**Pontificia Universidad Católica de Chile**
Instituto de Física
FIS1523 Termodinámica
28 de abril del 2016

| P1 | P2 | P3 | Nota |
|---|---|---|---|
| | | | |

Tiempo: 120 minutos
Se puede usar calculadora.
No se puede usar celular.
No se puede prestar nada.
Preguntas de enunciado en voz alta durante los primeros 60 minutos.
Si usa lápiz mina no podrá pedir recorrección.

# Interrogación Nro. 1

**Nombre:** _____

## Problema 1

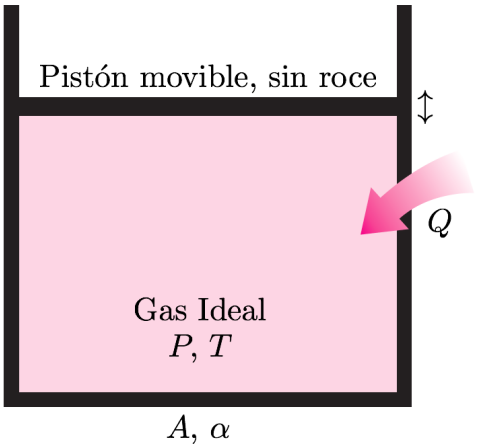
Considere un gas ideal monoatómico en un pistón de área $A$ que está hecho de un material con coeficiente de expansión lineal $\alpha$. Inicialmente, el gas y el contenedor se encuentran en equilibrio a una temperatura $T$. Luego se agrega calor al sistema en un proceso cuasiestático, con la tapa del pistón moviéndose libremente de modo que la presión del gas siempre es igual a la presión externa, $P$. Al final del proceso el gas y el contenedor se encuentran en equilibrio térmico. Si la cantidad de calor neta absorbida por el gas es $Q$, encuentre:

a) La variación en el volumen del gas, el trabajo total que éste hace al expandirse y el cambio en su energía interna. Exprese sus resultados sólo en términos de $P$ y $Q$. *(3 pts.)*

b) La distancia $\Delta h$ que se eleva la tapa (la altura siempre se mide relativa a la base del pistón). *(2 pts.)*

c) La temperatura inicial del sistema que hace que el pistón mantenga su altura. Para materiales típicos ($\alpha \sim 10^{-5}\,^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$), ¿cómo se compara esta temperatura con la temperatura atmosférica? *(1 pto.)*

Ayuda: como resultado del cambio de temperatura, el material del contenedor se dilata. Trabaje a primer order en las variaciones, usando que el cambio en el volumen del pistón es $\Delta V = \Delta A h + A\Delta h$. Note que la altura inicial de la tapa, $h$, no es un dato del problema.



**Solución:**

a) Como el proceso ocurre a presión constante, la variación en la temperatura del gas al absorber una cantidad de calor $Q$ está dada por

$$Q = nC_p\Delta T \qquad \Rightarrow \qquad \Delta T = \frac{2Q}{5nR}\,,$$

donde hemos usado que el calor específico molar a presión constante de un gas ideal monoatómico es

$$C_P = \frac{5}{2}R\,.$$

De la ecuación de estado tenemos

$$P\Delta V = nR\Delta T \qquad \Rightarrow \qquad \Delta V = \frac{nR\Delta T}{P}\,.$$

Así, el cambio en el volumen del gas es

$$\Delta V = \frac{2Q}{5P}\,.$$

Por lo tanto, el trabajo total queda

$$\begin{aligned} W &= P\Delta V \\ &= \frac{2Q}{5}\,, \end{aligned}$$

mientras que de la primera ley deducimos la variación en la energía interna:

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - W \\ &= \frac{3Q}{5}\,. \end{aligned}$$

También se puede llegar a esta expresión directamente usando que $\Delta U = nC_V\Delta T$.

b) Por otro lado, el cambio de volumen del contenedor está dado por

$$\Delta V = \Delta A h + A\Delta h \qquad \Rightarrow \qquad \Delta h = \frac{\Delta V}{A} - \frac{\Delta A h}{A}\,.$$

La altura inicial de la tapa es

$$\begin{aligned} h &= \frac{V}{A} \\ &= \frac{nRT}{PA}\,, \end{aligned}$$

mientras que la base del pistón se dilata una cantidad

$$\Delta A = 2\alpha A\Delta T\,.$$

Ahora, la variación en la temperatura del contenedor es la misma que la del gas. Similarmente, $\Delta V$ tiene que ser igual al volumen que el gas se expandió. Luego,

$$\Delta h = \frac{2Q}{5PA}\left(1 - 2\alpha T\right)\,,$$

donde hemos usado las expresiones anteriores para $\Delta T$ y $\Delta V$.

c) El pistón permanece inmóvil si

$$T = \frac{1}{2\alpha}\,.$$

Típicamente se tiene que $\alpha \sim 10^{-5}\,^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$, por lo que esta temperatura es considerablemente (cuatro órdenes de magnitud) mayor que la temperatura atmosférica.

**Nombre:** _____

## Problema 2

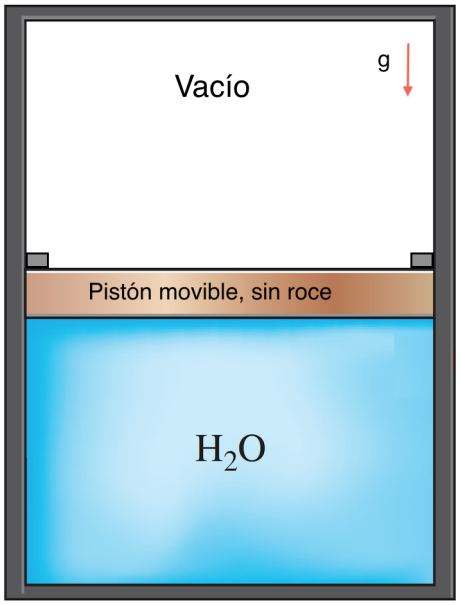
Un contenedor cilíndrico vertical contiene una mezcla de agua saturada. Como se muestra en la figura, un pistón de masa 20 kg y área $0,1\ \mathrm{m}^2$ separa la mezcla de la porción superior del cilindro, la cual está vacía. El pistón es movible (sin roce) pero se mantiene fijo con un par de topes. Inicialmente la mezcla tiene una calidad de $x = 0{,}9$ a $P = 20$ kPa de presión. Al liberar el pistón, el gas se expande abruptamente (la presión no es constante) hasta alcanzar el equilibrio termodinámico (el pistón queda en reposo). El proceso ocurre adiabáticamente. Considere la aceleración de gravedad $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$ pero desprecie los efectos de ésta sobre el vapor.

a) Determine la temperatura, el volumen específico y la energía interna específica del estado inicial. *(1.5 pts.)*

b) Calcule la presión final. *(1.5 pts.)*

c) Encuentre el valor de $\frac{\Delta u}{\Delta v}$. Justifique su respuesta. *(1.5 pts.)*

d) A partir del resultado anterior, determine la calidad de la mezcla al final del proceso. *(1.5 pts.)*




## Solución:

a) El agua se encuentra en la zona de mezcla a una presión $P_i = 20$ kPa. Luego, la temperatura inicial (ver tabla A-5) es $T_i = 60{,}06°\mathrm{C}$. De la misma tabla obtenemos que $v_f = 0{,}001017\ \mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$ y $v_g = 7{,}6481\ \mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$. Dado que conocemos la calidad podemos calcular el volumen especifico total:

$$v_{\text{inicial}} = xv_g + (1-x)v_f = 6{,}88339\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}\,.$$

De la misma forma obtenemos la energía interna especifica:

$$u_{\text{inicial}} = xu_g + (1-x)u_f = 2235{,}54\,\mathrm{kJ/kg}\,.$$

b) El equilibrio mecánico se alcanza cuando la presión del gas es suficiente para equilibrar la fuerza de gravedad del pistón. Es decir,

$$P_{\text{final}} = gM_{\text{pistón}}/A_{\text{pistón}} = 2000\,\mathrm{Pa}\,.$$

c) De la primera ley se tiene que $\Delta U = Q - W$. Como el proceso ocurre adiabáticamente, $Q = 0$. El trabajo realizado por el gas sobre el entorno es igual al trabajo necesario para mover el pistón desde su posición inicial a la final $\Rightarrow W = gM_{\text{pistón}}\Delta h$, donde $\Delta h$ es la variación en altura del pistón. El área de la sección transversal del cilindro es constante. Luego, $\Delta h = \Delta V/A_{\text{pistón}}$. Remplazando lo anterior en la ecuación para la primera ley se obtiene

$$\begin{aligned}\Delta U &= -gM_{\text{pistón}}\Delta V/A_{\text{pistón}} \\ &= -P_{\text{final}}\Delta V\,.\end{aligned}$$

Dividiendo por la masa total de la mezcla encontramos

$$\begin{aligned}\frac{\Delta u}{\Delta v} &= -P_{\text{final}} \\ &= -2\,\text{kPa}\,.\end{aligned}$$

d) Como el sistema se encuentra en estado de mezcla a una presión de 2 kPa, se tiene que $v_f = 0{,}001001\,\text{m}^3/\text{kg}$, $v_g = 66{,}990\,\text{m}^3/\text{kg}$, $u_f = 73{,}431\,\text{kJ/kg}$ y $u_g = 2398{,}9\,\text{kJ/kg}$. Usando que $u_{\text{final}} = xu_g + (1-x)u_f$ y $v_{\text{final}} = xv_g + (1-x)v_f$, a partir del resultado anterior encontramos

$$\frac{xu_g + (1-x)u_f - u_{\text{inicial}}}{xv_g + (1-x)v_f - v_{\text{inicial}}} = -P_{\text{final}}\,.$$

Despejando la calidad obtenemos

$$x = \frac{(u_{\text{inicial}} - u_f) + P_{\text{final}}(v_{\text{inicial}} - v_f)}{(u_g - u_f) + P_{\text{final}}(v_g - v_f)} = 0{,}88\,.$$

**Nombre:** _____

## Problema 3

Un gas ideal diatómico ($\gamma = 1{,}4$) y volumen específico molar ($v = V/n$) inicial de $0{,}008\,\mathrm{m}^3/\mathrm{mol}$ se somete a un calentamiento isocórico que hace variar su presión entre 265 kPa y 420 kPa. Seguidamente, el gas se expande adiabáticamente hasta un cierto volumen. Por último, se somete a un proceso isotérmico que lo devuelve al estado inicial.

a) Dibuje de forma cualitativa en un diagrama $P - v$ el ciclo completo, identificando cada una de las partes. *(1 pto.)*

b) Determine la presión, el volumen específico molar y la temperatura del punto común entre el proceso adiabático y el proceso isotérmico. *(2 pts.)*

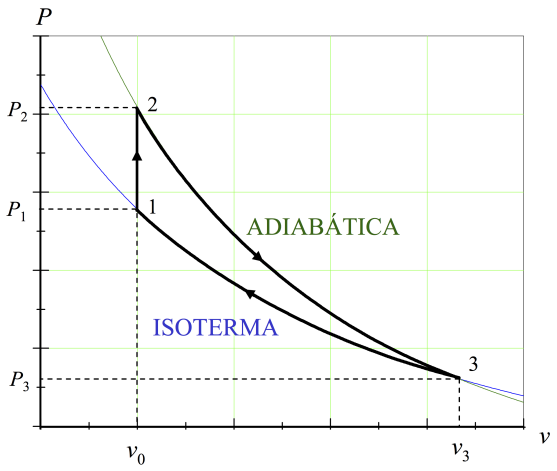
c) Calcule el calor por mol transferido al gas en la estapa isocórica y el trabajo por mol realizado por el gas durante la expansión adiabática. *(2 pts.)*

d) Justifique la relación que existe entre el calor y el trabajo obtenido en el apartado anterior. *(1 pto.)*

Dato: $R = 8,314\,\mathrm{J}/\,(\mathrm{K}\cdot\mathrm{mol})$.

## Solución:

a) Diagrama $P - v$ cualitativo 1 Punto




b) Cálculo de presión, volumen y temperatura del punto común del proceso adiabático y del proceso isotérmico.

Datos iniciales, según la notación de la gráfica del apartado a):

$$v_o = v_1 = v_2 = 0{,}008\,m^3/mol$$
$$P_1 = 265\,kPa$$
$$P_2 = 420\,kPa$$

Nos piden $P_3$, $v_3$ y $T_3$. Se utiliza la ecuación del gas ideal:

$$PV = nRT$$
$$PV/n = RT$$
$$Pv = RT$$

Despejando de la ecuación anterior, se puede obtener directamente $T_1$ y $T_2$:

$$T_1 = 255{,}0\,K$$
$$T_2 = 404{,}1\,K$$

Como se trata de un proceso isotérmico:

$$T_3 = T_1 = 255{,}0\,K \qquad \text{0.5 Puntos}$$

Nos falta obtener $P_3$ y $v_3$, para eso se utiliza la ecuación de la isoterma y la ecuación adiabática:

$$P_1 v_1 = P_3 v_3$$
$$P_2 v_2^{\gamma} = P_3 v_3^{\gamma}$$

Resolviendo el sistema para $P_3$ y $v_3$:

$$v_3 = 0{,}0253\,m^3/mol \qquad \text{0.75 Puntos}$$
$$P_3 = 83{,}8\,kPa \qquad \text{0.75 Puntos}$$

c) Cálculo del calor transferido al gas durante el proceso isocórico y el trabajo realizado por el gas durante el proceso adiabático.

$$q_{isocorico} = \frac{R}{(\gamma-1)}(T_2 - T_1) = 3{,}10\,kJ/mol \text{ (calor transferido al sistema) 1 Punto}$$
$$w_{adiabatico} = \frac{P_2 v_2 - P_3 v_3}{(\gamma-1)} = 3{,}10\,kJ/mol \text{ (trabajo hecho por el sistema) 1 Punto}$$

d) Justificación de la relación que existe entre el calor y el trabajo obtenido en el apartado anterior.
En un proceso adiabático $\Delta q = 0$.
En un proceso isotérmico $\Delta u = 0$.
En un proceso isocórico $\Delta w = 0$.
Por lo tanto el calor añadido en el proceso $1 \rightarrow 2$ tiene que ser igual al trabajo realizado en el proceso $2 \rightarrow 3$.
1 Punto