PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física
FIS1514 — Dinámica
Segundo Semestre 2025
Profesores: Rafael Benguria, Jaime Clark, Pablo León, Iván Muñoz,
Rodrigo Soto, Diego Teca y Alejandro Varas

Nombre: _____

RUT: _____ N lista: _____

Interrogación 1 Recuperativa

26 de septiembre 17:30-19:30 hrs

Reglas generales:

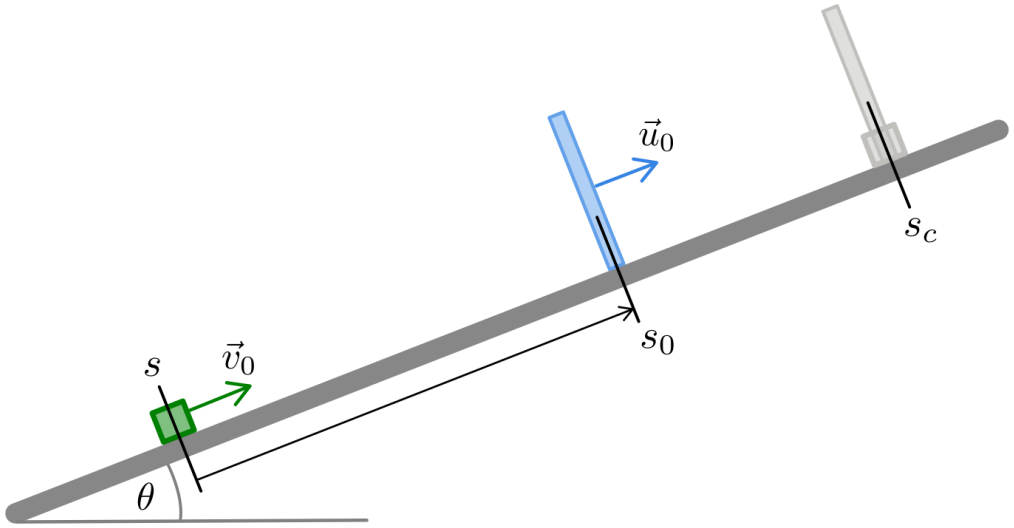
1. Escriba su nombre y RUT de manera clara y legible en cada hoja.
2. El tiempo para responder es 120 minutos.
3. Durante el desarrollo de la interrogación no hay consultas.
4. Está prohibido el uso de calculadoras, celulares, tablets, etc.
5. Cualquier acto vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.

Nombre: _____

RUT: _____

Problema 1 [6 puntos]

Sobre un plano inclinado sin rozamiento de ángulo $\theta = 30°$, se lanza hacia arriba del plano un bloque desde el origen $s = 0$ con rapidez inicial $v_0 = 9\,\mathrm{m/s}$. En el mismo instante, una plataforma situada en $s_0 = 4\,\mathrm{m}$ sube por el plano con velocidad inicial $u_0 = 2\,\mathrm{m/s}$ y aceleración constante $a = 1{,}0\,\mathrm{m/s^2}$ (siempre a lo largo del plano, hacia arriba). El eje s se mide a lo largo del plano, positivo cuesta arriba.



Indicación: Use $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

a) Determine el primer instante t_c en que el bloque alcanza a la plataforma.

b) Calcule la velocidad del bloque en ese instante.

c) Determine la posición s_c (a lo largo del plano) donde ocurre el encuentro.

Nombre: _____

RUT: _____

Desarrollo:

a) La posición del bloque está dada por:

$$s_b(t) = v_0\, t - \tfrac{1}{2}\, g \sin\theta\, t^2, \quad \textbf{(0,5pts)}$$

y la posición de la plataforma está dada por:

$$s_p(t) = s_0 + u_0\, t + \tfrac{1}{2}\, a t^2. \quad \textbf{(0,5pts)}$$

El encuentro ocurre en $t = t_c$, cuando, $s_b(t_c) = s_p(t_c)$, es decir:

$$v_0 t_c - \tfrac{1}{2}(g \sin\theta) t_c^2 = s_0 + u_0 t_c + \tfrac{1}{2} a t_c^2. \quad \textbf{(0,3pts)}$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$\boxed{t_c = \frac{(v_0 - u_0) \pm \sqrt{(v_0 - u_0)^2 - 2(g \sin\theta + a)\, s_0}}{g \sin\theta + a}} \quad \textbf{(0,5pts)}$$

Usando los valores del problema, se tiene que:

$$\boxed{t_c = 1\,\text{s}} \quad \textbf{(0,2pts)}$$

donde se ha descartado otra la solución ($t_c = \frac{4}{3}$ s) porque el bloque y la plataforma ya se han encontrado.

b) La velocidad del bloque en $t = t_c$ está dada por:

$$\begin{aligned} v_b(t_c) &= v_0 - g \sin\theta\, t_c \quad \textbf{(0,8pts)} \\ &= v_0 - g\, \sin\theta \left[\frac{(v_0 - u_0) - \sqrt{(v_0 - u_0)^2 - 2(g \sin\theta + a)\, s_0}}{g \sin\theta + a} \right] \quad \textbf{(1,0pts)} \end{aligned}$$

Por lo tanto, usando los valores del problema:

$$\boxed{v_b(t_c) = 4\,\text{m/s}}. \quad \textbf{(0,2pts)}$$

c) La posición a lo largo del plano del encuentro ocurre en un tiempo $t = t_c$ **(0.4 pts)**, por lo tanto:

$$\begin{aligned} s_b(t_c) &= v_0\, t_c - \tfrac{1}{2}\, g\, \sin\theta\, t_c^2 \quad \textbf{(0,4pts)} \\ &= v_0\, t_c - \tfrac{1}{2}\, g\, \sin\theta \left[\frac{(v_0 - u_0) - \sqrt{(v_0 - u_0)^2 - 2(g \sin\theta + a)\, s_0}}{g \sin\theta + a} \right]^2. \quad \textbf{(0,8pts)} \end{aligned}$$

Usando los valores del problema:

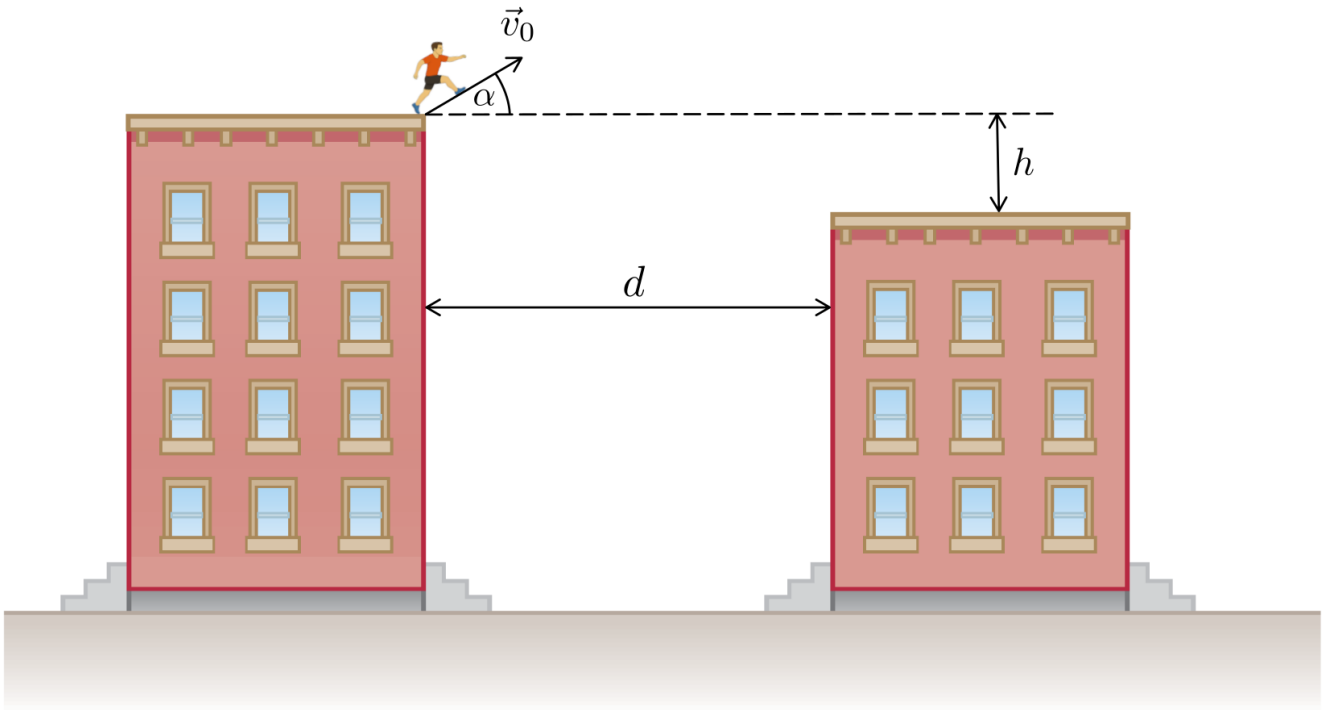
$$\boxed{s_b(t_c) = 6{,}5\,\text{m}.} \quad \textbf{(0,4pts)}$$

Nombre: _____

RUT: _____

Problema 2 [6 puntos]

Tu amigo, récord nacional de salto largo con una marca de 8,1 metros, se encuentra en lo alto de un edificio que se está incendiando. Para salvarse, necesita saltar a un edificio cuyo techo está a $h = 3\,\text{m}$ por debajo de donde está él y a una distancia horizontal $d = 10\,\text{m}$.



Indicación: Use $g = 10\,\text{m/s}^2$.

(a) Demuestre que para un proyectil, cuya altura inicial es igual a la final, el ángulo α que produce el mayor alcance es 45°. Asumiendo $\alpha = 45°$, calcule la rapidez v_0 con la cuál tu amigo saltó para hacer el récord nacional **(2 pts)**

(b) ¿Puede tu amigo llegar saltando al techo del otro edificio (asuma los mismos valores para v_0 y α del inciso anterior)? Justifique **(2.5 pts)**

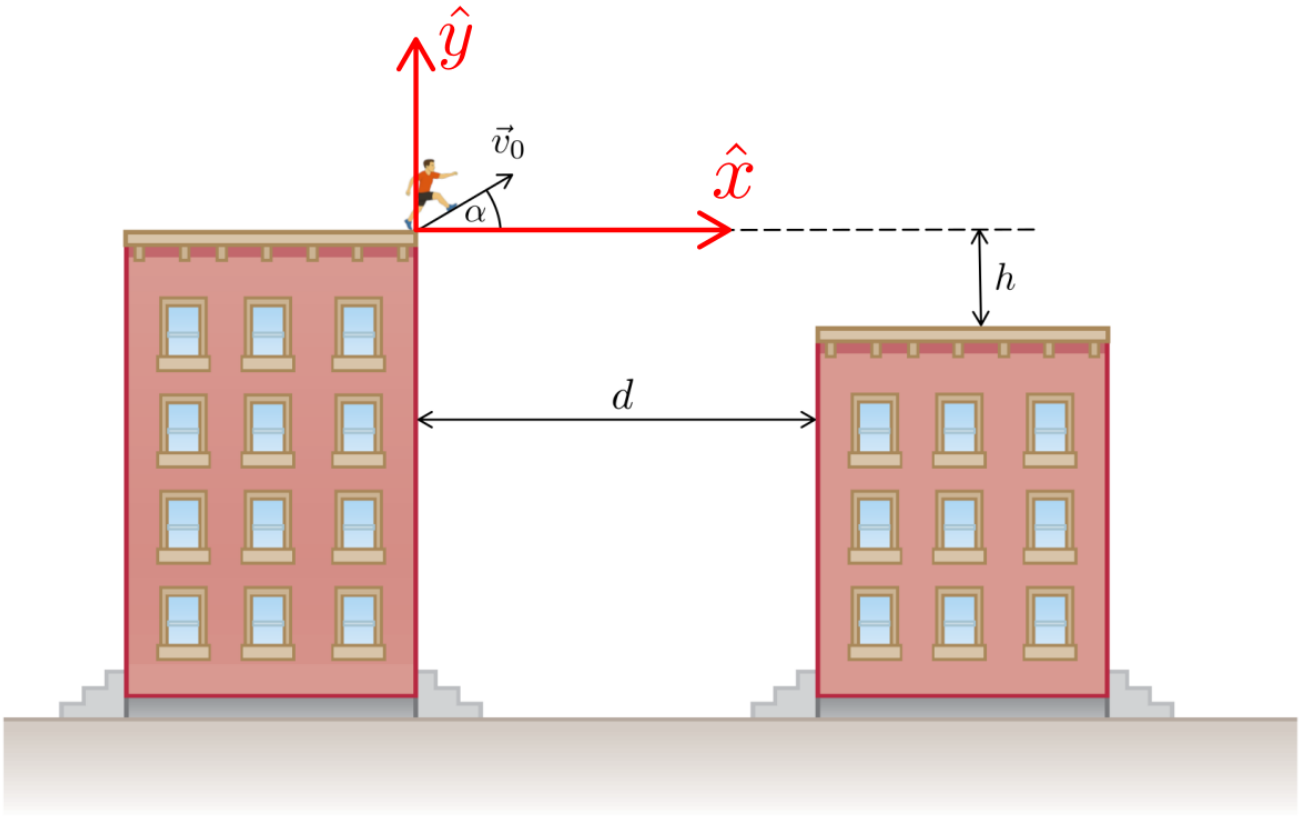
(c) ¿Cuál es la máxima altura que alcanza tu amigo durante el salto con respecto al edificio de la derecha? **(1.5 pts)**

Nombre: _____

RUT: _____

Desarrollo:

(a) Consideremos un sistema de referencia cartesiano con origen en el punto de despegue, el eje $\hat{x}$ hacia la derecha y el eje $\hat{y}$ hacia arriba.



La posición vertical del saltador está dada por:

$$y(t) = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Sea $t = t_v$ el tiempo de vuelo del saltador al hacer el record, entonces:

$$y(t_v) = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0, \quad \text{y por lo tanto} \quad \boxed{t_v = \frac{2v_{0y}}{g}.} \qquad \textbf{(0,5pts)}$$

Por lo tanto, el alcance en un terreno horizontal está dado por:

$$x(t_v) = v_{0x}\, t_v,$$
$$x(t_v) = v_0 \cos\alpha \left(\frac{2v_0 \sin\alpha}{g}\right),$$
$$x(t_v) = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

El alcance máximo ocurre cuando $\sin 2\alpha = 1$, es decir, $\alpha = 45°$ **(0.5 pts)** y está dado por:

$$\boxed{x_{\max} = \frac{v_0^2}{g}.} \qquad \textbf{(0,5pts)}$$

Despejando v_0 y usando los valores del problema:

$$\boxed{v_0 = \sqrt{x_{\max} g} = \sqrt{8{,}1 \cdot 10}\,\mathrm{m/s} = 9\,\mathrm{m/s}.} \qquad \textbf{(0,5pts)}$$

(b) Sea $t = t_s$, el tiempo de vuelo necesario para avanzar una distancia d desde la posición inicial, es decir:

$$x(t_s) = v_{0x} t_s \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{t_s = \frac{d}{v_{0x}}.} \qquad \textbf{(0,5pts)}$$

Reemplazando el tiempo t_s en la posición vertical se tiene que:

$$y(t_s) = v_{0y} t_s - \frac{1}{2} g t_s^2,$$
$$y(t_s) = d\tan\alpha - \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{v_0 \cos\alpha}\right)^2,$$
$$y(t_s) = d - g\left(\frac{d}{v_0}\right)^2 \qquad \textbf{(1pto)}$$

Usando los valores del problema se tiene que $\boxed{y(t_s) = -(190/81)\,\mathrm{m} > -3\,\mathrm{m}}$. Esto quiere decir que cuando el saltador llega a 10 metros horizontales, todavía está sobre el segundo edificio. Por lo tanto, el saltador sí logra llegar al otro edificio **(1 pto)**.

(c) Sea $t = t_h$ el tiempo necesario para alcanzar la altura máxima. Se tiene que:

$$\boxed{t_h = \frac{v_{0y}}{g}.}$$

Por lo tanto:

$$y(t_h) = v_{0y} t_h - \frac{1}{2} g t_h^2,$$
$$y(t_h) = \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g},$$
$$\boxed{y(t_h) = \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g}.} \qquad \textbf{(1pto)}$$

Usando los valores del problema $y(t_h) = (81/40)\,\mathrm{m} = 2{,}025\,\mathrm{m}$. Finalmente, la altura máxima del salto con respecto al edificio de la derecha es $\boxed{h_{\max} = 5{,}025\,\mathrm{m}}$ **(0.5 pts)**.

Nombre: _____

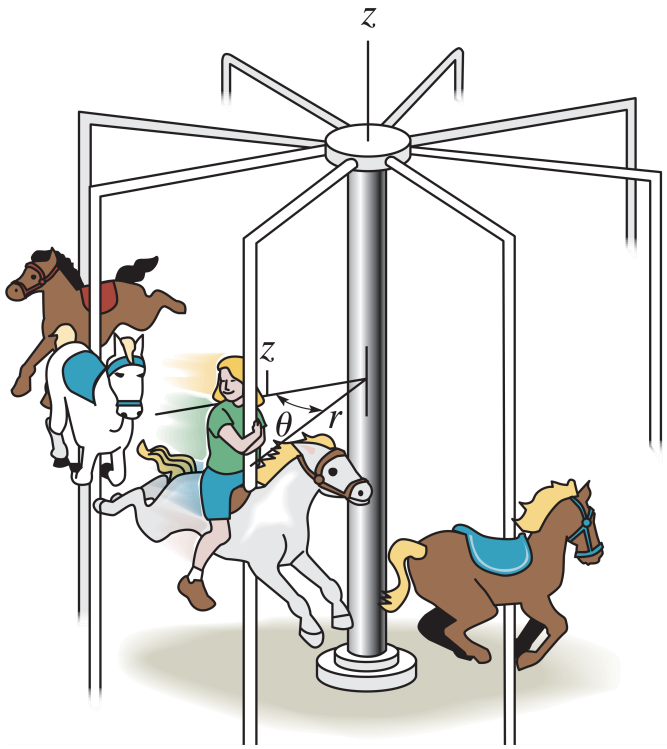
RUT: _____

Problema 3 [6 puntos]

Un caballo de un carrusel se mueve de acuerdo a las siguientes ecuaciones en coordenadas cilíndricas:

$$r(t) = 2 \text{ m}, \qquad \theta(t) = 2t \text{ rad}, \qquad z(t) = 1{,}5 \sin\theta(t) \text{ m}$$

donde t está dado en segundos.



(a) Determine las componentes de la velocidad y aceleración del caballo cuando $t = (4\pi/3)$ s **(3 pts)**.

(b) ¿Cuál es la rapidez máxima que alcanza el caballo? **(1.5 pts)**.

(c) ¿Cuál es la magnitud máxima de la aceleración que alcanza el caballo? **(1.5 pts)**.

Nombre: _____

RUT: _____

Desarrollo:

(a) En coordenadas cilíndricas, la velocidad y la aceleración están dadas por:

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + \dot{z}\hat{z} \qquad \textbf{(0,2pts)}$$
$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta} + \ddot{z}\hat{z} \qquad \textbf{(0,3pts)}$$

En este problema tenemos que

$$r = 2 \text{ m} \implies \dot{r} = \ddot{r} = 0 \qquad \textbf{(0,3pts)}$$
$$\theta = 2t \text{ rad} \implies \dot{\theta} = 2 \text{ rad/s} \implies \ddot{\theta} = 0 \qquad \textbf{(0,3pts)}$$
$$z = 1,5\sin(2t) \text{ n} \implies \dot{z} = 3\cos(2t) \implies \ddot{z} = -6\sin(2t) \qquad \textbf{(0,4pts)}$$

Reemplazando en las ecuaciones para $\vec{v}$ y $\vec{a}$ tenemos que:

$$\vec{v} = 4\hat{\theta} + 3\cos(2t)\hat{z} \text{ m/s} \qquad \textbf{(0,35pts)}$$
$$\vec{a} = -8\hat{r} - 6\sin(2t)\hat{z} \text{ m/s}^2 \qquad \textbf{(0,35pts)}$$

Finalmente reemplazando para $t = (4\pi/3)$ s obtenemos:

$$\vec{v} = \left(4\hat{\theta} - \frac{3}{2}\hat{z}\right) \text{ m/s} \qquad \textbf{(0,4pts)}$$
$$\vec{a} = (-8\hat{r} - 3\sqrt{3}\hat{z}) \text{ m/s}^2 \qquad \textbf{(0,4pts)}$$

(b) La máxima rapidez que alcanza el caballo es cuando la componente z de la velocidad es máxima, ya que la componente θ es constante. El máximo valor para la componente z de la velocidad es cuando $\cos(2t) = 1$, por lo tanto **(0.5 pts)**:

$$\vec{v}_{\max} = \left(4\hat{\theta} - 3\hat{z}\right) \text{ m/s} \implies |\vec{v}_{\max}| = \sqrt{4^2 + 3^2} \text{ m/s} = 5 \text{ m/s} \qquad \textbf{(1pts)}$$

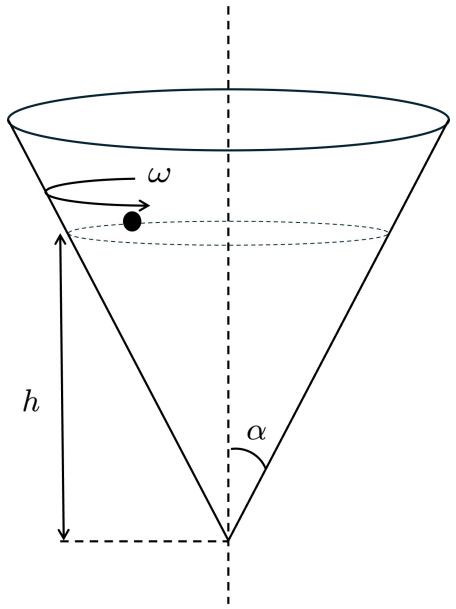
(c) La magnitud máxima de la aceleración que alcanza el caballo es cuando la componente z de la aceleración es máxima, ya que la componente r es constante. El máximo valor para la componente z de la velocidad es cuando $\sin(2t) = 1$, por lo tanto **(0.5 pts)**:

$$\vec{a}_{\max} = (-8\hat{r} - 6\hat{z}) \text{ m/s}^2 \implies |\vec{a}_{\max}| = \sqrt{8^2 + 6^2} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ m/s}^2 \qquad \textbf{(1pts)}$$

Nombre: _____

RUT: _____

Problema 4 [6 puntos]



Considere un cono invertido recto, de abertura α (es decir el ángulo entre el eje del cono y su generatriz es α) y cuyo eje es vertical. Una partícula de masa m se mueve sobre la superficie del cono (desprecie el roce) describiendo una trayectoria circular a una altura h del vértice, con rapidez angular constante ω.

(a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre para la masa m **(2 pts)**.

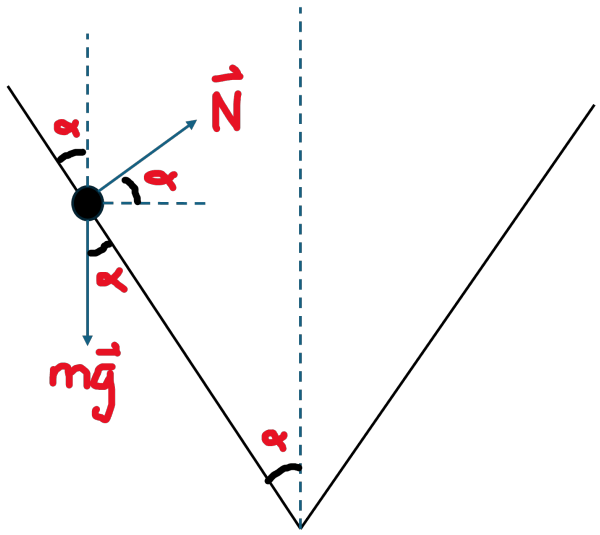
(b) Encuentre la altura h como función de ω, g y α **(4 pts)**.

Nombre: _____

RUT: _____

Desarrollo:

(a) El diagrama de cuerpo libre para este caso viene dado por



(2 pts)

(b) Vamos a usar coordenadas cilíndricas alineando el eje z con el eje del cono. En este sistema de coordenadas tenemos que $\vec{g} = -g\hat{z}$ and

$$\begin{aligned} \vec{N} &= N_\rho\ \hat{\rho} + N_z\ \hat{z} \\ &= -N\cos\alpha\ \hat{\rho} + N\sin\alpha\ \hat{z} \end{aligned}$$

Por lo tanto la segunda ley de Newton nos lleva al siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} N\sin\alpha - mg &= 0 \\ -N\cos\alpha &= m\ a_\rho = m(\ddot{\rho} - \rho\ \dot{\phi}^2) = m(\ddot{\rho} - \rho\ \omega^2) \end{aligned}$$

(1 pts)

En este caso tenemos la partícula realiza un movimiento circular donde

$$\tan\alpha = \frac{\rho}{h} \Rightarrow \rho = h\ \tan\alpha$$

por lo tanto $\dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$.

(1 pts)

Finalmente, de las ecuaciones anteriores, obtenemos

$$N = \frac{mg}{\sin\alpha}$$

y por ende

$$-\frac{mg}{\sin\alpha}\cos\alpha = -m\ h\ \tan\alpha\ \omega^2$$

de donde se obtiene

$$h = \frac{g}{\omega^2\ \tan^2\alpha}$$

(2 pts)