PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Dinámica
Primer Semestre 2019

Interrogación 02
Preguntas de desarrollo - Pauta

Lunes 6 de mayo 2019

Problema 1 [6 puntos]

Una masa de 10 kg está unida a un resorte con constante de elasticidad $k = 500$ N/m. En la posición inicial $s = 0$, la masa está en reposo, y el resorte está en su largo natural y no ejerce fuerza sobre la masa. A partir de ese instante, la fuerza externa constante $\vec{F}$ de 500 N mostrada en la figura empuja la masa. El problema se asume sin roce.

a) (1 punto) Calcule el trabajo hecho por la fuerza externa cuando la masa llega a $s = 0.4$ m.

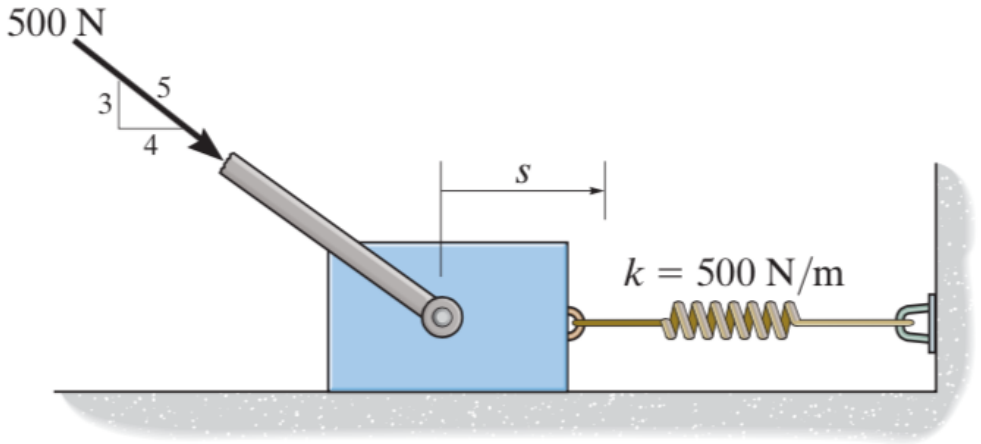
b) (2 puntos) Calcule la enería cinética y la velocidad de la masa cuando ésta llega a $s = 0.4$ m.

c) (0.5 puntos) Calcule la distancia s' para la cual la fuerza total sobre la masa es cero.

d) (0.5 punto) Determine la distancia máxima s_m hasta la cual se puede desplazar la masa mediante la fuerza $\vec{F}$.

e) (1 punto) ¿Cuánto tiempo T' demora la masa en volver a su posición inicial $s = 0$?

f) (1 punto) ¿Cuánto es el trabajo hecho por el resorte sobre la masa desde $t = 0$ hasta $t = T'$?



Solución 1

a) Trabajo: $W_F = F\cos\alpha \cdot s = F\frac{4}{5}s = 160$ Nm. (1 punto)

b) Energia cinética:

$\Delta K = \Delta W_F + \Delta W_k = F\cos\alpha \cdot s - \frac{1}{2}ks^2 = F\frac{4}{5}s - \frac{1}{2}ks^2 = 120$ J, notamos que el desplazamiento va en contra la dirección de la fuerza del resorte, explicando el signo menos.(1 punto)

Velocidad: $v = \sqrt{2\frac{\Delta K}{m}} = \sqrt{6}$ m/s (1 punto).

c) En el nuevo punto de equilibrio: $F\cos\alpha = ks' \rightarrow s' = \frac{F\cos\alpha}{k} = \frac{100}{500} \cdot \frac{4}{5} = 0.8\ m$ (0.5 puntos)

d) El bloque describe un mov. armónico simple con respecto a s', por lo tanto $s_m = 2s' = 1.6\ m$. (0.5 puntos)

Otra forma de verlo: para la distancia máxima, $W_F = E_f \rightarrow F\cos\alpha \cdot s_m = \frac{1}{2}ks_m^2$
Por lo tanto, $s_m = \frac{2F\cos\alpha}{k} = 1.6$ m

e) El bloque describe un mov. armónico simple con frecuencia natural $\omega = \sqrt{k/m}$ y demora un período T' en volver a la posición inicial.

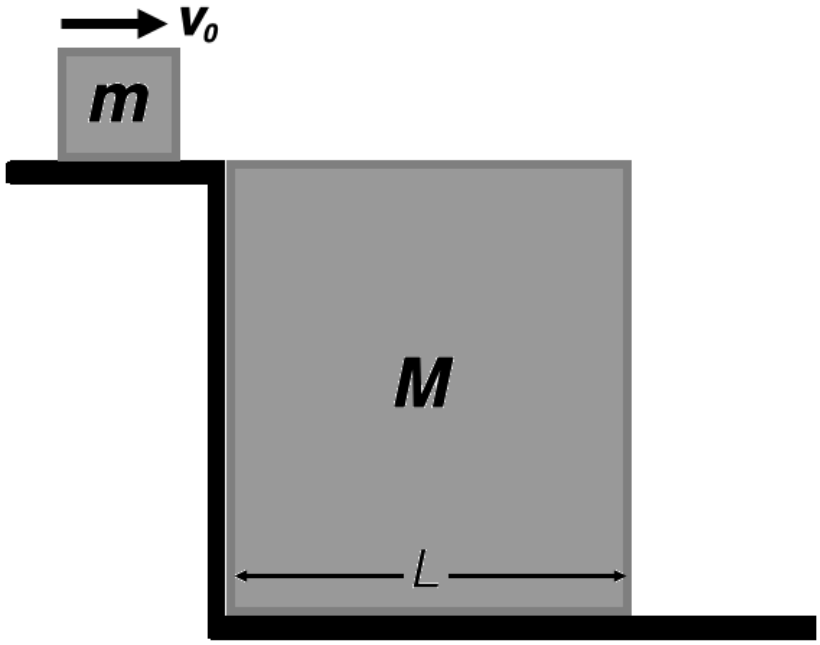
$$T' = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 0.9 \text{ s} \tag{1}$$

(1 punto)

f) Todas las fuerzas son conservativas, por lo tanto el trabajo de ir y volver es cero (1 punto).

Problema 2 [6 puntos]

Una caja de masa m se mueve con rapidez v_0 sobre una superficie horizontal sin roce y luego pasa a deslizar (con roce) sobre un bloque de masa M, tal como se representa en la figura. El bloque puede deslizar sin roce sobre el suelo y el coeficiente de roce cinético entre la caja y el bloque es μ.



Determine:

a) (3 puntos) La aceleración (con respecto al suelo) de la caja y del bloque, mientras la caja se mueve con respecto al bloque.

b) (1 punto) El tiempo que pasa hasta que el bloque deja de deslizar sobre la caja (es decir, hasta que ambos se mueven con la misma velocidad con respecto al suelo). Nota: Suponga que el bloque es suficientemente grande como para que la caja no pase de largo y caiga tras el bloque.

c) (1 punto) La velocidad del sistema bloque + caja cuando éstos empiezan a moverse juntos, y la fuerza neta que experimenta desde entonces el sistema.

d) (1 punto) El ancho L mínimo que debe tener el bloque para que la caja no se caiga al suelo (suponga una caja de tamaño despreciable).

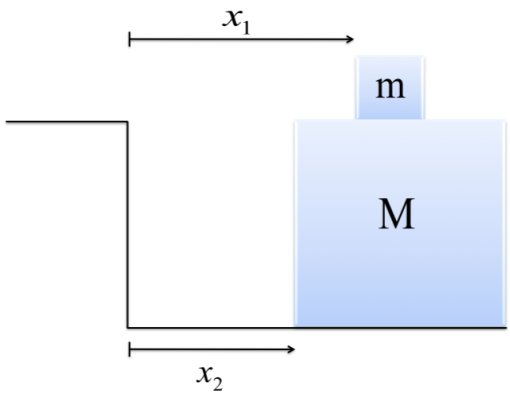
Solución 2

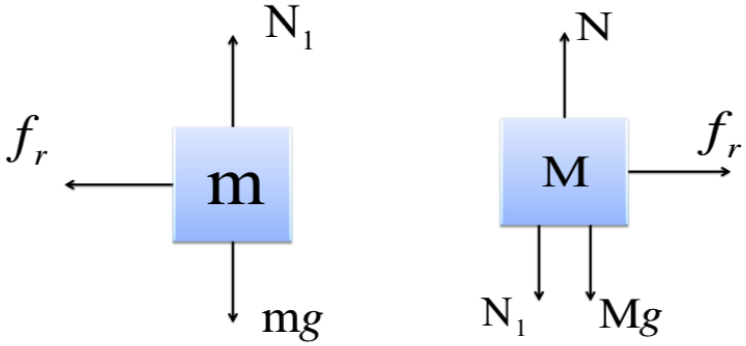
a) En las siguientes figuras se definen coordenadas horizontales del problema y se muestran las fuerzas actuando sobre la caja y sobre el bloque:
(1 punto) De la figura para la caja tenemos que $N_1 = mg$ y que

$$-f_r = m\ddot{x}_1$$

(0.5 puntos)
De la figura para el bloque tenemos que $N = N_1 + Mg = (m + M)g$ y

$$f_r = \mu mg = M\ddot{x}_2$$


x_1
m
M
x_2


N_1
f_r
m
mg
N
M
f_r
N_1
Mg

(0.5 puntos)
Despejando podemos obtener las aceleraciones:

$$\ddot{x}_1 = -\mu g$$

(0.5 puntos)

$$\ddot{x}_2 = \frac{\mu m g}{M}$$

(0.5 puntos)

b) Teniendo las aceleraciones (constantes) podemos calcular las velocidades:

$$\dot{x}_1 = v_0 - \mu g t$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\mu m g}{M} t$$

La caja dejará de deslizar sobre el bloque cuando ambas velocidades sean iguales, lo que nos permite despejar el tiempo pedido:

$$t^* = \frac{v_0 M}{\mu g (M+m)}$$

(1 punto)

c) La distancia s que recorre la caja sobre (con respecto a) el bloque en el tiempo t^* está dado por $s(t^*) = x_1(t^*) - x_2(t^*)$, por lo que L debe ser al menos igual a ese valor para que la caja no se caiga del bloque.

$$x_1(t^*) = v_0 t^* - \frac{1}{2}\mu g (t^*)^2$$

$$x_2(t^*) = \frac{\mu m g}{2M}(t^*)^2$$

Luego, reemplazando la expresión obtenida de t^* en la expresión para $s(t^*)$ obtenemos que:

$$s(t^*) = v_0 t^* - \frac{1}{2}\mu g (t^*)^2 - \frac{\mu m g}{2M}(t^*)^2 = \frac{v_0^2 M}{\mu g (M+m)} - \frac{\mu g (M+m) v_0^2 M^2}{2M(\mu g)^2 (M+m)^2}$$

Reordenando obtenemos:

$$L \geq s(t^*) = \frac{v_0^2 M}{2\mu g (M+m)}$$

(1 punto)

d) El sistema bloque + caja, para $t > t^*$ no experimenta fuerza neta alguna, y se mueve hacia la derecha con rapidez constante igual a

$$\ddot{x}_2(t^*) = \frac{\mu m g}{M} t^* = \frac{v_0 m}{M+m}$$

(1 punto)

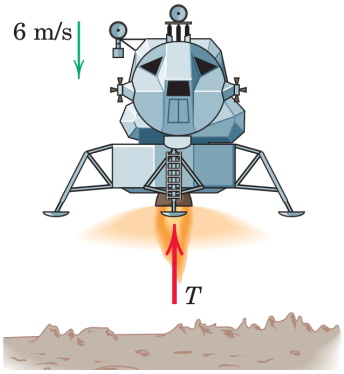
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Dinámica
Primer Semestre 2019

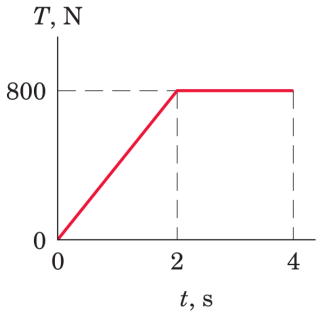
Interrogación 02 - Alternativas

Lunes 6 de mayo 2019
Duración total: 150 minutos

Problema 1 [1 punto]

El módulo lunar de 200 kg desciende sobre la superficie lunar con una rapidez de 6 m/s en el instante en el que los propulsores se encienden. Los propulsores producen una fuerza T durante 4 segundos, que varía según se muestra en el gráfico, y a los 4 segundos estos se apagan. ¿Cuál es la rapidez con la que desciende el módulo después de 4 s ? Asuma que la aceleración de gravedad cerca de la superficie lunar es 1.6 m/s^2.





a) 6.0 m/s

b) 0.5 m/s

c) 1.2 m/s

d) 0.4 m/s

e) 2.0 m/s

Solución: La fuerza peso cerca de la luna es:

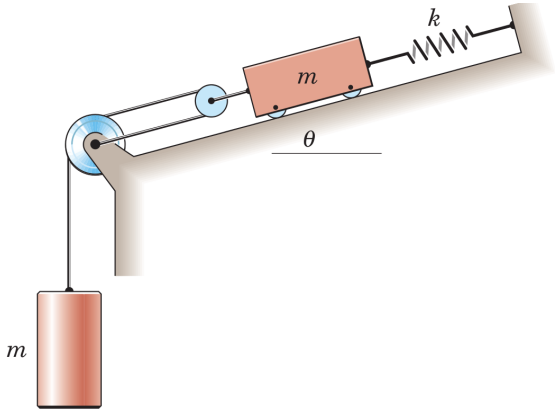
$$F_g = 200 * 1{,}6 \text{ N} = 320 \text{ N}$$

Para calcular la rapidez con que desciende el módulo después de 5 segundos usaremos la relación entre impulso y la variación del momentum.

$$\begin{aligned}
\vec{J} &= \Delta\vec{p} \\
\int \vec{F} dt &= m(\vec{v}_f - \vec{v}_i) \\
320 \times 4 - 800 \times \frac{2}{2} - 800 \times (4-2) &= 200(v_f - 6) \\
1280 - 2400 &= 200(v_f - 6) \\
\implies (v_f - 6) &= -5{,}6 \\
\implies v_f &= 0{,}4 \text{ m/s}
\end{aligned}$$

Problema 2 [1 punto]

Determine el periodo de oscilación T del sistema mostrado en la figura.
Ayuda: escriba la ecuación de movimiento del sistema e identifique la frecuencia angular.



a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{3m}{k}}$

c) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{5m}{k}}$

d) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{3k}}$

e) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

Solución: Escribimos la segunda ley de Newton para el carrito y la masa.
Carrito:

$$2T - kx = m\ddot{x}$$

Masa:

$$mg - T = m\ddot{y}$$

La condición de ligadura es $y = 2x$. Definimos además z desde la posición de reposo $x = x_{\text{eq}} + z$, es decir:

$$\begin{aligned} 2T - kx_{\text{eq}} &= 0 \\ mg - T &= 0 \\ \implies kx_{\text{eq}} &= 2mg \end{aligned}$$

Tenemos ahora que:

$$\begin{aligned} 2T - k(x_{\text{eq}} + z) &= m\ddot{z} \\ 2T - 2mg - kz &= m\ddot{z} \end{aligned} \tag{1}$$

y la otra ecuación es:

$$mg - T = m2\ddot{z} \tag{2}$$

Sumando (1)+2(2) tenemos:

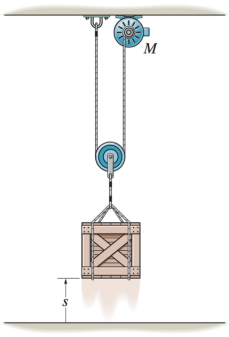
$$\ddot{z} - \frac{k}{5m}z = 0 \tag{3}$$

De (3) tenemos que la frecuencia natural (angular) es $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{5m}}$ y por lo tanto el periodo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{5m}{k}}$$

Problema 3 [1 punto]

Un bloque de 10 kg es levantado por el sistema mostrado en la figura, donde el motor M tira de la cuerda con una fuerza constante. El bloque parte desde el piso en reposo y alcanza una rapidez de 4 m/s a los 2 metros de altura. Determine la potencia instantánea del motor a esta altura asumiendo que el peso de la polea y de la cuerda son despreciables y que la aceleración de gravedad es de $10\,\mathrm{m/s^2}$.



a) 160 W

b) 320 W

c) 400 W

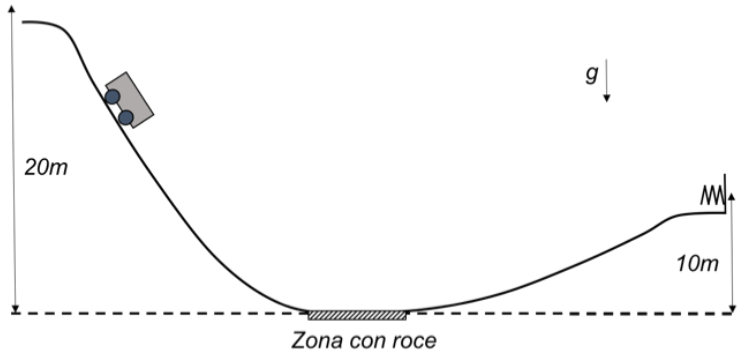
d) 560 W

e) 800 W

En este ejercicio se debe estimar la potencia instantánea $P = F \cdot v$ cuando el bloque se encuentra a 2 metros de altura. Puesto que todas las fuerzas que actúan sobre el bloque son constantes, su aceleración también lo es, entonces la altura se puede escribir como $s = \frac{1}{2}at^2$ y la rapidez $\dot{s} = at$, por lo tanto a los 2 metros de altura la aceleración es $a = \frac{\dot{s}^2}{2s} = 4\frac{m}{s^2}$. Aplicando la segunda ley de Newton al bloque obtenemos: $T = \frac{m(g+a)}{2} = 70N$. Aplicando la ecuación de ligadura obtenemos que $2\dot{s} = \dot{s}_M$, donde $\dot{s}_M$ es la rapidez con que el motor tira la cuerda. Por último calculamos la potencia instantánea del motor como $P = T \cdot \dot{s}_M = 70N \cdot 8\frac{m}{s} = 560W$.

Problema 4 [1 punto]

Un carro de 100 kg de masa se deja caer desde el reposo desde una altura de 20 m y recorre una montaña rusa hasta comprimir un resorte de constante elástica 16000 N/m una distancia de 1 m. Si el carro experimenta roce en la zona indicada en la figura, y la magnitud de la aceleración de gravedad es de 10 m/s^2 ¿cuál es la altura que alcanza en su recorrido de vuelta, luego de rebotar con el resorte?



a) 20 m

b) 18 m

c) 16 m

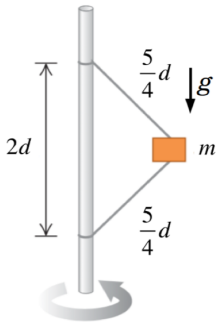
d) 12 m

e) 10 m

La energía mecánica del sistema, al comienzo del recorrido es $E_i = mgh = 100Kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 20m = 20000J$, al llegar al final del recorrido el carro posee una energía $E_f = mgh + \frac{1}{2}kx^2 = 100Kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 10m + \frac{1}{2} \cdot 16000\frac{N}{m} \cdot 1m^2 = 18000J$. La diferencia de energía al comienzo y al final del recorrido es igual al trabajo realizado por el roce $W = E_f - E_i = -2000J$. Por lo tanto, al final del recorrido de vuelta, el carro habrá perdido $4000J$, por lo tanto tendrá una energía $E = 16000J = 100Kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot h$, por lo tanto $h = 16m$.

Problema 5 [1 punto]

Se tiene un bloque de masa m unido a una varilla vertical por dos cuerdas ideales de igual largo $L = 5d/4$. Cuando el sistema gira con velocidad angular constante en torno al eje de la varilla, las cuerdas se extienden y quedan tensas.



Si la tensión de la cuerda superior es T, determine la velocidad angular $\dot{\theta}$ a la que el sistema está rotando:

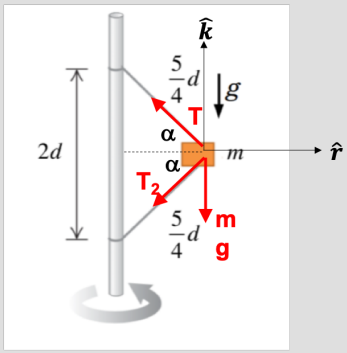
a) $\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{5mg - 4T}{3md}}$

b) $\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{3T - mg}{4md}}$

c) $\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{4mg - 2T}{md}}$

d) $\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{8T - 5mg}{5md}}$

e) $\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{3mg - T}{3md}}$



A partir del diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura, se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento:

$\hat{k}: T\sin\alpha = T_2\sin\alpha + mg \rightarrow T_2 = T - \frac{mg}{\sin\alpha}$

$\hat{r}: -T\cos\alpha - T_2\cos\alpha = -mr\dot{\theta}^2$

Por geometría se tiene:

$r = \frac{5d}{4}\cos\alpha\,,\ \sin\alpha = \frac{4}{5}$

Reemplazando en las ecuaciones anteriores, se obtiene la solución indicada.

Problema 6 [1 punto]

Una fuerza neta F_A actúa sobre un cuerpo A y una fuerza neta F_B actúa sobre un cuerpo B. La masa B es el doble de la masa del cuerpo A y la aceleración de B es el doble de la del cuerpo A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) $F_B = \frac{1}{4}F_A$

b) $F_B = \frac{1}{2}F_A$

c) $F_B = F_A$

d) $F_B = 2F_A$

e) $F_B = 4F_A$