Pauta Examen FIS1523

Fecha: 30 de junio de 2026

1. En un cilindro aislante se encierran 10 moles de aire junto con 10 g de hielo. La parte superior está cerrada por un pistón movible de masa despreciable y sin roce, como se muestra en la figura. Inicialmente el hielo se encuentra a una temperatura de 0 °C y el aire a una temperatura 30 °C. Considere que el flujo de calor entre el hielo y el aire es suficientemente lento de manera que el proceso es cuasiestático.

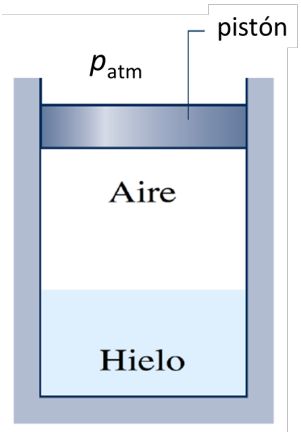
   a) Determine la temperatura de equilibrio del sistema aire-agua **(3 pts)**.

   b) Determine el trabajo neto realizado en el proceso **(1.5 pts)**.

   c) Calcule la variación de energía interna total del sistema y la variación de energía interna del agua **(1.5 pts)**.

   Considere que el aire se puede aproximar por un gas ideal diatómico ($c_p = 7R/2$). Trabaje con cinco cifras decimales.

   Datos: calor latente de fusión del hielo $L_f = 3.33 \cdot 10^5\,\mathrm{J/kg}$, densidad del hielo $\rho_h = 916\,\mathrm{kg/m^3}$, densidad del agua $\rho_{H_2O} = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$ (considere que la densidad del agua líquida no varía con la temperatura), calor específico del agua $c_{H_2O} = 4.19 \cdot 10^3\,\mathrm{J/kg \cdot K}$, constante universal de los gases $R = 8.314\,\mathrm{J/mol \cdot K}$ y $p_{\mathrm{atm}} = 100\,\mathrm{kPa}$.



1. El sistema está aislado, por lo que el calor total que entra o sale del sistema es cero. Luego los flujos internos de calor de entrada y salida deben ser iguales:

$$Q_{H_2O} = -Q_{aire} \quad (0.5\ pt.)$$

donde Q_{H_2O} es el calor que entra al hielo y Q_{aire} el calor que sale del aire.

La cantidad de calor necesaria para derretir todo el hielo que se encuentra a $0°C$ y luego aumentar la temperatura del agua líquida en ΔT está dado por

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}(L_f + c_{H_2O}\Delta T) \quad (0.5\ pt.)$$

donde $m_{H_2O} = 10\,g = 0.01\,kg$ y $\Delta T = T_e - 273\,K$, siendo T_e la temperatura final de equilibrio.

Luego,

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}(L_f + c_{H_2O}(T_e - 273(K)) \quad (0.5\ pt.)$$

Como el proceso ocurre a presión constante, se tiene que

$$Q_{aire} = c_p n \Delta T_{aire} = c_p n(T_e - T_{i,aire}) = \frac{7}{2} Rn(T_e - T_{i,aire}) \quad (0.5\ pt.)$$

donde $T_{i,aire} = 30°C = 303\,K$ y $n = 10$.

Usando las expresiones para los flujos de calor, se tiene

$$m_{H_2O}(L_f + c_{H_2O}(T_e - 273(K)) = -\frac{7}{2} nR(T_e - T_{i,aire}) \quad (0.5\ pt.)$$

Despejando T_e, se tiene

$$T_e = \frac{(7/2)RnT_{i,aire} - m_{H_2O}L_f + m_{H_2O}c_{H_2O} \times 273(K)}{m_{H_2O}c_{H_2O} + (7/2)nR}$$

Reemplazando valores numéricos resulta

$$T_e = 289.22\,K = 16.2°C \quad (0.5\ pt.)$$

El que la temperatura final sea mayor a cero grados Celsius implica que todo el hielo se derrite.

■

1. Dado que el sistema, que corresponde al interior del cilindro, está térmicamente aislado, lo que implica $\Delta Q = 0$, de la Primera Ley de la Termodinámica se tiene que

$$\Delta U = -W \quad (0.4\ pt.)$$

donde ΔU es la variación de energía interna y W es el trabajo realizado por el aire en el interior.

La presión sobre el pistón es constante e igual a la presión atmosférica externa, P_{atm}, luego el trabajo total realizado por el sistema está dado por

$$W = P_{atm}\Delta V \quad (0.3\ pt.)$$

La variación del volumen total corresponde al cambio de volumen del hielo al derretirse (distintas densidades entre el hielo y el agua líquida) y al cambio de volumen del gas, es decir

$$\Delta V = V_{agua} - V_{hielo} + \Delta V_{aire} \quad (0.3\ pt.)$$

Usando la Ecuación de Estado de los Gases Ideales, a presión constante la variación de volumen del aire está dada por

$$\Delta V_{aire} = \frac{nR}{P}(T_e - T_{i,aire}) \quad (0.3\ pt.)$$

Con $P = P_{atm} = 100\,kPa$, $n = 10$, $R = 8.314\,J/mol \cdot K$, $T_{i,aire} = 30°C$ y $T_e = 16.2°C$, reemplazando resulta

$$\Delta V_{aire} = -0.01147\,m^3$$

Adicionalmente,

$$V_{hielo} = \frac{M_{hielo}}{\rho_{hielo}} = 1.0917 \cdot 10^{-5} m^3\ ;\ V_{agua} = \frac{M_{agua}}{\rho_{H_2O}} = 1 \cdot 10^{-5} m^3$$

Luego,

$$\Delta V = 1 \cdot 10^{-5} m^3 - 1.0917 \cdot 10^{-5} m^3 - 0.01147\,m^3 = -0.01147 m^3 \quad (0.3\ pt.)$$

Entonces, el trabajo resulta ser

$$W = 10^5 Pa \times (-0.01147 m^3) = -1.147 \cdot 10^3 J \quad (0.2\ pt.)$$

y el cambio de energía interna del sistema es

$$\Delta U = -W = 1.147 \cdot 10^3 J \quad (0.2\ pt.)$$

La variación de energía interna del aire está dada por

$$\Delta U_{aire} = \frac{5}{2} nR(T_e - T_i) \quad (0.3\ pt.)$$

Reemplazando valores, resulta

$$\Delta U_{aire} = -2868.33\,J \quad (0.2\ pt.)$$

Luego, la variación de energía interna del agua es

$$\Delta U_{agua} = \Delta U - \Delta U_{aire} = 4015.33\,J \quad (0.5\ pt.)$$

■

2. Aire proveniente de una línea a 12 MPa y 15 °C fluye hacia un tanque rígido de 500 L, que inicialmente contiene aire a 100 kPa y 15 °C. El proceso ocurre rápidamente y es esencialmente adiabático. La válvula se cierra cuando la presión en el interior del tanque alcanza cierto valor P_2. Posteriormente, el tanque se enfría hasta la temperatura ambiente (15 °C), momento en el cual la presión interna es 5 MPa.

   Datos: $R_{\text{aire}} = 0{,}287\,\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$. Puede asumir calores específicos constantes $c_p = 1{,}004\,\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ y $c_v = 0{,}717\,\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$.

   Determine:

   a) La masa neta que entra al tanque **(1 pts)**.

   b) La presión P_2 **(2 pts)**.

   c) El calor intercambiado con el entorno **(1 pts)**.

   d) La entropía generada en el proceso completo **(2 pts)**.

1. La masa inicial de aire se puede determinar de

$$m_1 = \frac{P_1 V}{R_g T_1} = \frac{(100)(0.5)}{0.287 \cdot 288} = 0{,}605\,\text{kg} \qquad 0.3pts.$$

El tanque se llena hasta el estado 2 cuando alcanza su masa máxima, luego se enfría sin cambio de masa hasta el estado 3 ($T_1 = T_3 = 288\,\text{K}$) 0.1 pts., por tanto

$$m_2 = m_3 = \frac{P_3 V}{R_g T_3} = \frac{(5000)(0.5)}{0.287 \cdot 288} = 30{,}25\,\text{kg} \qquad 0.3pts.$$

Por tanto, la masa entrante es

$$m_e = m_3 - m_1 = 29{,}65\,\text{kg} \qquad 0.3pts.$$

2. El Cambio de energía del proceso $1 \to 2$ está dado por

$$m_2 u_2 - m_1 u_1 = h_e m_e\,, \qquad 0.7pts.$$

pues hay solo una entrada, no hay aplicación de trabajo ni calor y los cambios de energía cinética y potencial son despreciables.

Si tenemos calores específicos constantes, podemos usar $u = c_v T$ y $h = c_p T$, nos queda:

$$m_2 c_v T_2 - m_1 c_v T_1 = c_p T_e m_e\,, \qquad 0.3pts.$$

donde $T_e = 288\,\text{K}$. Despejamos T_2

$$T_2 = \frac{c_p T_e m_e + m_1 c_v T_1}{m_2 c_v} = (\gamma m_e + m_1)\frac{T_1}{m_2} = (1.4 \cdot 29.65 + 0.605)\frac{288\,\text{K}}{30.25} = 401\,\text{K} \qquad 0.5pts.$$

La presión la encontramos de

$$P_2 = \frac{m_2 R_g T_2}{V} = \frac{30.25 \cdot 0.287 \cdot 401}{0.5} = 6{,}963\,\text{MPa} \qquad 0.5pts.$$

3. El Cambio de energía del proceso $2 \to 3$ está dado por

$$m_3 u_3 - m_2 u_2 = Q\,, \qquad 0.6pts.$$

pues es un sistema cerrado y no hay aplicación de trabajo. Tomando $u = c_v T$, $m_3 = m_2$ y reemplazando los datos nos queda

$$Q = m_3 c_v (T_3 - T_2) = 30.25 \cdot 0.717 \cdot (288 - 401) = -2451\,\text{kJ} \qquad 0.4pts.$$

4. El cambio de entropía del proceso $1 \to 2$ lo obtenemos de

$$S_2 - S_1 = m_e s_e + S_{gen\,1\to 2} \qquad 0.4pts.$$

pues hay solo una entrada y no hay aplicación de calor.

El cambio de entropía del proceso $2 \to 3$ lo obtenemos de

$$S_3 - S_2 = \frac{Q}{T_a} + S_{gen\,2\to 3} \qquad 0.4pts.$$

Con T_a la temperatura ambiente. Sumando lo anterior y usando que $m_e = m_3 - m_1$ 0.1 pts. encontramos el cambio neto de entropía

$$S_3 - S_1 = m_3 s_3 - m_1 s_1 = (m_3 - m_1)s_e + \frac{Q}{T_a} + S_{gen} \qquad 0.2pts.$$

donde $S_{gen} = S_{gen\,1\to 2} + S_{gen\,2\to 3}$. Entonces

$$\begin{aligned} S_{gen} &= m_3 s_3 - m_1 s_1 - (m_3 - m_1)s_e - \frac{Q}{T_a} \\ &= m_3(s_3 - s_e) + m_1(s_e - s_1) - \frac{Q}{T_a} \qquad 0.2pts. \end{aligned}$$

Los cambios de entropía los podemos encontrar de la relación $ds = c_p \frac{dT}{T} - R_g \frac{dP}{P}$, luego

$$S_{gen} = m_3\left(c_p \ln\frac{T_3}{T_e} - R_g \ln\frac{P_3}{P_e}\right) + m_1\left(c_p \ln\frac{T_e}{T_1} - R_g \ln\frac{P_e}{P_1}\right) - \frac{Q}{T_a} \qquad 0.3pts.$$

Pero $T_1 = T_3 = T_e$, 0.1 pts. luego

$$S_{gen} = -m_3 R_g \ln\frac{P_3}{P_e} - m_1 R_g \ln\frac{P_e}{P_1} - \frac{Q}{T_a} \qquad 0.2pts.$$

Reemplazando los datos obtenemos

$$S_{gen} = -30.25 \cdot 0.287 \ln\frac{5}{12} - 0{,}605 \cdot 0.287 \ln\frac{12}{0.1} - \frac{-2451}{288} = 15{,}28\,\text{kJ/K} \qquad 0.1pts.$$

■

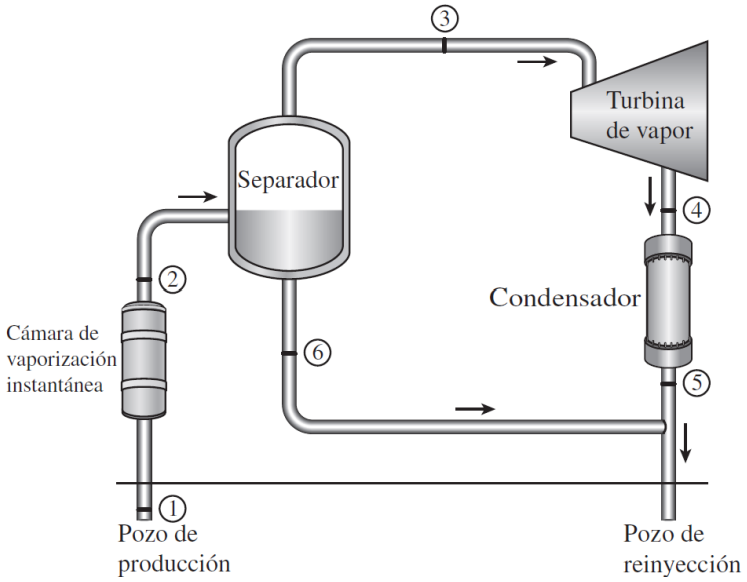
3. En la figura se muestra el esquema de una planta geotérmica con una sola cámara de vaporización instantánea, con los estados numerados.

   El recurso geotérmico corresponde a agua y se encuentra inicialmente como líquido saturado a una temperatura $T_1 = 230\,°\text{C}$. Este fluido es extraído desde el pozo de producción con un caudal másico $\dot{m}_1 = 230\,\text{kg/s}$ y luego se estrangula en la cámara de vaporización instantánea hasta alcanzar una presión $P_2 = 500\,\text{kPa}$, mediante un proceso isentálpico.

   Posteriormente, la mezcla ingresa a un separador, donde el vapor se separa de la fase líquida. El vapor saturado resultante se dirige hacia la turbina, ingresando a ella con una presión $P_3 = P_2$.

   La turbina opera en régimen estacionario y de manera adiabática. A su salida, el vapor presenta una presión $P_4 = 10\,\text{kPa}$ y una calidad del 90 %.

   Finalmente, este flujo entra al condensador y el líquido resultante es conducido hacia un pozo de reinyección junto con la fase líquida proveniente del separador.



   Considere que todos los dispositivos operan de manera estacionaria y que la turbina lo hace además, de manera adiabática.

   a) Determine el flujo másico del vapor a través de la turbina ($\dot{m}_3$) y el flujo másico que vuelve al pozo a la salida del separador ($\dot{m}_6$) **(2 pts)**.

   b) Determine la la eficiencia isentrópica de la turbina **(3 pts)**.

   c) Determine la producción de potencia por la turbina **(1 pts)**.

a) Considerando que el recurso geotérmico es agua, usaremos las tablas A-4 y A-5.
Para determinar el flujo másico del vapor a través de la turbina, consideremos que a ella ingresa sólo el vapor saturado que sale del separador, por lo tanto, el flujo másico será:

$$\dot{m}_3 = x_2 \cdot \dot{m}_1\,, \qquad \text{(0.3 ptos.)}$$

donde $\dot{m}_1 = 230\,\text{kg/s}$ y x_2 es la calidad del fluido en el separador, dado por:

$$x_2 = \frac{h_2 - h_f}{h_{fg}}\,,$$

con $h_f = 640.09\,\text{kJ/kg}$ (0.1 ptos.) y $h_{fg} = 2108\,\text{kJ/kg}$ (0.1 ptos.) valores obtenidos para $P_2 = 500\,\text{kPa}$.

Como $T_1 = 230\,^\circ\text{C}$ y $x = 0$ (líquido saturado), la entalpía en el estado 1 es $h_1 = h_{f,T_1} = 990,14\,\text{kJ/kg}$ (0.3 ptos.).
Finalmente, usando que $h_1 = h_2$ (0.3 ptos.):

$$x_2 = \frac{990,14 - 640.09}{2108} = 0.1661 \quad \text{(0.3 ptos.)} \qquad \text{y} \qquad \dot{m}_3 = 38.20\,\text{kg/s} \quad \text{(0.3 ptos.)}.$$

El flujo másico $\dot{m}_6$ será $\dot{m}_6 = \dot{m}_2 - \dot{m}_3 = 191.8\,\text{kg/s}$ (0.3 ptos.). ■

b) Para determinar la eficiencia isentrópica, requerimos las entalpías de los estados 3 y 4, puesto que:

$$\eta = \frac{W_{\text{real}}}{W_{\text{isentrópico}}} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \quad \text{(0.3 ptos.)}$$

donde se ha asumido que la turbina es adiabática ($\dot{Q} = 0$) (0.3 ptos.), opera de manera estacionaria ($\dot{E} = 0$) (0.3 ptos.) y que las variaciones de energías cinética y potencial son despreciables (0.3 ptos.).

Para el estado 3, consideramos que la calidad es 1 (vapor saturado) y la presión es $P_3 = P_2 = 500\,\text{kPa}$, por lo que $h_3 = h_{g,P_2} = 2748.1\,\text{kJ/kg}$ (0.3 ptos.) y la entrapía es $s_3 = s_{g,P_2} = 6.8207\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ (0.3 ptos.).

Para el estado 4, consideramos que en el proceso real, la calidad es $x_4 = 0.9$ y $P_4 = 10\,\text{kPa}$ (hay un 10 % de humedad), por lo que:

$$h_4 = h_f + x_4 h_{fg} = 191.811\,\text{kJ/kg} + (0.90)(2392.11\,\text{kJ/kg}) = 2344.7\,\text{kJ/kg} \quad \text{(0.3 ptos.)}$$

Para el proceso isentrópico de la turbina, $P_4 = 10\,\text{kPa}$ y $s_4 = s_3$. De la tabla A-5 se desprende que como $s_f < s_4 < s_g$, el agua se encuentra como mezcla con una calidad de:

$$x_{4s} = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.8207 - 0.6492}{7.4996} = 0.8229 \quad \text{(0.3 ptos.)}$$

se obtiene:

$$h_{4s} = 191.811\,\text{kJ/kg} + (0.8229)(2392.11\,\text{kJ/kg}) = 2160.3\,\text{kJ/kg} \quad \text{(0.3 ptos.)}$$

.
Entonces, la eficiencia isentrópica será:

$$\eta = \frac{2748.1 - 2344.7}{2748.1 - 2160.3} = 0,686 \quad \text{(0.3 ptos.)}.$$

■

c) La potencia de salida de la turbina la calculamos considerando $\dot{Q} = 0$ (0.3 ptos.), $\dot{E} = 0$ (0.3 ptos.), entonces el balance de energía es

$$\dot{W} = \dot{m}_3(h_3 - h_4) \quad \text{(0.3 ptos.)}.$$

Reemplazando los valores encontrados anteriormente se obtiene $\dot{W} = 15410\,\text{kW}$ (0.1 ptos.). ■