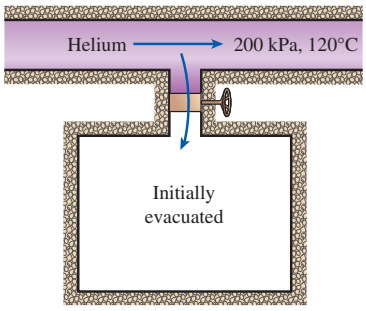
FIS1523 ⋆ Termodinámica
✓ **Ayudante:** *Sebastián Urrutia Quiroga*
✓ **Correo:** sgurruti@uc.cl
✓ **Página Web:** www.sgurruti.cl/termo

Ayudantía ⋆ Sistemas de flujo transiente

1. Un tanque rígido e aislado inicialmente evacuado es conectado, mediante una válvula, a una línea de suplemento que lleva helio a 200 kPa y 120° C. En cierto instante de tiempo, se abre la válvula y el helio puede fluir dentro del tanque hasta que la presión alcance los 200 kPa. En ese instante, la válvula se cierra. Determine la temperatura final del helio en el tanque.



Asuma que el helio se comporta como gas ideal, con $c_p = 5.1926\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$, $c_v = 3.1156\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ y $\mathcal{R} = 2.0769\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$.

Solución:

Tomamos nuestro volumen de control (v.c.) alrededor del tanque. De la Primera Ley para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e h_e = m_2 u_2$$

donde los subíndices (e, s) hacen referencia a lo que entra y sale, respectivamente. La ecuación de continuidad para la masa nos dice que:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e = m_2$$

Dado que el helio puede ser tratado como un gas ideal,

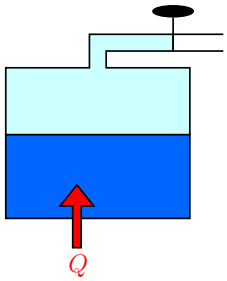
$$\begin{aligned} h_e &= u_2 \\ c_p T_e &= c_v T_2 \end{aligned}$$

Con ello,

$$T_2 = \left(\frac{c_p}{c_v}\right) T_e = \left(\frac{5.1926}{3.1156}\right)(120 + 273\,\text{K}) \approx 655\,\text{K}$$

■

2. Un tanque de 200 L contiene inicialmente agua a 100 kPa, con una calidad del 1 %. Se transfiere calor al agua, por lo que su presión y temperatura aumentan. Cuando la presión alcanza los 2 MPa, se abre una válvula de seguridad y sale vapor saturado a 2 MPa. El proceso continúa a una presión constante de 2 MPa, hasta que la calidad en el tanque llega al 90 % y luego se detiene.



Encontrar la masa total de agua que deja el tanque y el calor total transferido.

Solución:

El proceso descrito en el enunciado es de tipo transiente, ya que hay cambios en el tiempo, con tres etapas a la vista:

- Estado 1: estado inicial
- Estado 2: apertura de la válvula
- Estado 3: estado final

Tomamos nuestro volumen de control (v.c.) alrededor del tanque. El balance de masa para el v.c. nos dice que:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad -m_s = m_3 - m_1$$

donde los subíndices (e, s) hacen referencia a lo que entra y sale, respectivamente. De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_1 &=& 100\,\text{kPa} \\ x_1 &=& 0.01 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{f@100\,\text{kPa}} &=& 0.001043\,\text{m}^3/\text{kg} \\ v_{g@100\,\text{kPa}} &=& 1.6941\,\text{m}^3/\text{kg} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} u_{f@100\,\text{kPa}} &=& 417.40\,\text{kJ/kg} \\ u_{fg@100\,\text{kPa}} &=& 2088.2\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

Con ello,

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{f@100\,\text{kPa}} + x_1\,(v_{g@100\,\text{kPa}} - v_{f@100\,\text{kPa}}) \\ &= 0.01797357\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= u_{f@100\,\text{kPa}} + x_1\,u_{fg@100\,\text{kPa}} \\ &= 438.282\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{V}{v_1} \\ &= 11.12744992\,\text{kg} \end{aligned}$$

donde V es el volumen del tanque. Por otra parte,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_3 &=& 2\,\text{MPa} \\ x_3 &=& 0.9 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{f@2\,\text{MPa}} &=& 0.001177\,\text{m}^3/\text{kg} \\ v_{g@2\,\text{MPa}} &=& 0.099587\,\text{m}^3/\text{kg} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} u_{f@2\,\text{MPa}} &=& 906.12\,\text{kJ/kg} \\ u_{fg@2\,\text{MPa}} &=& 1693.0\,\text{kJ/kg} \end{array}$$

y por tanto,

$$\begin{aligned} v_3 &= v_{f@2\,\text{MPa}} + x_3\,(v_{g@2\,\text{MPa}} - v_{f@2\,\text{MPa}}) \\ &= 0.089746\,\text{m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3 &= u_{f@2\,\text{MPa}} + x_3\,u_{fg@2\,\text{MPa}} \\ &= 2429.82\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_3 &= \frac{V}{v_3} \\ &= 2.228511577\,\text{kg} \end{aligned}$$

De la ecuación de continuidad de masa,

$$m_s = m_1 - m_3 = 8.898938343\,\text{kg}$$

De le Primera Ley de la Termodinámica para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q - m_s h_s = m_3 u_3 - m_1 u_1$$

Por tanto,

$$Q = m_3 u_3 - m_1 u_1 + m_s h_s$$

De la *Tabla de Agua Saturada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_s &=& 2\,\text{MPa} \\ x_s &=& 1 \end{array}\right\} h_s = h_{g@2\,\text{MPa}} = 2798.3\,\text{kJ/kg}$$

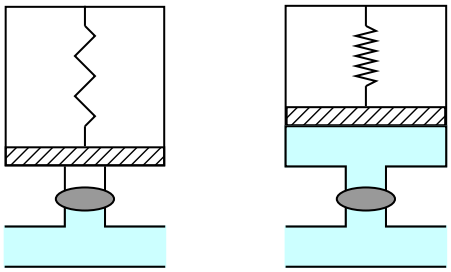
Finalmente, reemplazando,

$$Q = 25439.82016\,\text{kJ}$$

■

3. Un tanque evacuado completamente y aislado térmicamente contiene un pistón y un resorte, como se muestra en la figura de la izquierda, y está conectado a una línea principal por la que circula vapor a 2 MPa y 300° C. Inicialmente, el resorte justo toca el pistón y no ejerce fuerza sobre él. Cuando la válvula se abre, entra vapor al tanque hasta que la presión sube a 2 MPa. Considere que el proceso es cuasi-estático.

   Sugerencia: Considere como volumen de control el volumen ocupado por el vapor dentro del tanque.



a) Calcular en trabajo que hace el vapor que ya entró al tanque sobre el resorte

b) Determinar la energía interna y el volumen específico del vapor que está en el tanque en la situación final (figura de la derecha)

c) ¿Cuál es la temperatura final del vapor en el tanque?

Solución:

a) El trabajo que hace el vapor sobre el resorte mientras está entrando al tanque viene dado por:

$$W_{sobre\ resorte} = \Delta U_{resorte} = \frac{1}{2}k\Big(\Delta {x_f}^2 - \Delta {x_i}^2\Big)$$

Sabemos que el resorte no estaba ejerciendo fuerza en la situación inicial, por lo que se encontraba en su largo natural. Por tanto, $\Delta x_i = 0$. En el caso final (durante la entrada de vapor al líquido), la contracción del resorte será igual a la altura que ocupe el gas. Así,

$$\Delta x_f = H_f = \frac{V_f}{A} \quad \Longrightarrow \quad W_{sobre\ resorte} = \frac{k}{2}\left(\frac{V_f}{A}\right)^2$$

donde A es el área transversal del pistón. Considerando el balance de fuerzas sobre el pistón, dado que el proceso es cuasi-estático, podemos relacionar k con datos termodinámicos:

$$P_f A = F_{resorte} = k\Delta x_f = k\left(\frac{V_f}{A}\right) \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{P_f A^2}{V_f}$$

Entonces,

$$W_{sobre\ resorte} = \frac{k}{2}\left(\frac{V_f}{A}\right)^2 = \frac{P_f V_f}{2}$$

b) Para este problema, $Q_{v.c.} = 0$ por que el tanque está aislado. El v.c. partió vacío, por lo que $m_1 = 0$. No hay salida de masa, por lo que $m_s = 0$. Además, $W_{v.c.} \neq= 0$ porque es el trabajo hecho por el vapor sobre el resorte. Además despreciamos el término de energía cinética y potencial gravitatoria en la energía por unidad de masa. Así, la Primera Ley para procesos transientes queda como:

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e h_e - W_{sobre\ resorte} = m_2 u_2$$

De le ecuación de continuidad de masa,

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e = m_2$$

Así,

$$u_2 = h_e - \frac{P_2 V_2}{2m_2} = h_e - \frac{P_2 v_2}{2}$$

que se puede reescribir de la siguiente forma:

$$u_2 + \frac{P_2 v_2}{2} = h_e$$

De la *Tabla de Agua Sobrecalentada*,

$$\left.\begin{array}{rcl} P_e & = & 2\,\text{MPa} \\ T_e & = & 300^\circ\,\text{C} \end{array}\right\} h_e = 3024.2\,\text{kJ/kg}$$

Notar que el estado final está caracterizado por esta nueva magnitud termodinámica, $u + \dfrac{Pv}{2}$, que debe ser igual al valor de h_e por la conservación de energía. Esta magnitud termodinámica no es habitual, pero de igual forma sirve para fijar el estado final del sistema. Surge la siguiente pregunta: ¿dónde puedo encontrar los valores de esta magnitud? No está en las tablas termodinámicas usuales, por lo que deberemos calcularla a partir de ellas. Recordando que $P_2 = 2\,\text{MPa}$, se cumple que:

$$u_{g@2\,\text{MPa}} + \frac{P_2 v_{g@2\,\text{MPa}}}{2} = 2599.1\,\text{kJ/kg} + \frac{(2000\,\text{kPa})(0.099587\,\text{m}^3/\text{kg})}{2} = 2698.687\,\text{kJ/kg} < h_e$$

Por tanto, el agua se encuentra como **vapor sobrecalentado** en su estado final. De la tabla respectiva,

$P = 2\,\text{MPa}$			
$T\,[^\circ\text{C}]$	$v\,[\text{m}^3/\text{kg}]$	$u\,[\text{kJ/kg}]$	$u + \dfrac{Pv}{2}\,[\text{kJ/kg}]$
Sat.	0.09959	2599.1	2698.69
225	0.10381	2628.5	2732.31
250	0.11150	2680.3	2791.80
300	0.12551	2773.2	2898.71
350	0.13860	2860.5	2999.10
400	0.15122	2945.9	3097.12
500	0.17568	3116.9	3292.58

y hallamos que el estado final debe encontrarse entre $350^\circ\,\text{C}$ y $400^\circ\,\text{C}$. Por lo tanto, necesitamos **interpolar**. Para no escribir demasiado, sea $\ell = u + \dfrac{Pv}{2}$. Entonces:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{\ell_b - \ell_a}\right)(\ell_2 - \ell_a) \\ &= 350 + \left(\frac{400 - 350}{3097.12 - 2999.10}\right)(3024.2 - 2999.1) \\ &= 362.8035095^\circ\,\text{C} \end{aligned}$$

y hemos encontrado la temperatura final. Para hallar los valores de energía específica y volumen específico, debemos volver a interpolar:

$$\begin{aligned} u_2 &= u_a + \left(\frac{u_b - u_a}{T_b - T_a}\right)(T_2 - T_a) \\ &= 2860.5 + \left(\frac{2945.9 - 2860.5}{400 - 350}\right)(362.8035095 - 350) \\ &= 2882.368394\,\text{kJ/kg} \end{aligned}$$

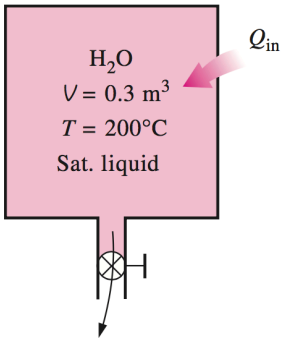
$$\begin{aligned} v_2 &= v_a + \left(\frac{v_b - v_a}{T_b - T_a}\right)(T_2 - T_a) \\ &= 0.13860 + \left(\frac{0.15122 - 0.13860}{400 - 350}\right)(362.8035095 - 350) \\ &= 0.1418316058\,\text{m}^3\text{/kg} \end{aligned}$$

c) La temperatura final ya fue calculada en el apartado anterior, y su valor es:

$$T_2 = 362.8035095^\circ\,\text{C}$$

■

4. Se tiene un tanque rígido de volumen $0.3\,\text{m}^3$ completamente lleno de líquido saturado a $200^\circ\,\text{C}$. Una válvula en la parte de abajo se abre, dejando salir líquido saturado, al mismo tiempo que se transfiere calor al tanque de modo tal que la temperatura del mismo permanece constante en $200^\circ\,\text{C}$. El proceso se detiene una vez que la mitad de la masa inicial ha sido extraída del tanque.



a) Calcule la masa inicial y final en el tanque

b) Determine el estado (fase) del agua en el tanque en el estado final. Si es una mezcla saturada, determine su calidad

c) Calcule la cantidad de calor transferido al tanque durante el proceso. Puede despreciar la energía cinética y potencial en su cálculo

Solución:

a) De la *Tabla de Agua Saturada*, encontramos el valor del volumen específico inicial:

$$v_1 = v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 0.001157\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

Por tanto, la masa inicial viene dada por:

$$m_1 = \frac{V}{v_1} = \frac{(0.3\,\mathrm{m}^3)}{(0.001157\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg})} = 259.2912705\,\mathrm{kg}$$

y la masa final:

$$m_2 = \frac{m_1}{2} = 129.6456352\,\mathrm{kg}$$

b) Calculamos el volumen específico final:

$$v_2 = \frac{V}{m_2} = \frac{(0.3\,\mathrm{m}^3)}{(129.6456352\,\mathrm{kg})} = 0.002314\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

De la *Tabla de Agua Saturada*, notamos que:

$$v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 0.001157\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg} < v_2 < v_{g@200^\circ\,\mathrm{C}} = 0.12721\,\mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

por lo que el estado del agua es **mezcla saturada**. Calculamos la calidad:

$$x_2 = \frac{v_2 - v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}}}{v_{g@200^\circ\,\mathrm{C}} - v_{f@200^\circ\,\mathrm{C}}} = 0.009178678818$$

c) De la Primera Ley para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q - m_s h_s = m_2 u_2 - m_1 u_1$$

donde

$$h_s = h_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 852.26\,\mathrm{kJ}/\mathrm{kg}$$

$$u_1 = u_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} = 850.46\,\mathrm{kJ}/\mathrm{kg}$$

$$u_2 = u_{f@200^\circ\,\mathrm{C}} + x_2\, u_{fg@200^\circ\,\mathrm{C}} = 866.4648622\,\mathrm{kJ}/\mathrm{kg}$$

De la ecuación de continuidad para la masa,

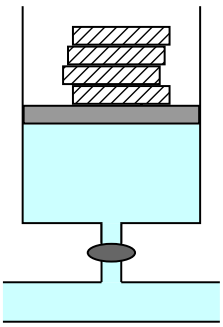
$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad -m_s = m_2 - m_1 = -\frac{m_1}{2} \quad \Longrightarrow \quad m_s = \frac{m_1}{2}$$

Reemplazando,

$$Q = 2308.3226\,\mathrm{kJ}$$

■

5. El pistón con peso del dispositivo mostrado en la figura mantiene la presión en el interior del cilindro igual a 1400 kPa. Inicialmente, el sistema no contiene masa. La válvula es abierta y el vapor de la línea principal fluye hacia el cilindro hasta que el volumen es $0.3\,\mathrm{m}^3$. Este proceso es adiabático y el vapor en la línea permanece a 2000 kPa y 225° C. Determinar la temperatura final (y la calidad si corresponde) del vapor en el cilindro y el trabajo total producido mientras el dispositivo se llena.



Solución:

Considerando el volumen de control al sistema pistón-cilindro, notamos que este no posee masa y que el sistema no pierde vapor. Así, la ecuación de continuidad de masa queda como:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e = m_2$$

De la Primera Ley para procesos transientes,

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad m_e h_e - W = m_2 u_2$$

El trabajo que aparece en la ecuación anterior corresponde al trabajo realizado por el sistema al llenar el cilindro de vapor. Este proceso, al ser realizado a presión constante gracias al émbolo cargado, permite calcular de forma directa el trabajo:

$$W = P_{sistema}(V_2 - V_1) = P_{sistema} V_2 = (1500\,\mathrm{kPa})(0.3\,\mathrm{m}^3) = 420\,\mathrm{kJ}$$

pues el volumen inicial del sistema era nulo. La ecuación anterior puede ser escrita como:

$$W = P_{sistema} m_2 v_2$$

y, por tanto,

$$\begin{aligned} m_e h_e - W &= m_2 u_2 \\ m_2 h_e - m_2 P_{sistema} v_2 &= m_2 u_2 \\ h_e &= u_2 + P_{sistema} v_2 \\ h_e &= h_2 \end{aligned}$$

De la *Tabla de Agua Sobrecalentada*,

$$\left.\begin{aligned} P_e &= 2\,\mathrm{MPa} \\ T_e &= 225^\circ\,\mathrm{C} \end{aligned}\right\} h_e = 2836.1\,\mathrm{kJ/kg}$$

Ahora bien, notemos que:

$$h_{g@1.4\,\text{MPa}} = 2788.9\,\text{kJ/kg} < h_2 = 2836.1\,\text{kJ/kg}$$

por lo que el agua se encuentra como **vapor sobrecalentado**. Luego, no posee calidad. De la *Tabla de Agua Sobrecalentada* a 1.4 MPa,

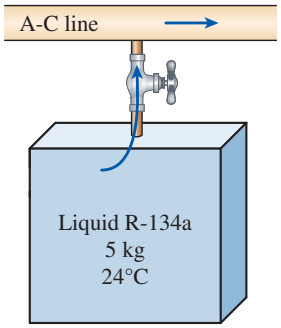
T [°C]	h [kJ/kg]
200	2803.0
250	2927.9

Como no encontramos el valor exacto, debemos **interpolar**:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_a + \left(\frac{T_b - T_a}{h_b - h_a}\right)(h_2 - h_a) \\ &= 200 + \left(\frac{250 - 200}{2927.9 - 2803.0}\right)(2836.1 - 2803.0) \\ &= 213.2506005^\circ\,\text{C} \end{aligned}$$

■

6. Un sistema de aire acondicionado debe ser llenado desde un contenedor rígido que contiene 5 kg de R-134a líquido a 24° C. La válvula que conecta este contenedor con el sistema de aire acondicionado se abre hasta que la masa del contenedor es 0.25 kg, momento en el cual la válvula se cierra. Durante este tiempo, solo R-134a líquido fluye desde el contenedor. Asumiendo que el proceso es isotérmico mientras la válvula está abierta, determine la calidad final del R-134a en el contenedor, así como el calor total transferido.



Solución:

Considerando un v. c. en el contenedor, la ecuación de continuidad de masa queda como sigue:

$$m_e - m_s = \Delta m_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad -m_s = m_2 - m_1 \quad \Longrightarrow \quad m_s = m_1 - m_2$$

La Primera Ley aplicada a este proceso transiente nos dice que:

$$E_e - E_s = \Delta E_{sistema} \quad \Longrightarrow \quad Q_{in} - m_s h_s = m_2 u_2 - m_1 u_1$$

Combinando ambos balances,

$$Q_{in} = m_2u_2 - m_1u_1 + m_sh_s = m_2u_2 - m_1u_1 + (m_1 - m_2)h_s = m_2(u_2 - h_s) + m_1(h_s - u_1)$$

A partir de la *Tabla de Refrigerante R-134a Saturado*, determinamos las propiedades del estado inicial:

$$\left.\begin{array}{rcl} T_1 &=& 24^\circ\,\mathrm{C} \\ x_1 &=& 0 \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_1 &=& v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} = 0.000826\,\mathrm{m^3/kg} \\ u_1 &=& u_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} = 84.44\,\mathrm{kJ/kg} \end{array}$$

Además, se sabe que:

$$h_s = h_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} = 84.98\,\mathrm{kJ/kg}$$

Note que hemos asumido que el refrigerante deja el tanque como líquido saturado. El volumen del tanque es:

$$V = m_1v_1 = (5\,\mathrm{kg})(0.000826\,\mathrm{m^3/kg}) = 0.00413\,\mathrm{m^3}$$

Con ello, podemos determinar el valor del volumen específico final, considerando que el volumen del tanque no cambia entre dichos estados:

$$v_2 = \frac{V}{m_2} = \frac{(0.00413\,\mathrm{m^3})}{(0.25\,\mathrm{kg})} = 0.01652\,\mathrm{m^3/kg}$$

con lo que el estado final está totalmente determinado. De la tabla respectiva,

$$\left.\begin{array}{rcl} T_2 &=& 24^\circ\,\mathrm{C} \\ v_2 &=& 0.01652\,\mathrm{m^3/kg} \end{array}\right\} \begin{array}{rcl} v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 0.000826\,\mathrm{m^3/kg} \\ v_{g@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 0.031869\,\mathrm{m^3/kg} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} u_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 84.44\,\mathrm{kJ/kg} \\ u_{fg@24^\circ\,\mathrm{C}} &=& 158.68\,\mathrm{kJ/kg} \end{array}$$

Calculando,

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{v_2 - v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}}}{v_{g@24^\circ\,\mathrm{C}} - v_{f@24^\circ\,\mathrm{C}}} \\ &= 0.5055568083 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= u_{f@24^\circ\,\mathrm{C}} + x_2\,u_{fg@24^\circ\,\mathrm{C}} \\ &= 164.6617543\,\mathrm{kJ/kg} \end{aligned}$$

Finalmente, reemplazando,

$$Q_{in} = 22.62043858\,\mathrm{kJ}$$

■