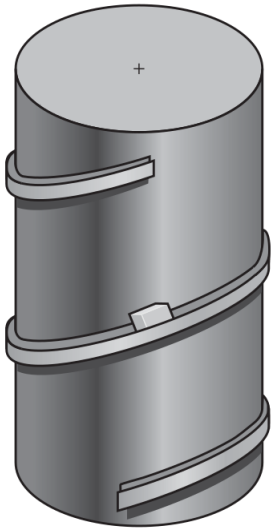
Interrogación 1

Fecha: 08 de Marzo 2022

1. **P1 Versión 1:** La posición en función del tiempo t (donde t está en segundos) de una caja que desciende por una rampa helicoidal está definida por $r(t) = R$ (donde R está en metros), $\theta(t) = \theta_0 t^2$ (donde θ_0 está en rad/s^2), y $z(t) = z_0 t^2$ (donde z_0 está en m/s^2). Determine la magnitud de la velocidad de la caja en el instante en que $\theta = \pi$.



a) $v = 2\sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

b) $v = \sqrt{2\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

c) $v = \sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

d) $v = \sqrt{3\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

Tenemos que $\dot{r}(t) = 0$, $\dot{\theta}(t) = 2\theta_0 t$, y $\dot{z}(t) = 2z_0 t$.

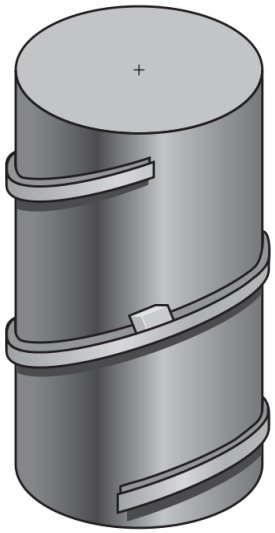
Por otro lado $\theta(t_c) = \pi$, si y solo si $t_c = (\pi/\theta_0)^{1/2}$, luego $\dot{\theta}(t_c) = 2\theta_0(\pi/\theta_0)^{1/2}$, y $\dot{z}(t_c) = 2z_0(\pi/\theta_0)^{1/2}$.

Finalmente:

$$v(t_c) = \sqrt{(\dot{r}(t_c))^2 + (r\dot{\theta}(t_c))^2 + (\dot{z}(t_c))^2} = \sqrt{\left(2R\theta_0\left(\frac{\pi}{\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2 + \left(2z_0\left(\frac{\pi}{\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2} = 2\sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$$

■

2. **P1 Versión 2:** La posición en función del tiempo t (donde t está en segundos) de una caja que desciende por una rampa helicoidal está definida por $r(t) = R$ (donde R está en metros), $\theta(t) = \theta_0 t^2$ (donde θ_0 está en rad/s^2), y $z(t) = z_0 t^2$ (donde z_0 está en m/s^2). Determine la magnitud de la velocidad de la caja en el instante en que $\theta = \pi/2$.



a) $v = 2\sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

b) $v = \sqrt{2\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

c) $v = \sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

d) $v = \sqrt{3\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

Tenemos que $\dot{r}(t) = 0$, $\dot{\theta}(t) = 2\theta_0 t$, y $\dot{z}(t) = 2z_0 t$.

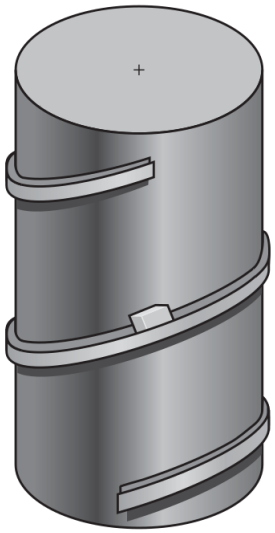
Por otro lado $\theta(t_c) = \pi/2$, si y solo si $t_c = (\pi/2\theta_0)^{1/2}$, luego $\dot{\theta}(t_c) = 2\theta_0(\pi/2\theta_0)^{1/2}$, y $\dot{z}(t_c) = 2z_0(\pi/2\theta_0)^{1/2}$.

Finalmente:

$$v(t_c) = \sqrt{(\dot{r}(t_c))^2 + (r\dot{\theta}(t_c))^2 + (\dot{z}(t_c))^2} = \sqrt{\left(2R\theta_0\left(\frac{\pi}{2\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2 + \left(2z_0\left(\frac{\pi}{2\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2} = \sqrt{2\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$$

■

3. **P1 Versión 3:** La posición en función del tiempo t (donde t está en segundos) de una caja que desciende por una rampa helicoidal está definida por $r(t) = R$ (donde R está en metros), $\theta(t) = \theta_0 t^2$ (donde θ_0 está en rad/s^2), y $z(t) = z_0 t^2$ (donde z_0 está en m/s^2). Determine la magnitud de la velocidad de la caja en el instante en que $\theta = \pi/4$.



a) $v = 2\sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

b) $v = \sqrt{2\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

c) $v = \sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

d) $v = \sqrt{3\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

Tenemos que $\dot{r}(t) = 0$, $\dot{\theta}(t) = 2\theta_0 t$, y $\dot{z}(t) = 2z_0 t$.

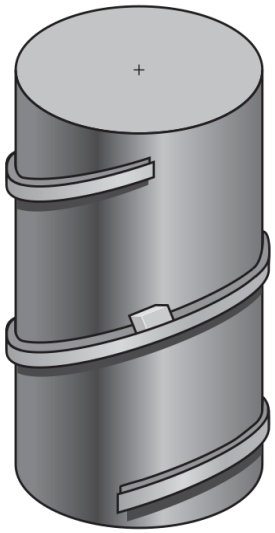
Por otro lado $\theta(t_c) = \pi/4$, si y solo si $t_c = (\pi/4\theta_0)^{1/2}$, luego $\dot{\theta}(t_c) = 2\theta_0(\pi/4\theta_0)^{1/2}$, y $\dot{z}(t_c) = 2z_0(\pi/4\theta_0)^{1/2}$.

Finalmente:

$$v(t_c) = \sqrt{(\dot{r}(t_c))^2 + (r\dot{\theta}(t_c))^2 + (\dot{z}(t_c))^2} = \sqrt{\left(2R\theta_0\left(\frac{\pi}{4\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2 + \left(2z_0\left(\frac{\pi}{4\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2} = \sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$$

■

4. **P1 Versión 4:** La posición en función del tiempo t (donde t está en segundos) de una caja que desciende por una rampa helicoidal está definida por $r(t) = R$ (donde R está en metros), $\theta(t) = \theta_0 t^2$ (donde θ_0 está en rad/s^2), y $z(t) = z_0 t^2$ (donde z_0 está en m/s^2). Determine la magnitud de la velocidad de la caja en el instante en que $\theta = 3\pi/4$.



a) $v = 2\sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

b) $v = \sqrt{2\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

c) $v = \sqrt{\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

d) $v = \sqrt{3\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$

Tenemos que $\dot{r}(t) = 0$, $\dot{\theta}(t) = 2\theta_0 t$, y $\dot{z}(t) = 2z_0 t$.

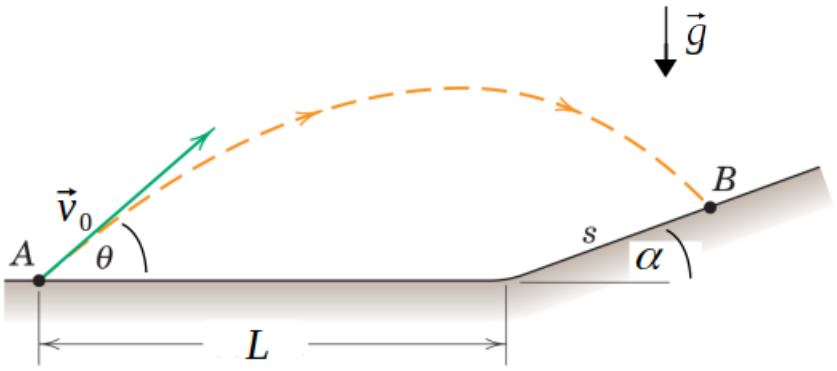
Por otro lado $\theta(t_c) = 3\pi/4$, si y solo si $t_c = (3\pi/4\theta_0)^{1/2}$, luego $\dot{\theta}(t_c) = 2\theta_0(3\pi/4\theta_0)^{1/2}$, y $\dot{z}(t_c) = 2z_0(3\pi/4\theta_0)^{1/2}$.

Finalmente:

$$v(t_c) = \sqrt{(\dot{r}(t_c))^2 + (r\dot{\theta}(t_c))^2 + (\dot{z}(t_c))^2} = \sqrt{\left(2R\theta_0\left(\frac{3\pi}{4\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2 + \left(2z_0\left(\frac{3\pi}{4\theta_0}\right)^{1/2}\right)^2} = \sqrt{3\pi(R^2\theta_0 + z_0^2/\theta_0)}$$

■

5. **P2 Versión 1 a 4:** Se lanza un balón desde el punto A con rapidez v_0. Las condiciones iniciales se muestran en la figura, dónde $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$.
Determine el tiempo de vuelo T, entre A y B en función de g, v_0 y L.



a) $T = \frac{(\sqrt{2}-1)v_0+\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2v_0^2+8gL}}{2g}$.

b) $T = \frac{(\sqrt{3}-1)v_0+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2v_0^2+8gL}}{2g}$.

c) $T = \frac{(\sqrt{3}+1)v_0+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2v_0^2+8gL}}{4g}$.

d) $T = \frac{(\sqrt{2}-1)v_0+\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2v_0^2+8gL}}{2g}$.

Considerando el origen del sistema de referencia en el punto de lanzamiento, las ecuaciones para la posición del balón están dadas por:

$$x(t) = v_0 \cos\theta t\,,$$
$$y(t) = v_0 \operatorname{sen}\theta t - \frac{1}{2}gt^2\,.$$

Si $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$, el balón llega al punto B cuando:

$$x(T) = \frac{v_0}{2}T = L + \frac{\sqrt{2}s}{2}\,,$$
$$y(t) = \frac{\sqrt{3}v_0}{2}T - \frac{1}{2}gT^2 = \frac{\sqrt{2}s}{2}\,.$$

Restando ambas ecuaciones y reordenando se obtiene:

$$gT^2 - (\sqrt{3}-1)v_0T - 2L = 0\,.$$

Resolviendo para T:

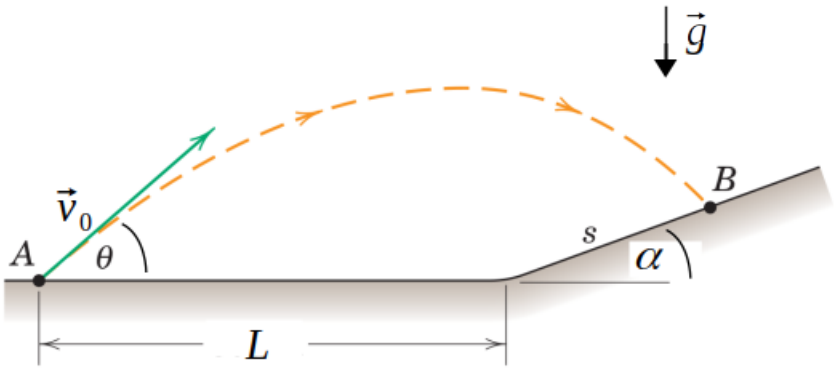
$$T_\pm = \frac{(\sqrt{3}-1)v_0 \pm \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2v_0^2 + 8gL}}{2g}\,,$$

donde el tiempo de vuelo es T_+.

- Versión 1: alternativa b)
  - Versión 2: alternativa a)
  - Versión 3: alternativa d)
  - Versión 4: alternativa c)

■

6. **P3 Versión 1 a 4:** Se lanza un balón desde el punto A con rapidez v_0. Las condiciones iniciales se muestran en la figura, dónde $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$.
Si el tiempo de vuelo entre los puntos A y B es T, determine la distancia s en función de L, v_0 y T.



a) $s = \dfrac{\sqrt{2}(v_0T + 2L)}{4}$.

b) $s = \dfrac{\sqrt{3}(v_0T - 2L)}{2}$.

c) $s = \dfrac{\sqrt{2}(v_0T - 2L)}{2}$.

d) $s = \dfrac{\sqrt{3}(3v_0T + 2L)}{3}$.

Considerando el origen del sistema de referencia en el punto de lanzamiento, las ecuaciones para la posición del balón están dadas por:

$$x(t) = v_0 \cos\theta t\,,$$
$$y(t) = v_0 \operatorname{sen}\theta t - \frac{1}{2}gt^2\,.$$

Si $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$, el balón llega al punto B cuando:

$$x(T) = \frac{v_0}{2}T = L + \frac{\sqrt{2}s}{2}\,,$$
$$y(t) = \frac{\sqrt{3}v_0}{2}T - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{\sqrt{2}s}{2}\,.$$

Despejando s de la ecuación para $x(T)$ se obtiene:

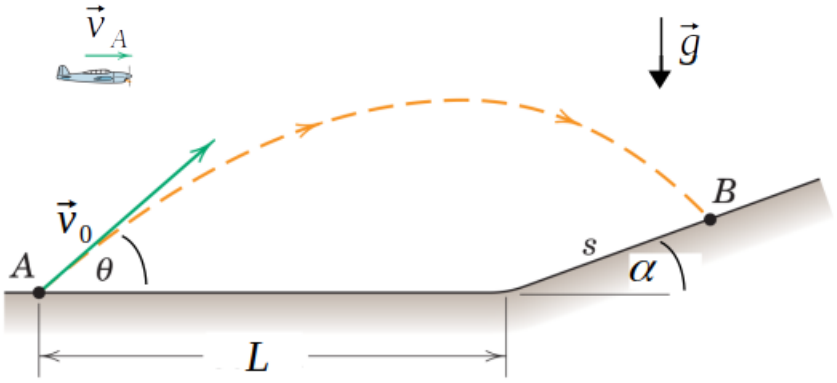
$$s = \frac{\sqrt{2}(v_0T - 2L)}{2}$$

- Versión 1: alternativa c)
  - Versión 2: alternativa d)
  - Versión 3: alternativa a)
  - Versión 4: alternativa b)

■

7. **P4 Versión 1:** Se lanza un balón desde el punto A con rapidez v_0. Las condiciones iniciales se muestran en la figura, dónde $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$.
Un avión a control remoto que se mueve paralelo al suelo con velocidad constante de magnitud $v_A = 2v_0$ pasa por el aire.

   Determine el tiempo t^* desde que se lanza el balón hasta que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v} = \dfrac{(-6\,\hat{x} + \sqrt{3}\,\hat{y})v_0}{4}$, dónde $\hat{x}$ es positivo hacia la derecha, e $\hat{y}$ es positivo hacia arriba perpendicular al suelo.



a) $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{5g}$.

b) $t^* = \dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{4g}$.

c) $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{3g}$.

d) $t^* = \dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{5g}$.

Considerando el sistema de referencia definido en el enunciado, la ecuación para la velocidad del balón está dada por:

$$\vec{v}_B(t) = (v_0 \cos\theta)\,\hat{x} + (v_0 \operatorname{sen}\theta - gt)\,\hat{y}\,.$$

Si $\theta = 60°$ y $\alpha = 45°$:

$$\vec{v}_B(t) = \frac{v_0}{2}\,\hat{x} + \left(\frac{\sqrt{3}v_0}{2} - gt\right)\hat{y}\,.$$

Considere que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$. Reemplazando los datos del problema y la expresión para la velocidad del balón, se tiene:

$$\vec{v}_{B/A} = \left(\frac{v_0}{2} - 2v_0\right)\hat{x} + \left(\frac{\sqrt{3}v_0}{2} - gt\right)\hat{y}\,.$$

El tiempo en que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v}$, estará dada por:

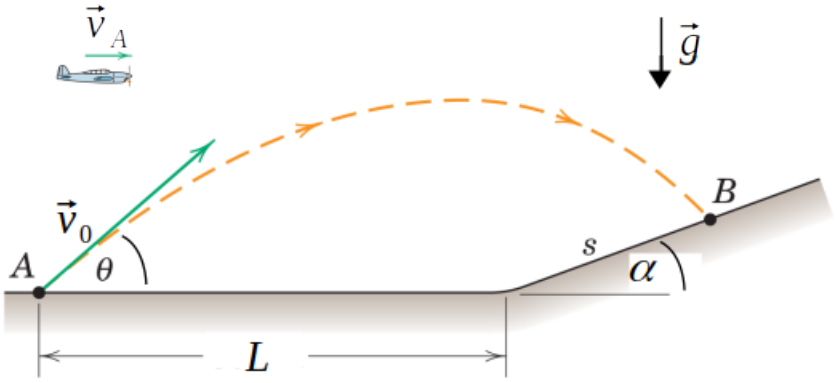
$$\frac{(-6\,\hat{x} + \sqrt{3}\,\hat{y})v_0}{4} = -\frac{3v_0}{2}\hat{x} + \left(\frac{\sqrt{3}v_0}{2} - gt^*\right)\hat{y}\,,$$

despejando t^*, se obtiene que $t^* = \dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{4g}$.

Alternativa correcta: b). ■

8. **P4 Versión 2:** Se lanza un balón desde el punto A con rapidez v_0. Las condiciones iniciales se muestran en la figura, dónde $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$.
Un avión a control remoto que se mueve paralelo al suelo con velocidad constante de magnitud $v_A = 2v_0$ pasa por el aire.

   Determine la velocidad del balón relativa al avión, cuando ha transcurrido un tiempo $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{5g}$ desde que el balón comienza a moverse.
   Considere que $\hat{x}$ es positivo hacia la derecha, e $\hat{y}$ es positivo hacia arriba perpendicular al suelo.



a) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(15\,\hat{x} - \left(3\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{5}$.

b) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-15\,\hat{x} - \left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{10}$.

c) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-15\,\hat{x} + \left(5\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{10}$.

d) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-3\,\hat{x} + \left(5\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{5}$.

Considere que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$. Reemplazando los datos del problema y la expresión para la velocidad del balón, se tiene:

$$\vec{v}_{B/A} = \left(\frac{v_0}{2} - 2v_0\right)\hat{x} + \left(\frac{\sqrt{3}v_0}{2} - gt\right)\hat{y}\,.$$

Reenplazando $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{5g}$ en la expresión anterior, se tiene:

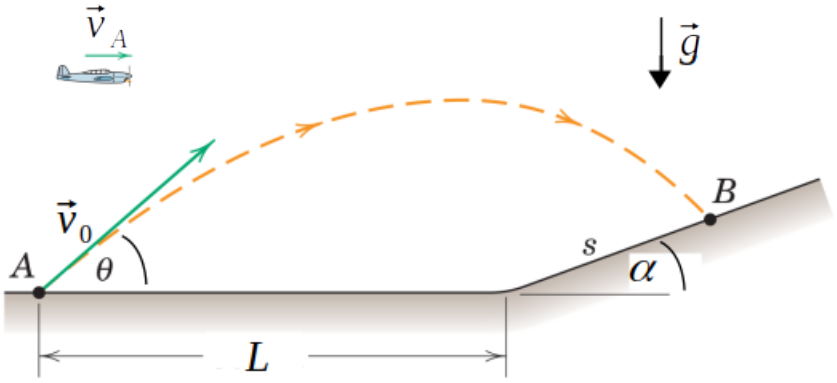
$\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-15\,\hat{x} + \left(5\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{10}$

Alternativa correcta: c)

■

9. **P4 Versión 3:** Se lanza un balón desde el punto A con rapidez v_0. Las condiciones iniciales se muestran en la figura, dónde $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$.
Un avión a control remoto que se mueve paralelo al suelo con velocidad constante de magnitud $v_A = 3v_0$ pasa por el aire.

   Determine el tiempo t^* desde que se lanza el balón hasta que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v} = \dfrac{(-10\,\hat{x} + \sqrt{3}\,\hat{y})v_0}{4}$, dónde $\hat{x}$ es positivo hacia la derecha, e $\hat{y}$ es positivo hacia arriba perpendicular al suelo.



a) $t^* = \dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{4g}$.

b) $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{5g}$.

c) $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{3g}$.

d) $t^* = \dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{5g}$.

Considere que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$. Reemplazando los datos del problema y la expresión para la velocidad del balón, se tiene:

$$\vec{v}_{B/A} = \left(\frac{v_0}{2} - 3v_0\right)\hat{x} + \left(\frac{\sqrt{3}v_0}{2} - gt\right)\hat{y}\,.$$

El tiempo en que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v}$, estará dada por:

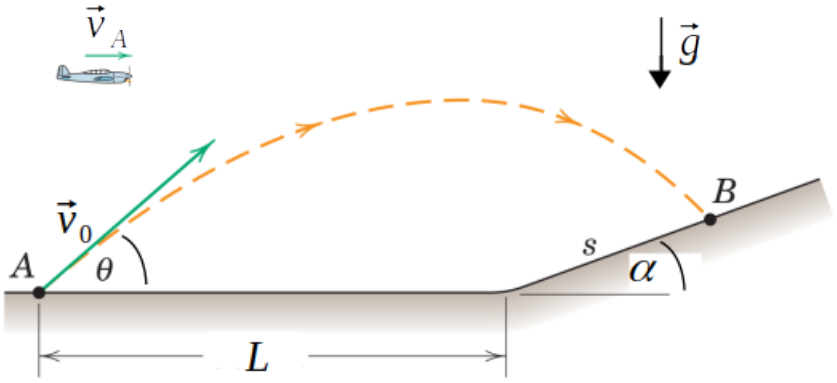
$$\frac{(-10\,\hat{x} + \sqrt{3}\,\hat{y})v_0}{4} = -\frac{5v_0}{2}\hat{x} + \left(\frac{\sqrt{3}v_0}{2} - gt^*\right)\hat{y}\,,$$

despejando t^*, se obtiene que $t^* = \dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{4g}$.

Alternativa corecta: a). ■

10. **P4 Versión 4:** Se lanza un balón desde el punto A con rapidez v_0. Las condiciones iniciales se muestran en la figura, dónde $\theta = 60^o$ y $\alpha = 45^o$.
Un avión a control remoto que se mueve paralelo al suelo con velocidad constante de magnitud $v_A = 2v_0$ pasa por el aire.

Determine la velocidad del balón relativa al avión, cuando ha transcurrido un tiempo $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{5g}$ desde que el balón comienza a moverse.
Considere que $\hat{x}$ es positivo hacia la derecha, e $\hat{y}$ es positivo hacia arriba perpendicular al suelo.



a) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(15\,\hat{x} - \left(3\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{5}$.

b) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-15\,\hat{x} - \left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{10}$.

c) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-3\,\hat{x} + \left(5\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{5}$.

d) $\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-15\,\hat{x} + \left(5\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{10}$.

Considere que la velocidad del balón relativa al avión es $\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$. Reemplazando los datos del problema y la expresión para la velocidad del balón, se tiene:

$$\vec{v}_{B/A} = \left(\frac{v_0}{2} - 2v_0\right)\hat{x} + \left(\frac{\sqrt{3}v_0}{2} - gt\right)\hat{y}\,.$$

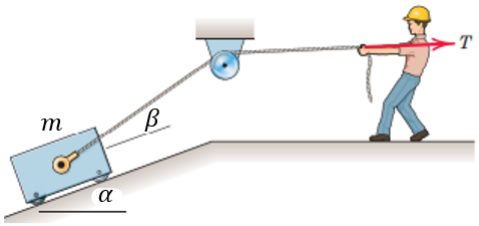
Reenplazando $t^* = \dfrac{\sqrt{2}\,v_0}{5g}$ en la expresión anterior, se tiene:

$\vec{v}_{B/A} = \dfrac{\left[(-15\,\hat{x} + \left(5\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\,\hat{y})v_0\right]}{10}$

Alternativa correcta: d)

■

11. **P5 Versión 1 y 2:** Con el propósito de subir un carro de masa $m = 50$ kg por una rampa inclinada de ángulo $\alpha = 45°$, un trabajador le ata un cable el cual jala de forma tal que este adquiere una tensión $T = 300$ N. Despreciando el roce entre el carro y el plano inclinado, al igual que el de la cuerda y la polea, determine el módulo de la aceleración del carro. Considere $\beta = 30°$ y $g = 10\ \text{m/s}^2$.



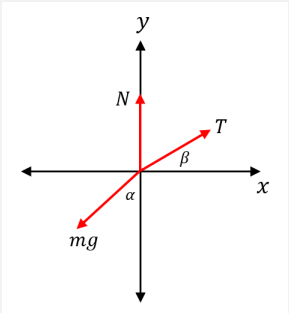
a) $a = \left|(3\sqrt{3} - 5\sqrt{2})\right|\ \text{m/s}^2$

b) $a = \left|(3\sqrt{2} + 5\sqrt{3})\right|\ \text{m/s}^2$

c) $a = \left|(3\sqrt{2} - 5\sqrt{3})\right|\ \text{m/s}^2$

d) $a = \left|(5\sqrt{3} + 3\sqrt{2})\right|\ \text{m/s}^2$

Para encontrar la aceleración del carro, primero debemos indentificar todas las fuerzas que actúan sobre él (DCL). Se ha considerado el eje x paralelo al plano inclinado:



Realizando las sumatoria de fuerzas en ambos ejes, se tiene:

$$\sum F_x = T\cos\beta - mg\sin\alpha = ma \tag{1}$$

$$\sum F_y = N + T\sin\beta - mg\cos\alpha = 0$$

De la ecuación (1) se tiene que la aceleración es

$$a = \frac{T\cos\beta - mg\sin\alpha}{m} \tag{2}$$

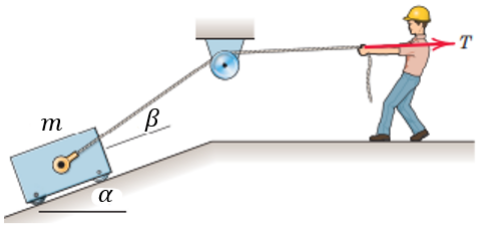
Reemplazando los valores $m = 50$ kg, $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$, $g = 10\ \text{m/s}^2$ y $T = 300$ N en la ecuación (2), se tiene que la aceleración es:

$$a = (3\sqrt{3} - 5\sqrt{2})\ \text{m/s}^2$$
$$\approx -1{,}87\ \text{m/s}^2$$

- Versión 1: alternativa a)
- Versión 2: alternativa b)

■

12. **P5 Versión 1 y 2:** Con el propósito de subir un carro de masa $m = 50$ kg por una rampa inclinada de ángulo $\alpha = 45°$, un trabajador le ata un cable el cual jala de forma tal que este adquiere una tensión $T = 500$ N. Despreciando el roce entre el carro y el plano inclinado, al igual que el de la cuerda y la polea, determine el módulo de la aceleración del carro. Considere $\beta = 30°$ y $g = 10\ \text{m/s}^2$.



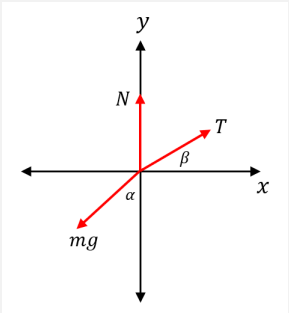
a) $a = \left|(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})\right|\ \text{m/s}^2$

b) $a = \left|(3\sqrt{5} + 5\sqrt{2})\right|\ \text{m/s}^2$

c) $a = \left|(5\sqrt{2} + 3\sqrt{2})\right|\ \text{m/s}^2$

d) $a = \left|(5\sqrt{3} - 5\sqrt{2})\right|\ \text{m/s}^2$

Para encontrar la aceleración del carro, primero debemos indentificar todas las fuerzas que actúan sobre él (DCL). Se ha considerado el eje x paralelo al plano inclinado:



Realizando las sumatoria de fuerzas en ambos ejes, se tiene:

$$\sum F_x = T\cos\beta - mg\sin\alpha = ma \tag{1}$$

$$\sum F_y = N + T\sin\beta - mg\cos\alpha = 0$$

De la ecuación (1) se tiene que la aceleración es

$$a = \frac{T\cos\beta - mg\sin\alpha}{m} \tag{2}$$

Reemplazando los valores $m = 50$ kg, $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$, $g = 10\ \text{m/s}^2$ y $T = 500$ N en la ecuación (2), se tiene que la aceleración es:

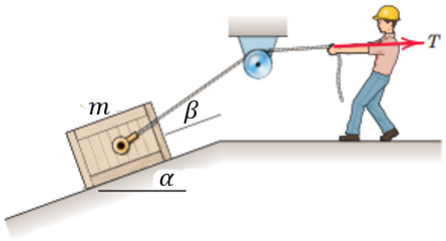
$$a = (5\sqrt{3} - 5\sqrt{2})\ \text{m/s}^2$$
$$\approx 1{,}59\ \text{m/s}^2$$

Es decir, el carro se mueve hacia arriba del plano inclinado.

- Versión 3: alternativa d)
- Versión 4: alternativa c)

■

13. **P6 Versión 1 a 4:** Con el propósito de subir una caja de madera de masa $m = 50$ kg por una rampa inclinada un ángulo $\alpha = 45°$, un trabajador le ata un cable, el cual jala de forma tal que éste adquiere una tensión $T = 550$ N. Considerando que la caja sube por el plano inclinado y que el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el plano es $\mu_c = 0{,}5$, determine el módulo de la aceleración de la caja. Considere $\beta = 30°$ y $g = 10$ m/s^2, y que el roce entre la cuerda y la polea es despreciable.



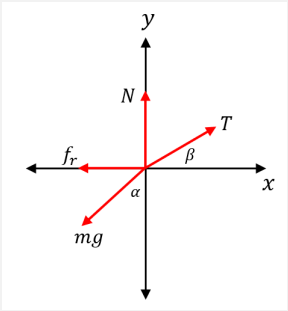
a) $a = \frac{(22\sqrt{3}-30\sqrt{2}-11)}{4}$ m/s^2

b) $a = \frac{(11\sqrt{3}+30\sqrt{2}+22)}{4}$ m/s^2

c) $a = \frac{(22\sqrt{3}-30\sqrt{2}+11)}{4}$ m/s^2

d) $a = \frac{(11\sqrt{3}+22\sqrt{2}+30)}{4}$ m/s^2

Para encontrar la aceleración del carro, primero debemos indentificar todas las fuerzas que actúan sobre él (DCL). Se ha considerado el eje x paralelo al plano inclinado:



Realizando las sumatoria de fuerzas en ambos ejes, se tiene:

$$\sum F_x = T\cos\beta - mg\sin\alpha - f_r = ma \tag{1}$$

$$\sum F_y = N + T\sin\beta - mg\cos\alpha = 0 \tag{2}$$

De la ecuación (1) se tiene que la aceleración es

$$a = \frac{T\cos\beta - mg\sin\alpha - f_r}{m} \tag{3}$$

De la ecuación (2) se tiene que la normal es

$$N = mg\cos\alpha - T\sin\beta \tag{4}$$

Ya que $f_r = \mu N$, podemos reemplazar ecuación (4) en (3)

$$a = \frac{T\cos\beta - mg\sin\alpha - \mu(mg\cos\alpha - T\sin\beta)}{m} \tag{5}$$

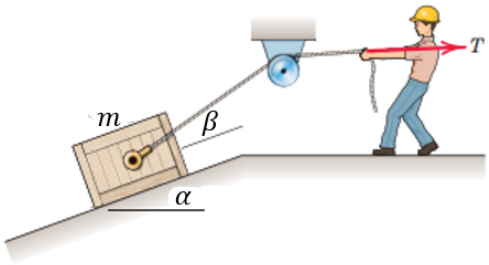
Reemplazando los valores $m = 50$ kg, $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$, $g = 10$ m/s^2, $T = 550$ N y $\mu_c = 0{,}5$ en la ecuación (5), se tiene que la aceleración es:

$$a = \frac{(11 + 22\sqrt{3} - 30\sqrt{2})}{4}\ \text{m/s}^2$$
$$\approx 1{,}67\ \text{m/s}^2$$

- Versión 1: alternativa c)
- Versión 2: alternativa d)
- Versión 3: alternativa b)
- Versión 4: alternativa a)

■

14. **P7 Versión 1 a 4:** Con el propósito de subir una caja de madera de masa $m = 50$ kg por una rampa inclinada un ángulo $\alpha = 45°$, un trabajador le ata un cable, el cual jala de forma tal que éste adquiere una tensión T. Determine el coeficiente de roce estático entre la caja y el plano inclinado (μ_e), si cuando $T = 500$ N, la caja se encuentra a punto de deslizar. Considere $\beta = 30°$ y $g = 10$ m/s^2, y que el roce entre la cuerda y la polea es despreciable.



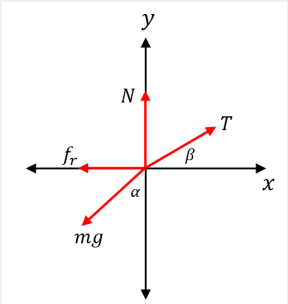
a) $\mu_e = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

b) $\mu_e = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

c) $\mu_e = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$

d) $\mu_e = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$

Para encontrar la aceleración del carro, primero debemos indentificar todas las fuerzas que actúan sobre él (DCL). Se ha considerado el eje x paralelo al plano inclinado:



Realizando las sumatoria de fuerzas en ambos ejes, se tiene:

$$\sum F_x = T\cos\beta - mg\sin\alpha - f_r = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = N + T\sin\beta - mg\cos\alpha = 0 \quad (2)$$

De la ecuación (1) se tiene que la fuerza de fricción es

$$f_r = T\cos\beta - mg\sin\alpha \quad (3)$$

De la ecuación (2) se tiene que la normal es

$$N = mg\cos\alpha - T\sin\beta \quad (4)$$

Ya que $f_r = \mu N$, y además reemplazando ecuación (4) en (3)

$$\mu_e = \frac{T\cos\beta - mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha - T\sin\beta} \quad (5)$$

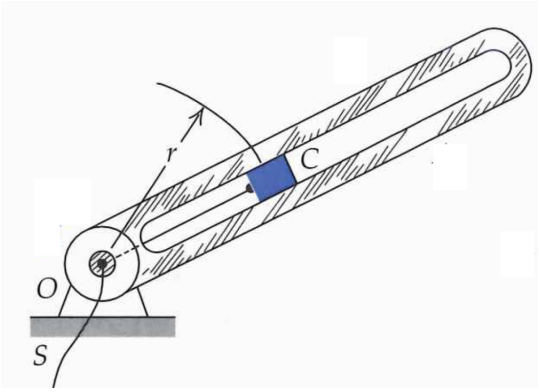
Reemplazando los valores $m = 50$ kg, $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$, $g = 10$ m/s^2, $T = 500$ N en la ecuación (5), se tiene que el coeficiente de fricción estático es:

$$\mu_e = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \approx 0{,}77$$

- Versión 1: alternativa a)
- Versión 2: alternativa c)
- Versión 3: alternativa b)
- Versión 4: alternativa d)

■

15. **P8-P10 Versión 1:** El brazo ranurado mostrado en la figura rota en el plano horizontal en torno al eje vertical fijo que pasa por el punto O. El bloque C, de masa 2 kg, es atraído hacia el origen O mediante la acción de un agente externo, el cual tira la cuerda con una rapidez constante de $0,25$ m/s. Las superficies de la ranura son lisas de manera tal que no existe roce cuando el bloque se desliza por ellas. Considere un cierto instante en que $r = 1$ m y el brazo tiene una velocidad angular de 4 rad/s en sentido horario y una aceleración angular de 2 rad/s^2 en sentido horario.



16. **P8 V1:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo de la aceleración a del bloque C.

- $a = 16\sqrt{2}\ m/s^2$
- $a = 5\ m/s^2$
- $a = 4\sqrt{10}\ m/s^2$
- $a = 16\ m/s^2$

La aceleración está dada por:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$

donde:

$$r = 1m; \dot{r} = -0,25m/s; \ddot{r} = 0; \dot{\theta} = \omega = -4rad/s; \ddot{\theta} = -2rad/s^2$$

$$\vec{a} = (-1(4)^2 m/s^2)\hat{r} + (1(-2) + 2(-0,25)(-)4)m/s^2\hat{\theta}$$
$$\vec{a} = (-16m/s^2)\hat{r} + (0m/s^2)\hat{\theta}$$

Finalmente:

$$|a| = \sqrt{16^2}m/s^2$$
$$|a| = 16m/s^2$$

■

17. **P9 V1:** Para el instante señalado en el enunciado, determine la tensión T de la cuerda.

- $T = 8\ N$
- $T = 16\ N$
- $T = 20\ N$
- $T = 32\ N$

Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección radial, se tiene que:

$$T(-\hat{r}) = ma_r\hat{r}$$

Donde:

$$a_r = -16m/s^2$$
$$m = 2kg$$

Finalmente:

$$T = 2kg * 16m/s^2$$
$$T = 32N$$

■

18. **P10 V1:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo F de la fuerza que el brazo ranurado ejerce sobre el bloque.

- $F = 24\ N$
- $F = 32\ N$
- $F = 0\ N$
- $F = 15\ N$

Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección angular, se tiene que:

$$F\hat{\theta} = ma_\theta\hat{\theta}$$

Donde:

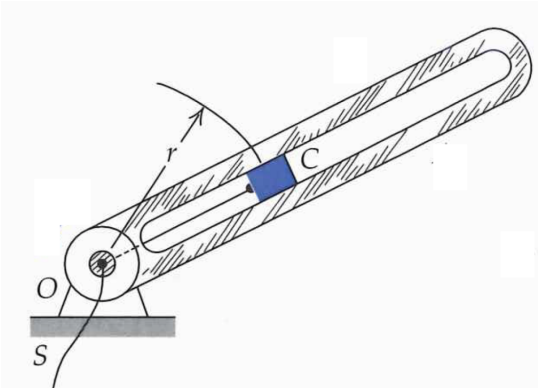
$$a_\theta = 0m/s^2$$
$$m = 2kg$$

Finalmente:

$$|F| = 2kg * 0m/s^2$$
$$|F| = 0N$$

■

19. **P8-P10 Versión 2:** El brazo ranurado mostrado en la figura rota en el plano horizontal en torno al eje vertical fijo que pasa por el punto O. El cursor C, de masa 2 kg es atraído hacia el origen O mediante la acción de un agente externo, el cual tira la cuerda con una rapidez constante de $0,25\ m/s$. Las superficies de la ranura son lisas de manera tal que no existe roce cuando el cursor se desliza por ellas. Considere un cierto instante en que $r = 1\ m$ y el brazo lleva una velocidad angular de 4 rad/s en sentido antihorario y una aceleración angular de 14 rad/s^2 en sentido horario.



20. **P8 V2:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo de la aceleración a del bloque C.

- $a = 16\sqrt{2}\ m/s^2$
- $a = 5\ m/s^2$
- $a = 4\sqrt{10}\ m/s^2$
- $a = 16\ m/s^2$

La aceleración está dada por:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$

donde:

$$r = 1m; \dot{r} = -0,25m/s; \ddot{r} = 0; \dot{\theta} = \omega = 4rad/s; \ddot{\theta} = -14rad/s^2$$

$$\vec{a} = (-1(4)^2 m/s^2)\hat{r} + (1(-14) + 2(-0,25)4m/s^2\hat{\theta}$$
$$\vec{a} = (-16m/s^2)\hat{r} + (-16m/s^2)\hat{\theta}$$

Finalmente:

$$|a| = \sqrt{(16^2 + 16^2)}m/s^2$$
$$|a| = 16\sqrt{2}m/s^2$$

■

21. **P9 V2:** Para el instante señalado en el enunciado, determine la tensión T de la cuerda.

    - $T = 32\ N$
    - $T = 16\ N$
    - $T = 20\ N$
    - $T = 8\ N$

    Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección radial, se tiene que:

    $$T(-\hat{r}) = ma_r\hat{r}$$

    Donde:

    $$a_r = -16m/s^2$$
    $$m = 2kg$$

    Finalmente:

    $$T = 2kg * 16m/s^2$$
    $$T = 32N$$

    ■

22. **P10 V2:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo F de la fuerza que el brazo ranurado ejerce sobre el bloque.

    - $F = 0\ N$
    - $F = 32\ N$
    - $F = 24\ N$
    - $F = 15\ N$

    Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección angular, se tiene que:

    $$F\hat{\theta} = ma_\theta\hat{\theta}$$

    Donde:

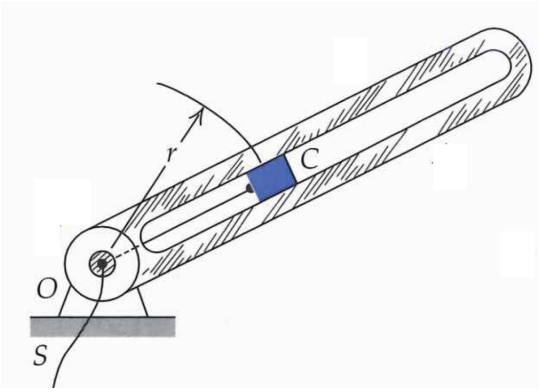
    $$a_\theta = 16m/s^2$$
    $$m = 2kg$$

    Finalmente:

    $$|F| = 2kg * 16m/s^2$$
    $$|F| = 32N$$

    ■

23. **P8-P10 Versión 3:** El brazo ranurado mostrado en la figura rota en el plano horizontal en torno al eje vertical fijo que pasa por el punto O. El cursor C, de masa 2 kg es atraído hacia el origen O mediante la acción de un agente externo, el cual tira la cuerda con una rapidez constante de 1 m/s. Las superficies de la ranura son lisas de manera tal que no existe roce cuando el cursor se desliza por ellas. Considere un cierto instante en que $r = 0,25\ m$ y el brazo lleva una velocidad angular de 4 rad/s en sentido antihorario y una aceleración angular de 16 rad/s^2 en sentido horario.



24. **P8 V3:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo de la aceleración a del bloque C.

- $a = 4\sqrt{2}\ m/s^2$
- $a = 16\ m/s^2$
- $a = 16\sqrt{10}\ m/s^2$
- $a = 5\ m/s^2$

La aceleración está dada por:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$

donde:

$$r = 0,25m; \dot{r} = -1m/s; \ddot{r} = 0; \dot{\theta} = \omega = 4rad/s; \ddot{\theta} = -16rad/s^2$$

$$\vec{a} = (-0,25 * (4)^2 m/s^2)\hat{r} + (0,25 * (-16) + 2(-1)4m/s^2\hat{\theta}$$
$$\vec{a} = (-4m/s^2)\hat{r} + (-12m/s^2)\hat{\theta}$$

Finalmente:

$$|a| = \sqrt{(16 + 144)}m/s^2$$
$$|a| = \sqrt{(160)}m/s^2$$
$$|a| = 4\sqrt{10}m/s^2$$

■

25. **P9 V3:** Para el instante señalado en el enunciado, determine la tensión T de la cuerda.

- $T = 8\ N$
- $T = 16\ N$
- $T = 20\ N$
- $T = 32\ N$

Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección radial, se tiene que:

$$T(-\hat{r}) = ma_r\hat{r}$$

Donde:

$$a_r = -4m/s^2$$
$$m = 2kg$$

Finalmente:

$$T = 2kg * 4m/s^2$$
$$T = 8N$$

■

26. **P10 V3:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo F de la fuerza que el brazo ranurado ejerce sobre el bloque.

- $F = 0\ N$
- $F = 15\ N$
- $F = 24\ N$
- $F = 32\ N$

Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección angular, se tiene que:

$$F\hat{\theta} = ma_\theta\hat{\theta}$$

Donde:

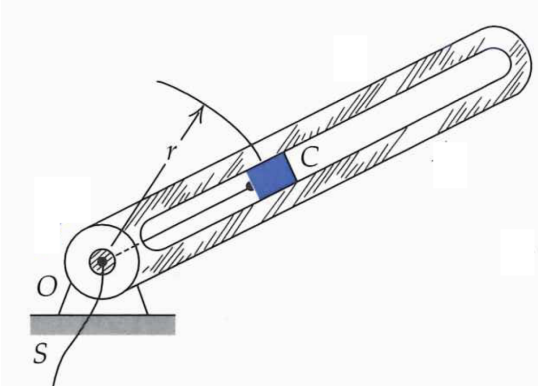
$$a_\theta = -12m/s^2$$
$$m = 2kg$$

Finalmente:

$$|F| = 2kg * 12m/s^2$$
$$|F| = 24N$$

■

27. **P8-P10 Versión 4:** El brazo ranurado mostrado en la figura rota en el plano horizontal en torno al eje vertical fijo que pasa por el punto O. El cursor C, de masa 5 kg es atraído hacia el origen O mediante la acción de un agente externo, el cual tira la cuerda con una rapidez constante de 1 m/s. Las superficies de la ranura son lisas de manera tal que no existe roce cuando el cursor se desliza por ellas. Considere un cierto instante en que $r = 1\ m$ y el brazo lleva una velocidad angular de 2 rad/s en sentido antihorario y una aceleración angular de 7 rad/s^2 en sentido antihorario.



28. **P8 V4:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo de la aceleración a del bloque C.

- $a = 5\ m/s^2$
- $a = 4\sqrt{2}\ m/s^2$
- $a = 16\ m/s^2$
- $a = 16\sqrt{10}\ m/s^2$

La aceleración está dada por:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$

donde:

$$r = 1m; \dot{r} = -1m/s; \ddot{r} = 0; \dot{\theta} = \omega = 2rad/s; \ddot{\theta} = 7rad/s^2$$

$$\vec{a} = (-1 * (4)^2 m/s^2)\hat{r} + (1 * 7 + 2(-1)2m/s^2\hat{\theta}$$
$$\vec{a} = (-4m/s^2)\hat{r} + (3m/s^2)\hat{\theta}$$

Finalmente:

$$|a| = \sqrt{(16+9)}m/s^2$$
$$|a| = \sqrt{(25)}m/s^2$$
$$|a| = 5m/s^2$$

■

29. **P9 V4:** Para el instante señalado en el enunciado, determine la tensión T de la cuerda.

- $T = 20\ N$
- $T = 16\ N$
- $T = 8\ N$
- $T = 32\ N$

Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección radial, se tiene que:

$$T(-\hat{r}) = ma_r\hat{r}$$

Donde:

$$a_r = -4m/s^2$$
$$m = 5kg$$

Finalmente:

$$T = 5kg * 4m/s^2$$
$$T = 20N$$

■

30. **P10 V4:** Para el instante señalado en el enunciado, determine el módulo F de la fuerza que el brazo ranurado ejerce sobre el bloque.

- $F = 0\ N$
- $F = 15\ N$
- $F = 24\ N$
- $F = 32\ N$

Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección angular, se tiene que:

$$F\hat{\theta} = ma_\theta\hat{\theta}$$

Donde:

$$a_\theta = 3m/s^2$$
$$m = 5kg$$

Finalmente:

$$|F| = 5kg * 3m/s^2$$
$$|F| = 15N$$

■