Pontificia Universidad Católica de Chile
FIS1523 - Termodinámica

Ayudantía Termodinámica n.1

Profesor: Francisco Castillo
Ayudante: Alessandro Santoni - asantoni@uc.cl
Viernes 18 de Marzo de 2022

Problema 1

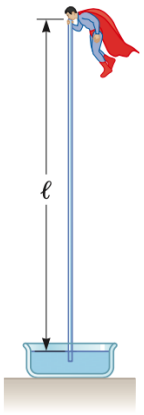
Tenemos un pendulo de largo L y masa M. Sabemos que en una condición de equilibrio, sin roce con el aire, el pendulo oscilará con un periodo definido T. A partir de las costantes involucradas en el problema y utilizando el análisis dimensional, encuentre una posible expresión del periodo T de oscilaciónes pequeñas.

Problema 2

Ocupando los conocimientos básicos sobre la presión de los fluidos, encuentre la masa total de la atmósfera de la Tierra. (El radio de la Tierra es $R = 6.37 \times 10^6 m$, y la presión atmosférica en la superficie es $1.013 \times 10^5 Pa$)

Problema 3

Superman está tratando tomar agua de una tina a través de una bombilla muy resistente y larga $L = 12m$, como mostrado en la figura. Sin embargo, a pesar de su fuerza y capacidad pulmonar, no logra su intento.

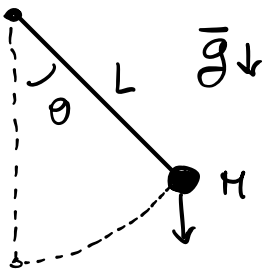


Explique porqué a partir de los principios que regulan la presión en los fluidos.

Problema 4

El Golden Gate Bridge en San Francisco tiene un largo principal de 1.28 km. Un cable de acero del mismo largo y de sección trasversal $A = 4.0 \times 10^{-6} m^2$ está conectado a las dos torres del puente. En un día de verano la temperatura del cable es de 35.0 grados Celsius. En invierno la situación se mantiene igual pero la temperatura baja a -10.0 grados Celsius, (a) encuentre la tensión del cable (Asumir el modulo de Young del acero igual a $20.0 \times 10^{10} N/m^2$ y el coeficiente de dilatación lineal del acero es de $11 \times 10^{-6} 1/C$). Si el estrés del acero supera su limite elástico de $3.0 \times 10^8 N/m^2$, el cable sufrirá una deformación permanente. (b) A que temperatura se llegaría al límite elástico? (c) Como cambiarían las respuestas a las preguntas (a) y (b) si el puente fuera largo el doble?

(P1) Las cantidades relevantes son las siguientes:



$[g] = [L][t]^{-2}$ (i.e: m/s^2)

$[L] = [L]$ (i.e: m)

$[M] = [m]$ (i.e: kg)

Hay que construir un tiempo a partir de estas cantidades. Observamos de inmediato que la masa no va a estar involucrada (como es nota T no depende de la masa del pendulo)

La unica combinación posible es: $\sqrt{L/g}$

que efectivamente difiere con la verdadera expresión del periodo por pequeñas oscilaciones $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ solo por un factor numerico 2π.

P2) La superficie de la Tierra es de $4\pi R^2$ aproximadamente y la presión ejercida sobre cada punto de esa superficie es

$P_{atm} = 1.013 \times 10^5 \, Pa$

Entonces la fuerza total ejercida será:

$$F = P_{atm} \cdot A = 4\pi R^2 P_{atm}$$

Sin embargo esa fuerza es debida al peso del aire en la atmósfera

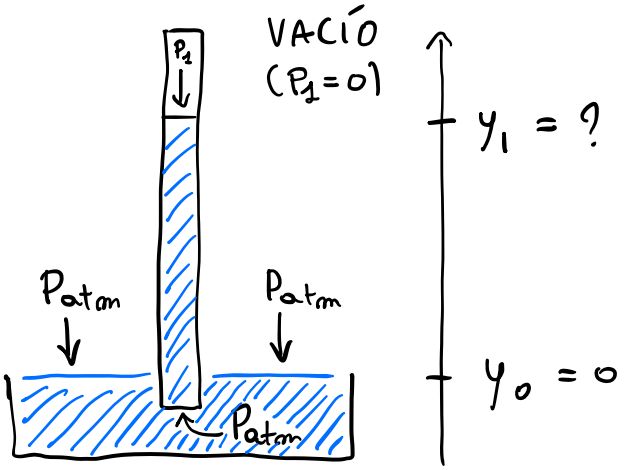
$$F = 4\pi R^2 P_{atm} = F_p = mg$$

De la cual podemos despejar la masa:

$$m = \frac{4\pi R^2 P_{atm}}{g} = \frac{4\pi (6.37 \times 10^6 \, m)^2 (1.013 \times 10^5 \, Pa)}{9.81 \, m/s^2} =$$

$$= 5.27 \times 10^{18} \, kg$$

(P3) Suponemos que Superman logre generar un vacío perfecto en la parte superior de la bombilla



Entonces al equilibrio, llamando A la sección de la bombilla, se tiene

$$P_0 A - P_1 A - \rho \cdot A (y_1 - y_0) g = 0 ;$$
$$P_0 - P_1^{\nearrow 0} - \rho (y_1 - y_0^{\nearrow 0}) g = 0 ;$$

Implicando $P_0 = \rho y_1 g$ y ahora resolvemos por y_1

$$y_1 = \frac{P_0}{\rho g} = \frac{1.013 \times 10^5 \, Pa}{(10^3 \, kg/m^3)(9.81 \, m/s^2)} = 10.3 \, m$$

El agua no llegaría hasta arriba

P4) Sabemos que el cambio de temperatura generaría una contracción del cable dada por la ley:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

(α: coeficiente de dilatación lineal)

Este tiene que ser balanceado por la tensión en el cable que generará una extensión de la misma longitud.

El esfuerzo de tensión entonces será

$$E = \frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L_0} = Y \alpha \Delta T \,, \quad \Delta T = 45°C$$

(Y: módulo de Young)

a) A partir del esfuerzo de tensión podemos calcular la tensión simplemente como

$$F = EA = YA\alpha\Delta T =$$

$$= \left(20.0 \times 10^{10} \, N/m^2\right)\left(4.00 \times 10^{-6} \, m^2\right) \cdot$$

$$\cdot \left(11 \times 10^{-6} \, °C^{-1}\right)\left(45.0°C\right) = 396 \, N$$

b) Conociendo el esfuerzo de tensión límite podemos calcular la variación de temperatura necesaria para generarlo:

$$\Delta T = \frac{E_{lim}}{Y\alpha} = \frac{3.00 \times 10^8 \ N/m^2}{(20.0 \times 10^{10} \ N/m^2)(11 \times 10^{-6} \ °C^{-1})} =$$

$$= 136 \ °C$$

Entonces para llegar al límite elástico se debería tener una temperatura de:

$$T_0 = 35°C \begin{cases} \nearrow \ T_0 - \Delta T = -101 \ °C \\ \searrow \ T_0 + \Delta T = +171 \ °C \end{cases}$$

c) No cambiarían porque como vimos al principio el largo inicial L_0 se simplifica en una relación:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\alpha L_0 \Delta T}{L_0} = \alpha \Delta T \rightarrow \text{no depende de } L_0$$