PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Dinámica
Primer Semestre 2019

Nombre: _____

RUT: _____ N lista: _____

Interrogación 3
Preguntas de desarrollo

Lunes 3 de junio 2019
Duración total: 150 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
5. Cualquier acto vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.

Reglas específicas a las preguntas de desarrollo:

1. Está permitido el uso de lápiz mina en las preguntas de desarrollo, pero pierde el derecho a recorrección.

Nombre: _____

RUT: _____

N lista: _____

Problema 1 [6 puntos]

Una pelota de masa m está unida a una cuerda de masa despreciable y longitud L, que puede girar alrededor de O, como muestra la figura. La pelota se deja caer desde el punto A, desciende y choca con un bloque de masa M inicialmente en reposo.

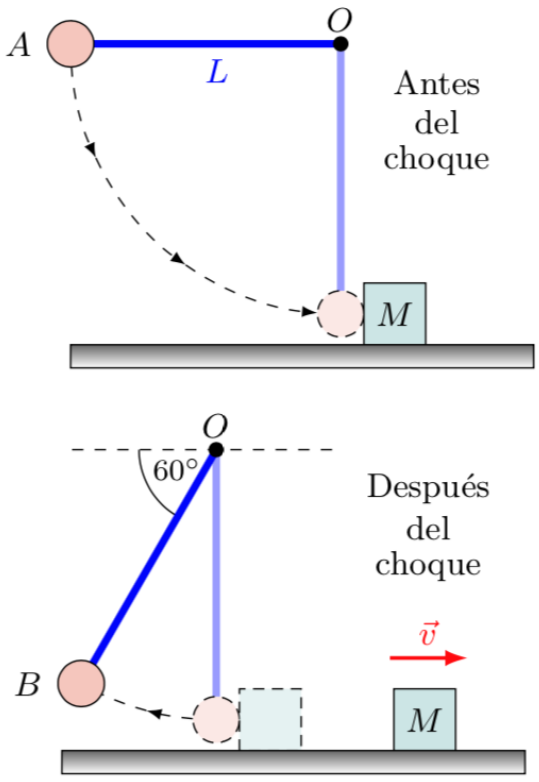
Después del choque la pelota vuelve hasta el punto B formando un ángulo de 60° con la horizontal. Determine:

a) La rapidez de la pelota justo antes del choque [2 puntos].

b) La rapidez de la pelota inmediatamente después del choque [2 puntos].

c) La rapidez del bloque M tras el choque [2 puntos].

Nota: Exprese todos sus resultados términos de las masas m, M, la aceleración de gravedad g y el largo de la cuerda L.



Pauta 1

a) Debido a que no hay fuerzas NO conservativas, la energía se conserva desde la posición inicial hasta antes del impacto de la pelota con el bloque [0.5 puntos].

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U_g = \frac{1}{2}mv_i^2 + mg\Delta h = \frac{1}{2}mv_i^2 - mgL = 0 \qquad \text{[1.0 puntos]}$$

donde v_i es la rapidez de la pelota justo antes del choque. Despejando encontramos:

$$v_i = \sqrt{2gL} \qquad \text{[0.5 puntos]}$$

b) Para calcular la rapidez de la pelota inmediatamente después del impacto, nuevamente usamos la conservación de la energía entre cuando la pelota ha rebotado contra el bloque y cuando llega a B [0.5 puntos]. La **variación de la energía** es dada por

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U_g = -\frac{1}{2}mv_f^2 + mg\Delta h = -\frac{1}{2}mv_f^2 + mg(L - L\sin 60°) = 0 \qquad \text{[1.0 puntos]}$$

donde v_f es la rapidez de la pelota inmediatamente después del impacto. Despejando encontramos:

$$v_f = \sqrt{2gL\,(1 - \sin 60°)} = \sqrt{gL\left(2 - \sqrt{3}\right)} \qquad \text{[0.5 puntos]}$$

c) La rapidez del bloque tras el choque se obtiene utilizando la conservación del *momentum* lineal durante el choque con la pelota [0.5 puntos]. El **cambio del *momentum* lineal** en la dirección horizontal para el sistema pelota-bloque es

$$\Delta p = p_f - p_i = (Mv - mv_f) - (mv_i) = 0 \qquad \text{[1.0 puntos]}$$

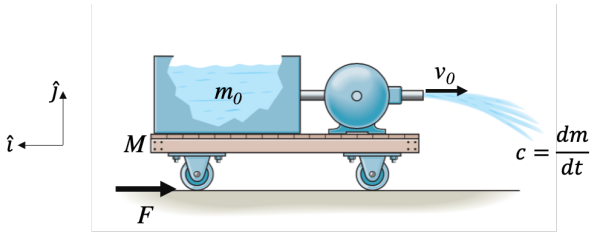
Despejando de la ecuación anterior la rapidez v del bloque después del choque obtenemos:

$$v = \frac{m}{M}(v_i + v_f) \qquad \text{[0.5 puntos]}$$

Problema 2 [6 puntos]

El carro de la figura tiene masa M y está inicialmente lleno con un volumen de agua que tiene masa m_0. En el extremo del carro, hay una bomba que eyecta agua a una tasa constante $dm/dt = c$, con una velocidad horizontal v_0 relativa al carro. Por otra parte, el carro experimenta una fuerza de roce total F con el suelo.

El carro parte desde el reposo, y después de un intervalo de tiempo dt, ha adquirido una una cierta rapidez dv hacia la izquierda (en dirección $\hat{\imath}$).



a) Encuentre una expresión para la masa total del carro (incluyendo el carro y el agua) en un instante de tiempo t cualquiera. [1 punto].

b) Escriba el principio de impulso y momentum lineal para el sistema para la dirección $\hat{\imath}$ en función de los datos del problema [2 puntos].

c) Encuentre una expresión para la aceleración del carro como función del tiempo. [1 punto].

d) ¿Cuál es la aceleración máxima que alcanzará el carro, suponiendo que toda el agua puede ser eyectada? [1 punto].

fe Encuentre una expresión para la velocidad del carro como función del tiempo. [1 punto].

Pauta 2

a) Encuentre una expresión para la masa total del carro (incluyendo el carro y el agua) en un instante de tiempo t cualquiera. [1 punto].

$$m(t) = M + m_0 - ct \tag{1}$$

b) Escriba el principio de impulso y momentum lineal para el sistema para la dirección $\hat{\imath}$ en función de los datos del problema [2 puntos].

$$\vec{p_i} + \vec{I} = \vec{p_f} \qquad [0.5p] \tag{2}$$

Donde $\vec{I}$ es el impulso de las fuerzas externas al sistema: $\vec{I} = -F \cdot dt\hat{\imath}$ [0.5 p].

Y el momentum inicial es: $\vec{p_i} = 0$ [0.5 p].

El momentum final es la suma del momentum del carro, más el de la masa de agua eyectada. La velocidad de la masa eyectada respecto a un sistema fijo es $(v - v_0)$. Por lo tanto, en la dirección $\hat{\imath}$ tenemos:

$$0 - F \cdot dt = (m - dm)dv + dm(dv - v_0) \tag{3}$$

Así se obtiene [0.5 puntos]:

$$-F \cdot dt = mdv - v_0 dm \tag{4}$$

$$-F = m\frac{dv}{dt} - v_0\frac{dm}{dt} \tag{5}$$

c) Encuentre una expresión para la aceleración del carro como función del tiempo. [1 punto].

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_0 c - F}{m} = \frac{v_0 c - F}{M + m_0 - ct} \tag{6}$$

ALTERNATIVA: Se puede considerar $F = \mu N = \mu mg$. En este caso, la aceleración queda:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_0 c}{m} - \mu g = \frac{v_0 c}{M + m_0 - ct} - \mu g \tag{7}$$

d) ¿Cuál es la aceleración máxima que alcanzará el carro, suponiendo que toda el agua puede ser eyectada?.

La máxima aceleración se alcanza cuando se agota toda el agua, es decir cuando $ct = m_0$, $m = M$ [0.5 punto]. Entonces, se alcanza

$$a_{\max} = \frac{v_0 c - F}{M} \tag{8}$$

[0.5 punto]

ALTERNATIVA: Si se considera $F = \mu N = \mu mg$, la aceleración máxima es:

$$a_{\max} = \frac{v_0 c - \mu g M}{M} \tag{9}$$

f) Encuentre una expresión para la velocidad del carro como función del tiempo.

A partir del punto c), tenemos:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_0 c - F}{m} = \frac{v_0 c - F}{M + m_0 - ct} \tag{10}$$

$$dv = (v_0 c - F)\frac{dt}{M + m_0 - ct} \qquad [0.5 puntos] \tag{11}$$

Integramos a ambos lados, entre el tiempo inicial $t = 0$ y un tiempo t:

$$\int_0^v dv = (v_0 c - F)\int_0^t \frac{dt}{M + m_0 - ct} \tag{12}$$

$$v(t) = \frac{(v_0 c - F)}{c}\ln\frac{M + m_0}{M + m_0 - ct} \qquad [0.5 puntos] \tag{13}$$

ALTERNATIVA: Si se considera $F = \mu N = \mu mg$,

$$dv = v_0 c\frac{dt}{M + m_0 - ct} - \mu g dt \qquad [0.5 puntos] \tag{14}$$

$$\int_0^v dv = v_0 c\int_0^t \frac{dt}{M + m_0 - ct} - \mu g\int_0^t dt \tag{15}$$

$$v(t) = v_0 \ln\frac{M + m_0}{M + m_0 - ct} - \mu g t \qquad [0.5 puntos] \tag{16}$$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Dinámica
Primer Semestre 2019

Interrogación 03 - Alternativas

Lunes 3 de junio 2019
Duración total: 150 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
5. Cualquier acto vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.

Reglas preguntas de selección múltiple:

1. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
2. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** 1/4 **de punto**.
3. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).

Problema 1 [1 punto]

Una pelota se deja caer desde el reposo a una altura h_i y tras rebotar en el piso alcanza una altura máxima $h_f (< h_i)$. Calcule el valor del coeficiente de restitución correspondiente a este rebote.

a) h_f/h_i

b) $(h_f/h_i)^2$

c) $1-(h_f/h_i)$

d) $1-\sqrt{h_f/h_i}$

e) $\sqrt{h_f/h_i}$

Solución: Antes y después del rebote se conserva la energía mecánica:

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow v_i = \sqrt{2gh_i}$$

$$mgh_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh_f}$$

Luego, $\epsilon = v_f/v_i = \sqrt{h_f/h_i}$.

Problema 2 [1 punto]

Un cohete se enciende desde el reposo en una plataforma espacial donde la gravedad es despreciable y empieza a quemar combustible y expulsarlo con rapidez v_{esc}. Si el cohete tiene masa inicial m_0 y la masa final es m, ¿cuál debe ser la razón m/m_0 para que el cohete alcance una rapidez final v igual a la rapidez con que expulsa el combustible quemado ($v = v_{esc}$)?

a) 1

b) $\sqrt{e}$

c) e^{-1}

d) 10

e) $\ln(10)$

Solución: Tenemos la ecuación $0 = m\frac{dv}{dt} - v_{esc}\frac{dm}{dt}$ que podemos reordenar como:

$$dv = v_{esc}\frac{dm}{m}$$

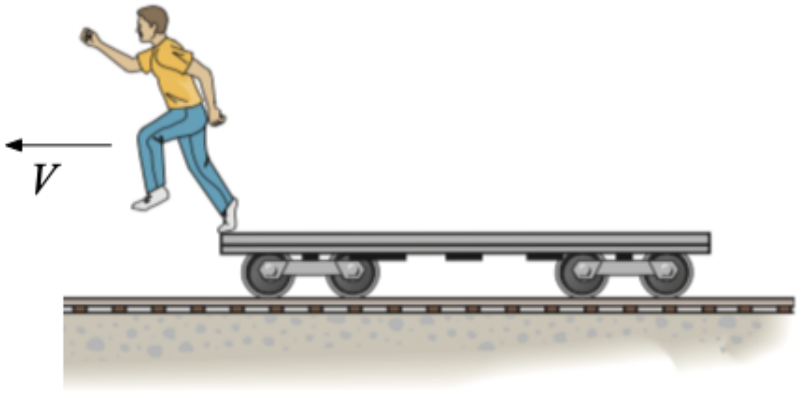
Integrando obtenemos:

$$\ln(m/m_0) = v/v_{esc}$$
$$\Rightarrow m/m_0 = e^{v/v_{esc}}$$

Luego como $v/v_{esc} = -1$, $\Rightarrow m/m_0 = e^{-1}$.

Problema 3 [1 punto]

Un estudiante está parado arriba de un carro que se encuentra en reposo. En cierto instante, el estudiante salta de un carro con una velocidad horizontal V relativa al carro. La masa del carro es M y la masa del estudiante es m.



Suponiendo que no existe roce entre las ruedas del carro y los rieles, ¿cuál es la magnitud de la velocidad del carro después del salto?

a) $MV/(M+m)$

b) $mV/(M+m)$

c) MV/m

d) mV/M

e) $V(M+m)/M$

Solución: El momentum inicial total del sistema es 0 ya que el carro y el estudiante están en reposo. Después que el estudiante salta, las velocidades del carro ($\vec{v_e}$) y del estudiante ($\vec{v_c}$) respecto al suelo son:

$$\vec{v_c} = v_c \cdot \hat{\imath} \tag{1}$$

$$\vec{v_e} = (v_c - V) \cdot \hat{\imath} \tag{2}$$

Luego por conservación de momentum en dirección horizontal:

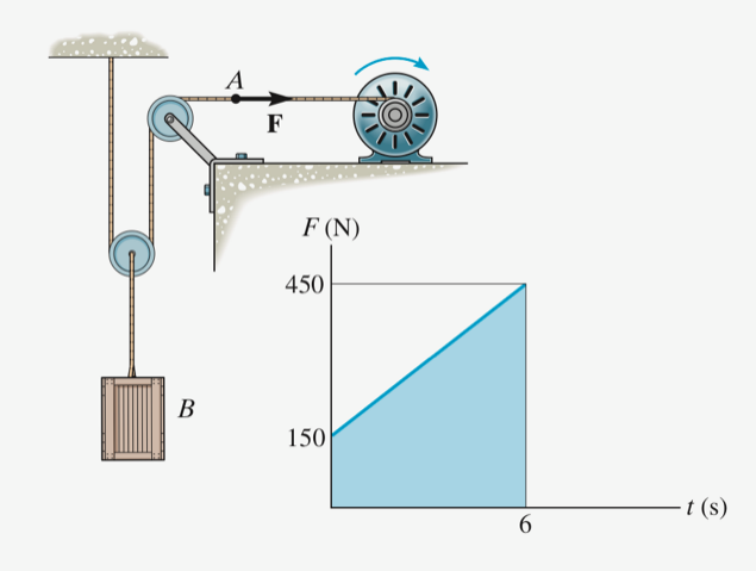
$$0 = mv_e + Mv_c = m(v_c - V) + Mv_c \tag{3}$$

$$0 = v_c(m+M) - mV \tag{4}$$

$$v_c = \frac{mV}{m+M} \tag{5}$$

Problema 4 [1 punto]

Un motor ejerce una fuerza F sobre la cuerda mostrada en la figura. Si en $t = 0$ la caja se mueve hacia abajo con velocidad 10 m/s, ¿ cuál es la velocidad de la caja B ($m_B = 40$ kg) en $t = 6$? Asuma $g = 10$ m/s^2.



a) 20 m/s hacia abajo.

b) 40 m/s hacia abajo.

c) 10 m/s hacia abajo.

d) 20 m/s hacia arriba.

e) 40 m/s hacia arriba.

Solución

:

Se asume la dirección $\hat{\jmath}$ positiva hacia arriba.
La fuerza total sobre la caja es: $(2F - mg)\hat{\jmath}$.
Su momento lineal inicial es: $\vec{p_i} = m\vec{v_i} = -400\hat{\jmath}$ [kg· m/s]. Por lo tanto, de acuerdo al principio de impulso y momento lineal, para la caja tenemos:

$$\vec{p_i} + \vec{I} = \vec{p_f} \rightarrow -400 + \int_0^6 (2F - mg)dt = mv_f \tag{6}$$

$$-400 + 2\int_0^6 Fdt - mg\int_0^6 \cdot dt = mv_f \tag{7}$$

Del gráfico: $\int_0^6 F dt = 6 \cdot 150 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 300 = 1800$ N·s.

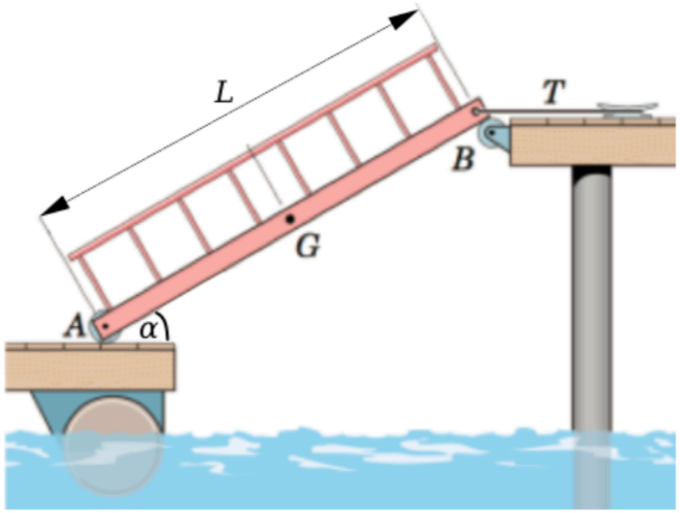
$$-400 + 2 \cdot 1800 - 40 \cdot 10 \cdot 6 = 40 \cdot v_f \tag{8}$$

$$v_f = 20 \quad \text{m/s} \tag{9}$$

La velocidad obtenida es positiva, por lo tanto se mueve hacia arriba.

Problema 5 [1 punto]

Una pasarela de masa M y largo L se dispone entre un muelle móvil (apoyo móvil A) y otro fijo (apoyo B), tal como lo presenta la figura. Si la distribución de masa de la pasarela es uniforme y G representa su centro de masa, encuentre el valor de la tensión T de la cuerda para que la pasarela se mantenga en equilibrio.



a) $Mg \sin\alpha$

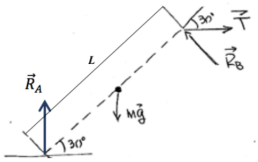
b) $\frac{Mg}{2} \tan\alpha$

c) $\frac{Mg}{2\cos\alpha}$

d) $Mg \cos\alpha$

e) $\frac{Mg}{\sin\alpha}$

Solución:

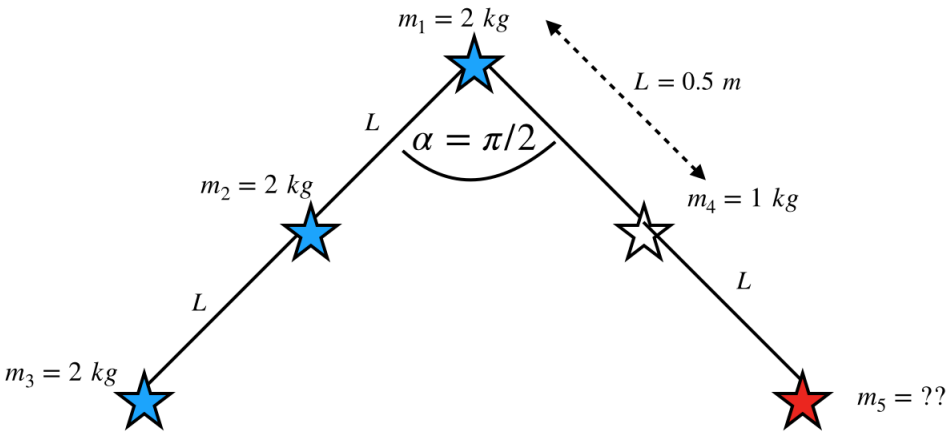


Por equilibrio de fuerzas tenemos las ecuaciones:
$T = R_B sen(\alpha)$

$R_B cos(\alpha) + R_A = Mg$
Por equilibrio de torque tenemos la ecuación:
$\frac{L}{2} Mgcos(\alpha) = LR_A cos(\alpha)$
Juntanto las ecuaciones despejamos la tensión:
$T = \frac{Mg}{2} tan(\alpha)$

Problema 6 [1 punto]

El rey Arturo se compró una lampara que está hecha de cinco estrellas, como se muestra en la figura.



Lamentablemente, la masa de la cuarta estrella m_4 es distinta a las masas m_1, m_2, m_3. Si la lámpara se cuelga en el punto de la primera estrella (m_1), ¿qué masa m_5 hay que colocar para que la lámpara quede nivelada (es decir, que m_3 esté a la misma altura que m_5)?
Asuma que las conexiones entre las estrellas tienen un peso insignificante.

a) 2,5 kg

b) 3 kg

c) 3,5 kg

d) 4 kg

e) 4,5 kg

Solución:

- Centro de masa en coordenada $\hat{x}$:

$$0 \cdot m_1 - \cos(\pi/4) L m_2 - \cos(\pi/4) 2L m_3 + \cos(\pi/4) L m_4 + \cos(\pi/4) 2L m_5 \equiv 0 \tag{10}$$

así que

$$m_5 = \frac{1}{2}(m_2 + 2m_3 - m_4) = 2{,}5\ kg \tag{11}$$