# Examen
# Estática y Dinámica

Facultad de Física

Jueves 27 de noviembre de 2014

Nombre: #Alumno Sección:

**Instrucciones:**

**-Tiene 2 horas para resolver los siguientes problemas.**

**-Marque con una CRUZ sólo la alternativa que considere correcta en esta hoja de respuesta.**

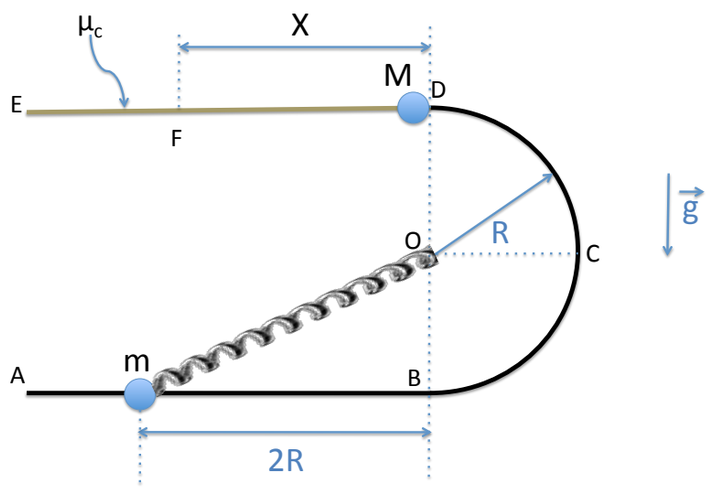
**-Todos los problemas tienen el mismo peso en la nota final.**

**-No está permitido utilizar calculadora ni teléfono celular.**

## TABLA DE RESPUESTAS

| Pregunta | a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| 13 | | | | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |
| 16 | | | | |
| 17 | | | | |
| 18 | | | | |
| 19 | | | | |
| 20 | | | | |
| 21 | | | | |
| 22 | | | | |
| 23 | | | | |

**Enunciado para problemas 1 a 5.**
Considere el sistema mostrado en la figura, el cual consiste de una guía metálica $ABCDE$ por la cual se desplazan argollas de masa $m$ y $M$, las que para efectos de este problema pueden ser consideradas como cuerpos puntuales. La argolla de masa $m$ está ligada a un resorte de masa despreciable, constante elástica $k$ y largo natural $R$, el cual está pivotado en un soporte fijo en el punto $O$. El tramo recto $AB$ de la guía y el semicircular $BCD$ (de radio $R$) están libre de roce, sin embargo el tramo recto $DE$ tiene un coeficiente de roce cinético de valor $\mu_c$. Si en cierto instante el sistema se deja evolucionar libremente con las argollas ubicadas inicialmente en las posiciones mostradas en la figura abajo, determine:




**Problema 1.** La energía potencial elástica ($U_i$) almacenada inicialmente en el resorte.

a) $U_i = \dfrac{5}{2}kR^2$

b) $U_i = \dfrac{1}{2}kR^2$

c) $U_i = \left(\dfrac{5}{2} - \sqrt{5}\right)kR^2$

d) $U_i = (3 - \sqrt{5})kR^2$

**Problema 2.** El máximo valor posible de la masa $m$ para que la correspondiente argolla llegue al punto $D$.

a) $m = \dfrac{U_i}{4gR}$

b) $m = \dfrac{2U_i}{gR}$

c) $m = \dfrac{U_i}{gR}$

d) $m = \dfrac{U_i}{2gR}$

**Problema 3.** El módulo de la fuerza ($F$) que la guía semicircular realiza sobre la argolla de masa $m$ cuando pasa por el punto $C$. (considere que el valor de $m$ es tal que la argolla pasa por C con una rapidez distinta de cero)

a) $F = \dfrac{U_i}{2R}$

b) $F = mg$

c) $F = 2\left(\dfrac{U_i}{R} - mg\right)$

d) $F = 0$

**Problema 4.** La velocidad $v_M$ que adquiere la argolla de masa $M$, inicialmente en reposo, justo después de que la argolla de masa $m$ la choca elásticamente es, (considere que $M = m$)

a) $v_M = \sqrt{2}\sqrt{\dfrac{U_i}{m} - 2gR}$

b) $v_M = \sqrt{\dfrac{U_i}{m} - gR}$

c) $v_M = \sqrt{2}\sqrt{\dfrac{U_i}{m} - gR}$

d) $v_M = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{U_i}{m} - 2gR}$

**Problema 5.** La distancia $X$ que recorre la argolla de masa $M$ luego de ser impactada por la argolla de masa $m$ y hasta que alcanza nuevamente el estado de reposo.

a) $X = \dfrac{U_i}{\mu_c mg}$

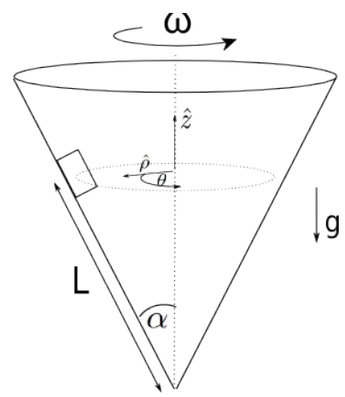
b) $X = \dfrac{U_i}{\mu_c mg} - \dfrac{2R}{\mu_c}$

c) $X = 2R$

d) $X = \dfrac{U_i}{\mu_c mg} - \left(\dfrac{5}{2} - \sqrt{5}\right)R$

## Enunciado para problemas 6 a 9.

En la figura, un bloque de masa $m$ se apoya sobre la superficie interna de un cono de ángulo $\alpha$, el cual gira con rapidez angular $\omega$ respecto al eje $\hat{z}$. Entre el bloque y el cono hay un coeficiente de roce estático $\mu_e$ y dinámico $\mu_d$. Asuma que el bloque no desliza sobre el cono, y la distancia $L$ se mantiene constante.




**Problema 6.** Asuma por un momento que $\omega = 0$ (sin rotación). El ángulo crítico mínimo $\alpha_c$ tal que el bloque no deslice viene dado por:

a) $\mu_c = \cos\alpha$

b) $\mu_c = \dfrac{1}{\tan\alpha}$

c) $\mu_c = \tan\alpha$

d) $\mu_c = \sin\alpha$

Ahora considere el caso $\omega > 0$.

**Problema 7.** La aceleración en coordenadas cilíndricas es

a) $\vec{a} = \omega^2 L\cos(\alpha)\,\hat{\rho}$

b) $\vec{a} = -\omega^2 L\sin(\alpha)\,\hat{\rho}$

c) $\vec{a} = \omega^2 L\sin(\alpha)\,\hat{\theta}$

d) $\vec{a} = -\omega^2 L\cos(\alpha)\,\hat{\theta}$

Asuma desde ahora el caso en que la fuerza de roce $f_r > 0$ apunta hacia arriba por la superficie del cono.

**Problema 8.** Llamando $N$ al módulo de la normal, la fuerza neta que siente el bloque es

a) $\vec{F} = (f_r\sin\alpha - N\cos\alpha)\,\hat{\rho} + (-mg + N\sin\alpha + f_r\cos\alpha)\,\hat{z}$

b) $\vec{F} = (f_r\sin\alpha - N\cos\alpha)\,\hat{\rho} + (-mg + N\sin\alpha + f_r\cos\alpha)\,\hat{z}$

c) $\vec{F} = f_r\cos\alpha\;\hat{\rho} + (-mg + N\cos\alpha)\,\hat{z} - m\omega^2 L\sin\alpha\;\hat{\theta}$

d) $\vec{F} = -N\sin\alpha\;\hat{\rho} + (-mg + N\cos\alpha + f_r\sin\alpha)\,\hat{z} - m\omega^2 L\sin\alpha\;\hat{\theta}$

**Problema 9.** Al resolver la ecuación de movimiento, el valor de la fuerza de roce es

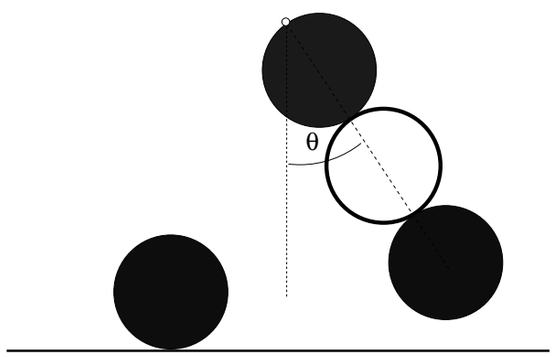
a) $f_r = \dfrac{\frac{mg}{\tan\alpha} - m\omega^2 L\sin\alpha}{\sin\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}}$

b) $f_r = \mu_e N$

c) $f_r = \dfrac{\frac{mg}{\cos\alpha} + m\omega^2 L\sin\alpha}{\sin\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}}$

d) $f_r = \dfrac{-\frac{mg}{\tan\alpha} + m\omega^2 L\sin\alpha}{\sin\alpha - \frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}}$

**Enunciado para problemas 10 a 13.**
El péndulo rígido de la figura está formado por dos discos y un anillo como se muestra en la figura. Las tres partes tienen radio $R$ y masa $m$. El péndulo puede rotar libremente en torno a un pivote ubicado en uno de sus extremos.




**Problema 10.** Detemine el momento de inercia $I$ del péndulo en torno al pivote.

a) $I = 2mR^2$

b) $I = 5mR^2$

c) $I = \dfrac{75}{2}mR^2$

d) $I = 35mR^2$

**Problema 11.** El péndulo se deja caer desde el reposo partiendo de una posición $\theta_0$. Su aceleración angular inicial será ($\alpha = \ddot{\theta}$)

a) $\alpha = -\dfrac{3mgR\cos\theta_0}{I}$

b) $\alpha = -\dfrac{9mgR\cos\theta_0}{I}$

c) $\alpha = -\dfrac{3mgR\,\mathrm{sen}\,\theta_0}{I}$

d) $\alpha = -\dfrac{9mgR\,\mathrm{sen}\,\theta_0}{I}$

**Problema 12.** Al llegar a la posición vertical la velocidad angular $\omega_f$ del péndulo será

a) $\omega_f = \sqrt{\dfrac{18mgR(1-\cos\theta_0)}{I}}$

b) $\omega_f = \sqrt{\dfrac{36mgR(1-\cos\theta_0)}{I}}$

c) $\omega_f = \sqrt{\dfrac{18mgR(1-\operatorname{sen}\theta_0)}{I}}$

d) $\omega_f = \sqrt{\dfrac{36mgR(1-\operatorname{sen}\theta_0)}{I}}$

**Problema 13.** Justo al llegar a la posición vertical, el péndulo colisiona con un disco de radio $R$ y masa $m$, que se encuentra en reposo sobre un plano horizontal sin roce, ubicado a una distancia $6R$ bajo el pivote. Después de la colisión el péndulo queda en reposo. La velocidad final del disco será

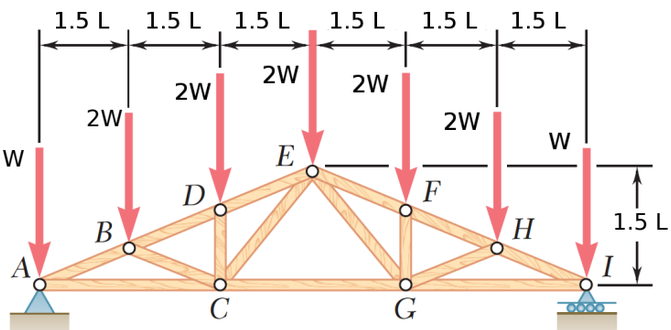
a) $v_f = \dfrac{2I\omega_f}{5mR}$

b) $v_f = \dfrac{I\omega_f}{10mR}$

c) $v_f = \dfrac{I\omega_f}{5mR}$

d) $v_f = \dfrac{2I\omega_f}{15mR}$

**Enunciado para problemas 14 a 16.**
Considere la siguiente armadura cargada como se muestra en la figura abajo.




**Problema 14.** Determine la magnitud de la reacción vertical en el punto A.

a) $R_A = 6W$

b) $R_A = 5W$

c) $R_A = 7W$

d) $R_A = W$

**Problema 15.** Determine la magnitud del módulo de la fuerza en las barras DE, CE

a) $F_{DE} = 3\sqrt{10}W$; $F_{CE} = 2\sqrt{2}W$
b) $F_{DE} = 6\sqrt{10}W$; $F_{CE} = \sqrt{2}W$
c) $F_{DE} = 4\sqrt{10}W$; $F_{CE} = 3\sqrt{2}W$
d) $F_{DE} = 9\sqrt{10}W$; $F_{CE} = 6\sqrt{2}W$

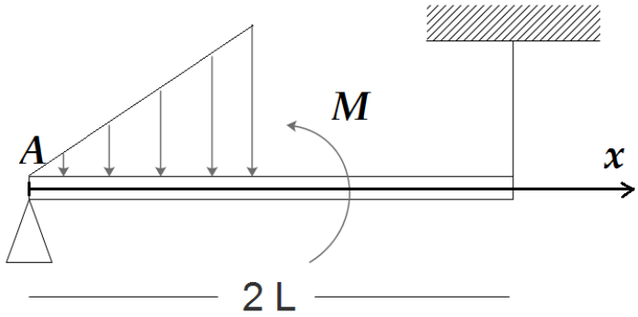
**Problema 16.** El estado de los miembros EF y GE es

a) EF bajo tracción (tensión); GE bajo compresión
b) EF bajo compresión; GE bajo tracción (tensión)
c) EF bajo compresión; GE bajo compresión
d) EF bajo tracción (tensión); GE bajo tracción (tensión).

**Enunciado para problemas 17 a 19.**
En la Figura se muestra una barra sin masa de largo $2L$. Sobre ella se aplica una carga distribuida del tipo

$$f(x) = \frac{2Wx}{L^2},$$

$0 < x < L$, donde $x$ esta medido desde el punto A. El extremo derecho de la barra está sujeto por un cuerda. Además en el centro de la barra se aplica un torque externo de valor $M$.




1

**Problema 17.** Calcule la fuerza total producto de la carga distribuida y su punto equivalente de aplicación.

a) $F = W$; $\overline{x} = \dfrac{2L}{3}$
b) $F = 3W$; $\overline{x} = \dfrac{3L}{4}$
c) $F = \dfrac{W}{3}$; $\overline{x} = \dfrac{3L}{4}$
d) $F = \dfrac{2W}{3}$; $\overline{x} = \dfrac{2L}{3}$

Llamando $F$ a la fuerza equivalente y $\bar{x}$ su punto de aplicación,

**Problema 18.** Calcule, para el caso $M = 0$, la reaccin en $A$ y la tensin $T$ de la cuerda:

a) $A = \left(1 - \dfrac{\bar{x}}{2L}\right) F \quad , \quad T = \dfrac{\bar{x}}{2L} F$

b) $A = \dfrac{\bar{x}}{2L} F \quad , \quad T = \left(1 - \dfrac{\bar{x}}{2L}\right)$

c) $A = \dfrac{\bar{x}}{2L} F \quad , \quad T = \dfrac{\bar{x}}{2L} F$

d) $A = -\left(1 + \dfrac{\bar{x}}{2L}\right) F \quad , \quad T = \dfrac{\bar{x}}{2L} F$

**Problema 19.** Calcule el valor de $M$ tal que la tensión de la cuerda sea cero.

a) $M = \bar{x} F$

b) $M = -\bar{x} F$

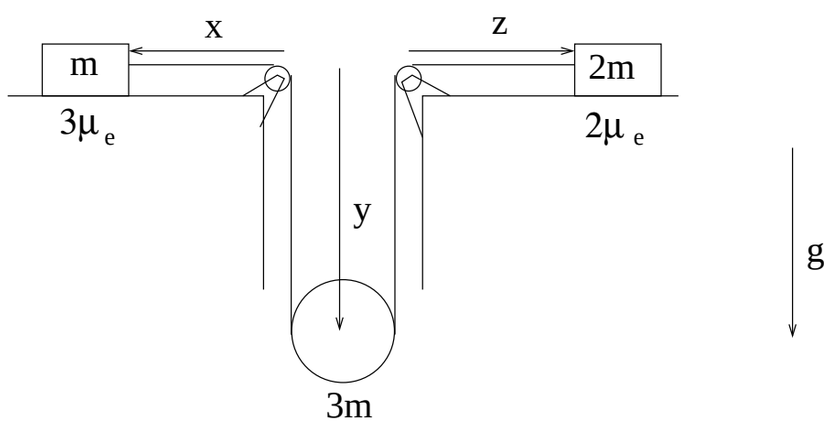
c) $M = \dfrac{1}{2} \bar{x} F$

d) $M = -\dfrac{1}{2} \bar{x} F$

**Enunciado para problemas 20 a 23.**

Las cuatro preguntas siguientes se refieren al sistema de la figura, el cual consiste en dos bloques de masas $m$ y $2m$ que se mueven a lo largo de las superficies horizontales de la figura. Ambos bloques están atados a una cuerda ideal que pasa por un cuerpo de masa $3m$ que se nueve a lo largo de la vertical (ver figura). No hay roce entre la cuerda y el cuerpo de masa $3m$ (este cuerpo por tanto no rota!). Entre el bloque de masa $m$ y la mesa de la izquierda hay un coeficiente de roce estático igual al dinámico, ambos iguales a $3\mu$, en tanto que entre el bloque $2m$ y la mesa de la derecha hay un coeficiente de roce estático igual al dinámico, ambos iguales a $2\mu$.

es $2\mu_e$.



**Problema 20.** El valor mínimo de $\mu_e$ para que el sistema total no se mueva es:

a) $\mu_e = 1$

b) $\mu_e = \dfrac{3}{8}$

c) $\mu_e = \dfrac{1}{2}$

d) $\mu_e = 2$

**Problema 21.** La relación de ligadura de la cuerda está dada por

a) $\dot{x} + 2\dot{y} + \dot{z} = 0$

b) $\dot{x} - 2\dot{y} + \dot{z} = 0$

c) $\dot{x} + \dot{y} + \dot{z} = 0$

d) $\dot{x} - \dot{y} + \dot{z} = 0$

**Problema 22.** Suponga ahora que el coeficiente $\mu = 1/4$. Entonces el sistema se va a mover. La Tensión de la cuerda es:

a) $T = mg$

b) $T = 2mg$

c) $T = \dfrac{39}{34}mg$

d) $T = \dfrac{5}{34}mg$

**Problema 23.** Y, en ese caso, la aceleración del cuerpo de masa $3m$ es:

a) $\ddot{y} = \dfrac{4}{17}g$

b) $\ddot{y} = g$

c) $\ddot{y} = \dfrac{1}{2}g$

d) $\ddot{y} = \dfrac{13}{17}g$