Solución I3: FIS1523 - Termodinámica

Facultad de Física
Pontificia Universidad Católica de Chile
Profs. Mario Favre y Griselda García
Primer Semestre 2011

1. El vapor entra a la turbina de una planta generadora de potencia a 5 MPa y 400°C y sale hacia el condensador a 10 kPa. La turbina produce 20000 kW con una eficiencia isentrópica de 85 %.

   a) ¿Cuál es el flujo de masa de vapor en el ciclo?

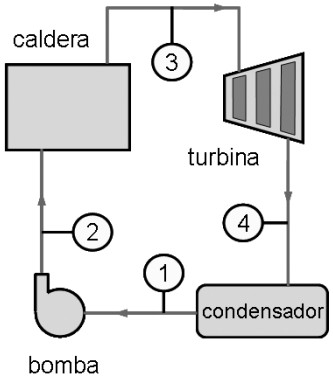
   b) ¿Cuál es la tasa de liberación de calor en el condensador?

   c) ¿Cuál es la eficiencia térmica del ciclo?

   d) ¿Cómo se compara la eficiencia del ciclo con la eficiencia de un ciclo de Carnot entre las mismas temperaturas extremas?

Solución

Para los distintos procesos del ciclo, consideremos las definiciones de la figura siguiente.



a) El flujo de masa de vapor, $\dot{m}$, se puede encontrar a partir de la relación que involucra la potencia $\dot{W}_T = 20\ 000$ kW desarrollada por la turbina:

$$\dot{W}_T = \dot{m} w_T$$

donde w_T es el trabajo específico real de la turbina, que está dado por

$$w_T = \eta_{ts} w_{Ts}$$

siendo $\eta_{ts} = 0.85$ la eficiencia isentrópica de la turbina y w_{Ts} el trabajo específico isentrópico.

De la figura,

$$w_{Ts} = h_3 - h_{4s}$$

La condición en 3 es $P_3 = 5$ MPa y $T_3 = 400°$C. De la tabla para vapor supercalentado a 5 MPa,

$$\begin{aligned} h_3 &= 3195.6 \text{ kJ/kg} \\ s_3 &= 6.6458 \text{ kJ/kg}\cdot K \end{aligned}$$

$h_4 s$ corresponde al estado en 4, y está dado por

$$h_{4s} = h_{4f} + x_4 \cdot h_{4fg}$$

Los valores de h_{4f} y h_{4fg} se obtiene de la tabla para agua saturada a $P_4 = 10$ kPa. Para obtener la calidad x_{4s} consideramos que en el proceso isentrópico $s_{4s} = s_3$, con

$$s_{4s} = s_{4f} + x_{4s} \cdot s_{4fg}$$

De la tabla para $P_4 = 10$ kPa se obtiene

$$\begin{aligned} s_{4f} &= 0.6492 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \\ s_{4fg} &= 7.4996 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \\ f_{4f} &= 191.81 \text{ kJ/kg} \\ h_{4fg} &= 2392.1 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

la calidad es

$$x_{4s} = \frac{s_{4s} - s_{4f}}{s_{4fg}} = \frac{6.6458 - 0.6492}{7.4996} = 0.7996$$

Reemplazando,

$$h_{4s} = 191.81 + 0.7996 \cdot 2392.1 = 2104.5 \text{ kJ/kg}$$

Con los valores obtenidos,

$$w_{Ts} = 3195.6 - 2104.5 = 1091.1 \text{ kJ/kg}$$

Así,

$$w_T = \eta_{Ts} \cdot w_{Ts} = 0.85 \cdot 1091.1 = 927.43 \text{ kJ/kg}$$

Finalmente,

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}_T}{w_T} = \frac{20000}{927.43} = 21.56 \text{ kg/s}$$

b) La tasa de liberación de calor en el condensador, proceso $4 \rightarrow 1$, está dada por

$$\dot{Q}_{con} = \dot{m} q_{con}$$

con

$$q_{con} = h_4 - h_1$$

En un ciclo de Rankine ideal la condición de entrada a la bomba, punto 1, corresponde a líquidos saturado. Con $P_1 = P_4 = 10$ kPa, de la tabla respectiva se obtiene

$$h_1 = 191.81 \text{ kJ/kg}$$

h_4 se obtiene de la expresión para el trabajo específico real de la turbina, esto es,

$$w_T = h_3 - h_4$$

Luego,

$$h_4 = h_3 - w_T = 3195.6 - 927.43 = 2268.17 \text{ kJ/kg}$$

Reemplazando,

$$q_{con} = 2268.17 - 191.81 = 2076.36 \text{ kJ/kg}$$

Finalmente,

$$\dot{Q}_{con} = \dot{m} q_c = 21.56 \cdot 2076.36 = 44766 \text{ kW}$$

c) La eficiencia térmica del ciclo, η_{ter}, está dada por la relación

$$w_{neto} = \eta_{ter} q_{cal}$$

donde q_{cal} es el calor cedido en la caldera y w_{neto} el trabajo neto, dado por

$$w_{neto} = w_T - w_b$$

con w_b el trabajo de la bomba, que a su vez está dado por

$$w_b = \int_1^2 v dP = h_2 - h_1$$

Dada la baja compresibilidad del agua, se puede considerar $v = v_1 = cte$ en el proceso, con $v_1 = v_{1f}$, líquido saturado, a $P_1 = 10$ kPa. De la tabla se obtiene $v_{1f} = 0.00101$ m^3/kg. Como $P_2 = P_3 = 5$ MPa, reemplazando,

$$w_b = v_{1f} (P_2 - P_1) = 0.00101 \cdot (5000 - 10) = 5.04 \text{ kJ/kg}$$

El flujo de calor en la caldera es

$$q_{cal} = h_3 - h_2$$

Del trabajo de la bomba,

$$h_2 = w_b + h_1 = 5.04 + 191.81 = 196.85 \text{ kJ/kg}$$

Luego,

$$q_{cal} = 3195.6 - 196.85 = 2998.75 \text{ kJ/kg}$$

Reemplazando

$$\eta_{ter} \frac{w_{neto}}{q_{cal}} = \frac{w_T - w_b}{q_{cal}} = \frac{927.43 - 5.04}{2998.75} = 0.308$$

d) La eficiencia del ciclo de Carnot equivalente es

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

En este caso $T_{max} = T_3 = 400°\text{C} = 673$ K, la temperatura de entrada a la turbina. La temperatura mínima corresponde a la entrada de la bomba, donde la temperatura es la temperatura de líquido saturado a $P_1 = 10$ kPa. De la tabla respectiva, $T_{min} = T_1 = T_{sat@10kPa} = 45.8°\text{C} = 318.8$ K. Reemplazando,

$$\eta_C = 1 - \frac{318.8}{673} = 0.526$$

2. La turbina a gas que funciona en un ciclo Brayton en una planta de potencia entrega una potencia de salida neta hacia un generador eléctrico de 100 MW. La mínima temperatura del ciclo es 300 K y la máxima temperatura es 1600 K. La presión mínima en el ciclo es 100 kPa y la relación de presiones del compresor es 14 a 1. Considere calores específicos constantes.

   a) Calcular la potencia de salida de la turbina.

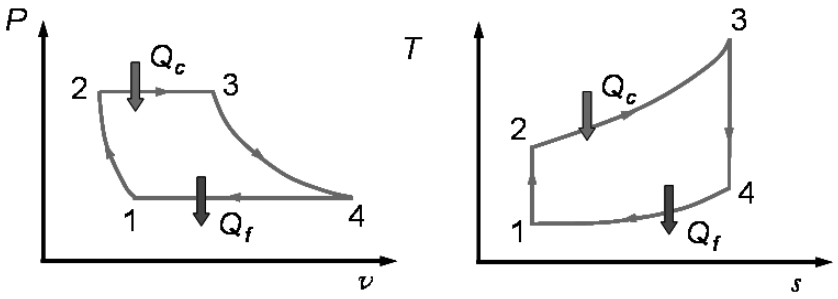
   b) ¿Qué fracción de la potencia generada por la turbina es necesaria para hacer funcionar el compresor?

   c) ¿Cuál es la eficiencia térmica del ciclo?

   Datos para el aire: $\gamma = 1.4$; $c_v = 0.718$ kJ/kg K; $c_p = 1.004$ kJ/kg K; $R_{aire} = 0.287$ kJ/kg K

Solución

Para ayudar con la solución, la figura siguiente muestra un ciclo de Brayton en diagramas $P - v$ y $T - s$.



a) La potencia de la turbina está dada por la relación

$$\dot{W}_T = \dot{m} w_T$$

donde w_T es el trabajo es pecífico de la turbina y $\dot{m}$ la tasa de flujo de masa de aire en el ciclo. La turbina opera en el proceso adiabático $3 \rightarrow 4$.

De acuerdo con la figura, la mínima temperatura es $T_1 = 300$ K, y la máxima es $T_3 = 1600$ K. Considerando los dos procesos a presión constantes, la razón de compresión es

$$r = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_4} = 14$$

El trabajo de la turbina, dado que el proceso es a presión constante y que usamos calores específicos constantes, está dado por

$$w_T = h_3 - h_4 = c_p \left(T_3 - T_4\right)$$

Considerando el aire como gas ideal y siendo el rpoceso $3 \rightarrow 4$ adiabático (isentrópico), se tiene

$$T_3 P_3^{(1-\gamma)/\gamma} = T_4 P_4^{(1-\gamma/\gamma)}$$

de donde se obtiene

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

Reemplazando,

$$T_4 = 1600 \left(\frac{1}{14}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 752.2 \text{ K}$$

Así,

$$w_T = 1.004 \cdot (1600 - 752.2) = 851.2 \text{ kJ/kg}$$

$\dot{m}$ se obtiene a partir de la relación

$$\dot{W}_{neto} \dot{m} w_{neto}$$

donde $\dot{W}_{neto} = 100$ MW $= 100\,000$ kW, y

$$w_{neto} = w_T - w_c$$

siendo w_c el trabajo del compresor, dado por

$$w_c = h_2 - h_1 = c_p \left(T_2 - T_1\right)$$

Por la misma razón que en el caso de la turbina, se tiene que,

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

Reemplazando,

$$T_2 = 300 \left(14\right)^{0} .286 = 638.1 \text{ K}$$

por lo que

$$w_c = 1.004 \left(638.1 - 300\right) = 339.5 \text{ kJ/kg}$$

Luego, reemplazando,

$$w_{neto} = 851.2 - 339.5 = 511.7 \text{ kJ/kg}$$

resultando

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}_{neto}}{w_{neto}} = \frac{100000}{511.7} = 195.4 \text{ kg/s}$$

Así, la potencia de salida de la turbina es

$$\dot{W}_T = \dot{m} w_T = 195.4 \dot{8}51.2 = 166.32 \text{ MW}$$

b) La fracción de la potencia generada por la turbina necesaria para hacer funcionar el compresor es

$$\frac{\dot{m}w_c}{\dot{m}w_T} = \frac{339.5}{851.2} = 0.399$$

c) La eficiencia térmica del ciclo es

$$\eta_t = \frac{w_{neto}}{q_c}$$

donde q_c es el calor transferido en la combustión, proceso $2 \rightarrow 3$, dado por

$$q_c = c_p\,(T_3 - T_2) = 1.004\,(1600 - 638.1) = 965.7 \text{ kJ/kg}$$

resultando para la eficiencia térmica

$$\eta_t = \frac{511.7}{965.7} = 0.53$$

3. Un motor a bencina tiene una relación de compresión de 8 y antes de la compresión tiene aire a 280 K y 85 kPa. La combustión genera un máximo de presión de 6500 kPa. Encontrar,

   a) La temperatura máxima.

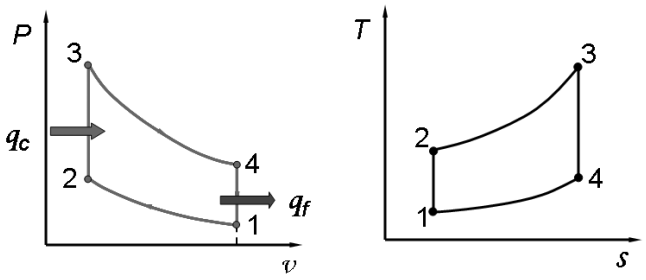
   b) La energía que se agrega con la combustión.

   c) La temperatura de liberaci;on de los gases de la combustión.

   d) Hacer gráfico cualitativo del ciclo en los diagramas $P - v$ y $T - s$.

Solución

Para ayuda en el desarrollo es conveniente generar los diagramas (pregunta d)), que se muestran a continuación



a) De la figura se concluye que la temperatura máxima es $T_{max} = T_3$.

De acuerdo con las figuras, considerando que el proceso $1 \to 2$ es de compresión, y el $3 \to 4$ es de expansión, $T_1 = 280$ K y $P_1 = 85$ kPa. La presión máxima es $P_3 = P_{max}$ = 6500 kPa, y la razón de compresión es

$$r = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_4}{v_3} = 8$$

Considerando el aire como gas ideal, satisface la ecuación de estado

$$Pv = RT$$

por lo que en el proceso $2 \to 3$, a volumen constante, se cumple

$$T_3 = \left(\frac{P_3}{P_2}\right) T_2$$

Los procesos de compresión y expansión son isentrópicos. Considerando el aire como gas ideal, se cumple que

$$P_2 v_2^{\gamma} = P_1 v_1^{\gamma}$$

lo que implica que

$$P_2 = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma} P_1 = r^{\gamma} P_1 = 8^{1.4} \cdot 85 = 1562 \text{ kPa}$$

En el proceso de compresión, $1 \rightarrow 2$, se cumple

$$T_2 v_2^{\gamma-1} = T_1 v_1^{\gamma-1}$$

por lo que

$$T_2 = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} T_1 = r^{\gamma-1} T_1 = 8^{0.4} \cdot 280 = 643.3 \text{ K}$$

Luego, reemplazando valores,

$$T_{max} = T_3 = \frac{6500}{1562} 643.3 = 2677 \text{ K}$$

b) El flujo de calor en la combustión ocurre a volumen constante, luego, usando la Primera Ley de la Termodinámica,

$$q_c = u_3 - u_2 = c_v \left(T_3 - T_2\right)$$

Reemplazando,

$$q_c = 0.717 \cdot (2677 - 643.3) = 1458 \text{ kJ/kg}$$

c) En la figura, la temperatura de liberaci;on de los gases de la combustión es T_4. Como el proceso $3 \rightarrow 4$ es isentrópico, se cumple

$$T_4 = \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\gamma-1} T_3 = \left(\frac{1}{r}\right) T_3$$

Reemplazando,

$$T_4 = \left(\frac{1}{8}\right) \cdot 2677 = 1165 \text{ K}$$