 + P_1\right)\,. \end{aligned}$$



El resultado es independiente del valor de la presión atmosférica por lo que su omisión no será penalizada.

d) La primera ley nos dice

$$\begin{aligned} \Delta U = Q - W \qquad \Rightarrow \qquad Q &= \Delta U + W \\ &= -181{,}43494\,\text{kJ}\,. \end{aligned}$$

El calor sale del sistema al entorno. Con esto, la entropía generada queda

$$\begin{aligned} S_{\text{gen}} &= \Delta S - \frac{Q}{T_{\text{entorno}}} \\ &= 0{,}07118\,\text{kJ/kg}\cdot{}^{\circ}\text{K}\,. \end{aligned}$$

Nombre: _____

Problema 3

Una tonelada (1000 kg) de agua líquida a 80 °C se pone al interior de una pieza rectangular de dimensiones 4 m × 5 m × 7 m. La pieza está totalmente aislada y se encuentra inicialmente a 22 °C y 100kPa.

a) Determine la temperatura final en la pieza (*3 pts.*).

b) Demuestre que para un fluido con calores específicos constantes se tiene que la variación de entropía en un proceso isocórico es

$$\Delta S = mC_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) . \qquad (2\ pts.)$$

c) Calcule la entropía generada durante el proceso (*1 pto.*).

Considere el agua como un fluido incompresible con calor específico $C_V = C_P = 4{,}18\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$.

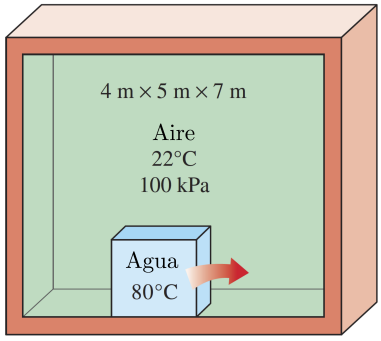


TABLA A-1

Masa molar, constante de gas y propiedades del punto crítico

Sustancia	Fórmula	Masa molar, *M* kg/kmol	Constante de gas, *R* kJ/kg · K*	*Propiedades del punto crítico* Temperatura, K	Presión, MPa	Volumen, m^3/kmol
Aire	—	28.97	0.2870	132.5	3.77	0.0883

TABLA A-2

Calores específicos de gas ideal de varios gases comunes

a) A 300 K

Gas	Fórmula	Constante de gas, *R* kJ/kg · K	c_p kJ/kg · K	c_v kJ/kg · K	*k*
Aire	—	0.2870	1.005	0.718	1.400

Solución:

a) Por conservación de energía el calor emitido por el agua debe ser igual al calor absorbido por el aire de la pieza. Como $Q = mC\Delta T$ tenemos

$$m_{\text{agua}}C_{\text{agua}}\left(T_{\text{agua}} - T_f\right) = m_{\text{aire}}C_{\text{aire}}\left(T_f - T_{\text{aire}}\right) \quad \Rightarrow \quad T_f = \frac{m_{\text{agua}}C_{\text{agua}}T_{\text{agua}} + m_{\text{aire}}C_{\text{aire}}T_{\text{aire}}}{m_{\text{agua}}C_{\text{agua}} + m_{\text{aire}}C_{\text{aire}}}\,.$$

Hemos puesto especial atención a los signos. Ahora, la masa de aire la podemos calcular de la ecuación de estado

$$PV = mR_{\text{aire}}T \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{PV}{R_{\text{aire}}T}\,.$$

Evaluando para las condiciones iniciales obtenemos

$$m_{\text{aire}} = 165{,}3\,\text{kg}\,.$$

Por otro lado, dado que el proceso ocurre a volumen constante, se tiene que

$$C_{\text{aire}} = 718\,\text{J/kg}\cdot\text{K}\,.$$

Así, de la expresión anterior se obtiene

$$\begin{aligned} T_f &= 351{,}5\,\text{K} \\ &= 78{,}4\,^\circ\text{C}\,. \end{aligned}$$

Observación: es posible tomar en cuenta el volumen que ocupa la masa de agua dentro de la pieza. Si ausmimos que la densidad del agua es $\rho_{\text{agua}} = 1000\,\text{kg/m}^3$, el volumen que ésta ocupa es $V_{\text{agua}} = 1\,\text{m}^3$. Como el volumen de la pieza es de $140\,\text{m}^3$, el volumen que ocupa inicialmente el aire es de $V_{\text{aire}} = 139\,\text{m}^3$. Alternativamente, se puede mirar la tabla de líquido saturado a $80\,^\circ\text{C}$ y notar que el volumen específico del agua líquida a esa temperatura es aproximadamente $\nu = 0{,}001029\,\text{m}^3/\text{kg}$, lo que da una densidad de $\rho_{\text{agua}} = 971{,}8\,\text{kg/m}^3$. En cualquier caso, el volumen que ocupa el agua es despreciable con respecto al volumen que ocupa el aire. Por lo tanto, tomarlo en cuanta o no sólo alteraría el resultado a un orden de precisión que no es relevante en el problema.

b) En un proceso reversible se cumple que

$$dQ = TdS\,.$$

Por otro lado, para un proceso isocórico

$$dQ = mC_V dT\,.$$

Combinando las dos relaciones obtenemos

$$mC_V dT = TdS \qquad \Rightarrow \qquad dS = mC_V\frac{dT}{T}$$

$$\Downarrow$$

$$S_f - S_i = mC_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)\,.$$

c) El cambio total de entropía es

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{total}} &= \Delta S_{\text{agua}} + \Delta S_{\text{aire}} \\ &= m_{\text{agua}}C_{\text{agua}}\ln\left(\frac{T_f}{T_{\text{agua}}}\right) + m_{\text{aire}}C_{\text{aire}}\ln\left(\frac{T_f}{T_{\text{aire}}}\right) \\ &= 1{,}76\,\text{kJ/K}\,. \end{aligned}$$

Como el sistema completo está aislado, esta es la entropía generada en el proceso.