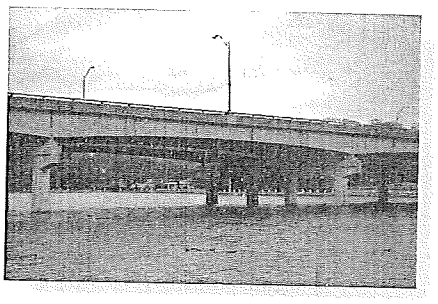
*7.2 Ecuaciones y diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante

Las *vigas* son elementos estructurales diseñados para soportar cargas aplicadas de manera perpendicular a sus ejes. En general, las vigas son largas y rectas y tienen un área de sección transversal constante. A menudo, se clasifican con respecto a cómo están soportadas. Por ejemplo, una *viga simplemente apoyada* es aquella que está articulada en un extremo y sostenida por un rodillo en el otro, figura 7-9*a*, mientras que una *viga en voladizo* está fija o empotrada en un extremo y libre en el otro. El diseño real de una viga requiere un conocimiento detallado de la *variación* de la fuerza cortante interna V y del momento flexionante M que actúan en *cada punto* a lo largo del eje de la viga.*

Estas *variaciones* de V y M a lo largo de la viga pueden obtenerse por el método de secciones analizado en la sección 7.1. Sin embargo, en este caso es necesario seccionar la viga a una distancia arbitraria x de un extremo para después aplicar las ecuaciones de equilibrio al segmento que tiene la longitud x. Al hacer esto es posible obtener V y M como funciones de x.

En general, las funciones de fuerza cortante y de momento flexionante serán discontinuas, o sus pendientes serán discontinuas en puntos donde una carga distribuida cambia o donde se aplican fuerzas o momentos de par concentrados. Debido a esto, dichas funciones deben determinarse para *cada segmento* de la viga localizado entre dos discontinuidades de la carga. Por ejemplo, los segmentos que tienen longitudes x_1, x_2 y x_3, tendrán que usarse para describir la variación de V y M en toda la longitud de la viga en la figura 7-9*a*. Estas funciones serán válidas *sólo* dentro de las regiones desde O hasta a para x_1, de a a b para x_2 y de b a L para x_3. Si se grafican las funciones resultantes de x, las gráficas se denominan *diagrama de fuerza cortante* y *diagrama de momento flexionante*, figura 7-9*b* y figura 7-9*c*, respectivamente.



Para ahorrar material y por lo tanto producir un diseño eficiente, estas vigas, también llamadas largueros, están ahusadas, ya que el momento interno en la viga será mayor en los soportes, o apoyos, que en el centro del claro.

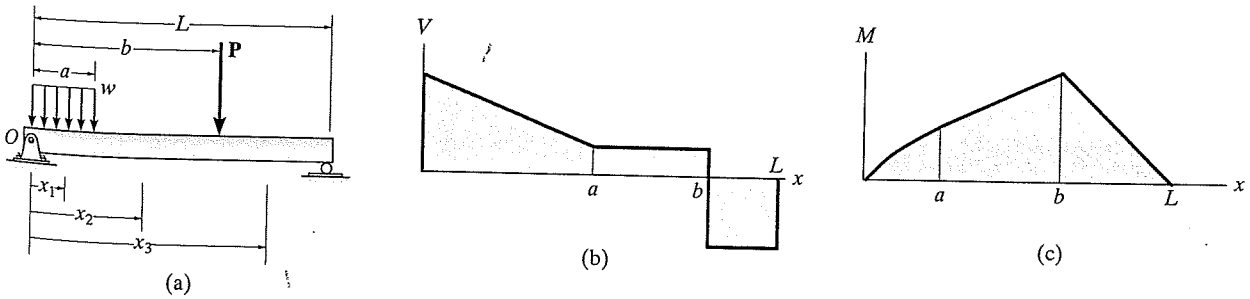
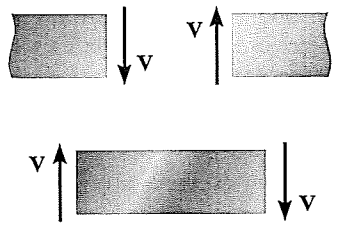


Fig. 7-9

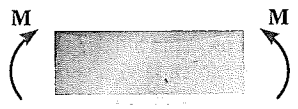
*La fuerza normal interna no se considera por dos razones. En la mayoría de los casos, las cargas aplicadas a una viga actúan de manera perpendicular al eje de la viga y, por lo tanto, producen sólo una fuerza cortante y un momento flexionante internos. Para propósitos de diseño, la resistencia de la viga a la fuerza cortante, y en particular a la flexión, es más importante que su capacidad de resistir una fuerza normal.



Corte (sentido) positivo



Momento positivo



Convención de signos en una viga

Fig. 7-10



Este brazo remolcador extendido debe resistir cargas, tanto flexionantes como cortantes, en toda su longitud debido al peso del vehículo. Para que el brazo esté bien diseñado es necesario conocer la variación de estas cargas.

Procedimiento para el análisis

Los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para una viga pueden construirse con el siguiente procedimiento.

Reacciones en los soportes.

- Determine todas las fuerzas y los momentos de par reactivos que actúan sobre la viga, y descomponga todas las fuerzas en componentes que actúan en forma perpendicular y paralela al eje de la viga.

Funciones de fuerza cortante y de momento flexionante.

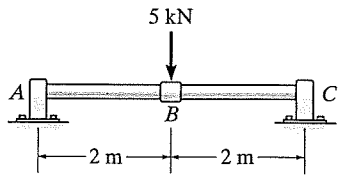
- Especifique coordenadas x separadas cuyo origen está en el extremo izquierdo de la viga y que se extienden a regiones de la viga *entre* fuerzas y/o momentos de par concentrados, o donde la carga distribuida sea continua.
- Seccione la viga en cada distancia x y trace el diagrama de cuerpo libre de uno de los segmentos. Asegúrese de que **V** y **M** se muestren al actuar en sus *sentidos positivos*, de acuerdo con la convención de signos dada en la figura 7-10.
- La fuerza cortante V se obtiene al sumar fuerzas perpendiculares al eje de la viga.
- El momento flexionante M se obtiene al sumar momentos con respecto al extremo seccionado del segmento.

Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.

- Grafique el diagrama de fuerza cortante (V contra x) y el diagrama de momento flexionante (M contra x). Si los valores calculados de las funciones que describen V y M son *positivos*, se grafican sobre el eje x, en tanto que los valores *negativos* se grafican debajo del eje x.
- Por lo general, es conveniente graficar los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante directamente debajo del diagrama de cuerpo libre de la viga.

EJEMPLO 7.6

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha que se muestra en la figura 7-11*a*. El soporte en A es una chumacera de empuje y el soporte en C es una chumacera lisa.

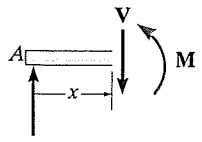


(a)

SOLUCIÓN

Reacciones en los soportes. En la figura 7-11*d* se muestran las reacciones en los soportes sobre el diagrama de cuerpo libre de la flecha.

Funciones de fuerza cortante y de momento flexionante. La flecha se secciona a una distancia arbitraria x del punto A, la cual se extiende dentro de la región AB, y el diagrama de cuerpo libre del segmento izquierdo se muestra en la figura 7-11*b*. Se supone que las incógnitas **V** y **M** actúan en el *sentido positivo* sobre la cara derecha del segmento de acuerdo con la convención de signos establecida. Al aplicar las ecuaciones de equilibrio resulta

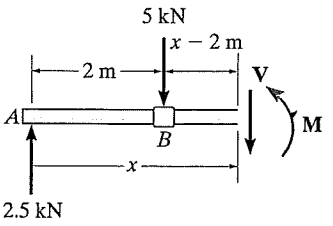


$0 \le x < 2$ m
(b)

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad V = 2.5 \text{ kN} \tag{1}$$

$$\zeta + \Sigma M = 0; \qquad M = 2.5x \text{ kN} \cdot \text{m} \tag{2}$$

En la figura 7-11*c* se muestra un diagrama de cuerpo libre para un segmento izquierdo de la flecha que se extiende una distancia x dentro de la región BC. Como siempre, **V** y **M** se presentan en acción en el sentido positivo. Por lo tanto,



$2 \text{ m} < x \le 4$ m
(c)

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 2.5 \text{ kN} - 5 \text{ kN} - V = 0$$

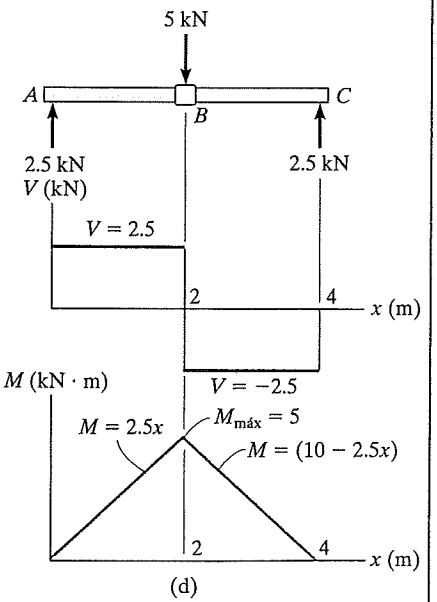
$$V = -2.5 \text{ kN} \tag{3}$$

$$\zeta + \Sigma M = 0; \qquad M + 5 \text{ kN}(x - 2 \text{ m}) - 2.5 \text{ kN}(x) = 0$$

$$M = (10 - 2.5x) \text{ kN} \cdot \text{m} \tag{4}$$

Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante. Cuando se grafican las ecuaciones de la 1 a la 4 dentro de las regiones en que son válidas, se obtienen los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante que se muestran en la figura 7-11*d*. El diagrama de fuerza cortante indica que la fuerza cortante interna es siempre de 2.5 kN (positiva) dentro del segmento de flecha AB. Justo a la derecha del punto B, la fuerza cortante cambia de signo y permanece en el valor constante de −2.5 kN para el segmento BC. El diagrama de momento comienza en cero, se incrementa linealmente hasta el punto B en $x = 2$ m, donde $M_{\text{máx}} = 2.5 \text{ kN}(2 \text{ m}) = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$, y después disminuye de nuevo a cero.

NOTA: en la figura 7-11*d* se ve que la gráfica de los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante es discontinua en los puntos donde actúa una fuerza concentrada, es decir, en los puntos A, B y C. Por esta razón, como se indicó antes, es necesario expresar por separado las funciones de fuerza cortante y de momento flexionante para regiones entre cargas concentradas. Sin embargo, debe observarse que todas las discontinuidades de carga son matemáticas, y surgen de la *idealización de una fuerza concentrada y de un momento de par*. Físicamente, las cargas siempre se aplican sobre un área finita, y si la variación real de la carga pudiera tomarse en cuenta, los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante serían continuos sobre toda la longitud de la flecha.

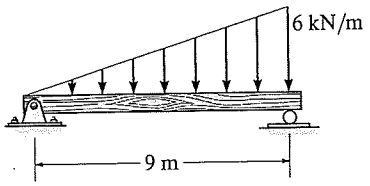


(d)

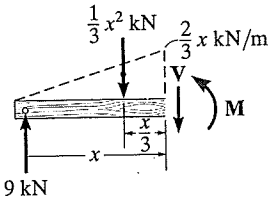
Fig. 7-11

EJEMPLO 7.7

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga de la figura 7-12*a*.



(a)



(b)

SOLUCIÓN

Reacciones en los soportes. En la figura 7-12*c* se muestran las reacciones en los soportes sobre el diagrama de cuerpo libre de la viga.

Funciones de fuerza cortante y de momento flexionante. En la figura 7-12*b* se muestra un diagrama de cuerpo libre para un segmento izquierdo de la viga que tiene longitud x. Por triángulos semejantes, la carga distribuida que actúa en el extremo de este segmento tiene una intensidad de $w/x = 6/9$ o $w = (2/3)x$. Esta carga se reemplaza por una fuerza resultante *después* de que el segmento se aísla como un diagrama de cuerpo libre. La *magnitud* de la fuerza resultante es igual a $\frac{1}{2}(x)\left(\frac{2}{3}x\right) = \frac{1}{3}x^2$. Esta fuerza *actúa a través del centroide* del área de carga distribuida, a una distancia de $\frac{1}{3}x$ desde el extremo derecho. Al aplicar las dos ecuaciones de equilibrio resulta

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 9 - \frac{1}{3}x^2 - V = 0$$

$$V = \left(9 - \frac{x^2}{3}\right) \text{kN} \tag{1}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0; \qquad M + \frac{1}{3}x^2\left(\frac{x}{3}\right) - 9x = 0$$

$$M = \left(9x - \frac{x^3}{9}\right) \text{kN} \cdot \text{m} \tag{2}$$

Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante. Los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante de la figura 7-12*c* se obtienen al graficar las ecuaciones 1 y 2.

El punto de *fuerza cortante cero* se puede encontrar por la ecuación 1:

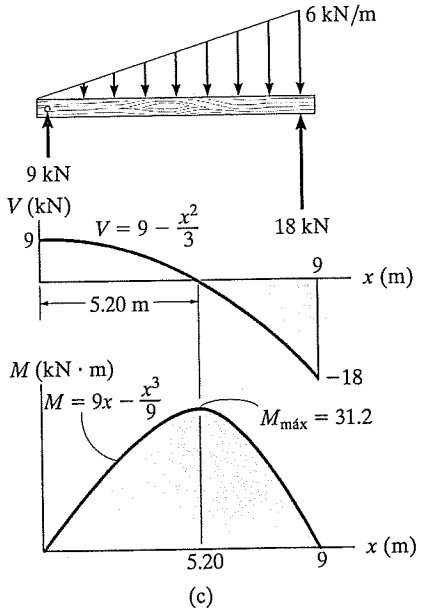
$$V = 9 - \frac{x^2}{3} = 0$$

$$x = 5.20 \text{ m}$$

NOTA: en la sección 7.3 se verá que este valor de x representa el punto sobre la viga donde ocurre el *momento máximo*. Con la ecuación 2, tenemos

$$M_{\text{máx}} = \left(9(5.20) - \frac{(5.20)^3}{9}\right) \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$= 31.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

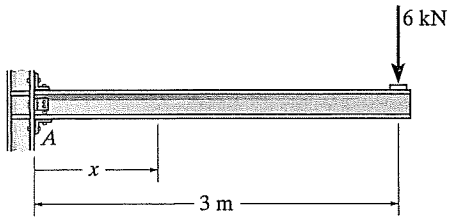


(c)

Fig. 7-12

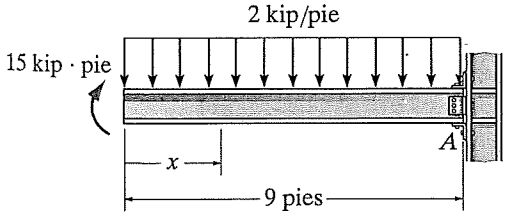
PROBLEMAS FUNDAMENTALES

F7-7. Determine la fuerza cortante y el momento flexionante como funciones de x, después trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.



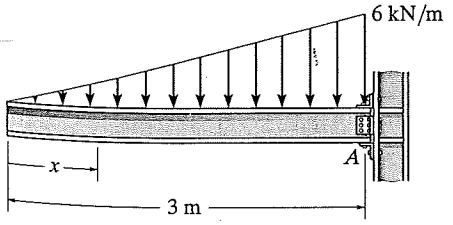
F7-7

F7-8. Determine la fuerza cortante y el momento flexionante como funciones de x, después trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.



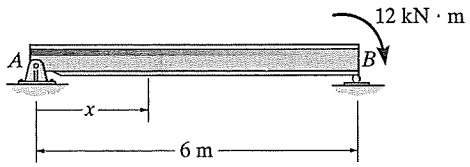
F7-8

F7-9. Determine la fuerza cortante y el momento flexionante como funciones de x, después trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.



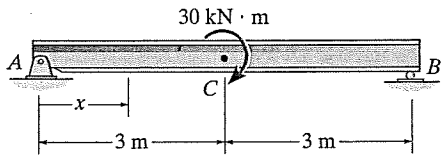
F7-9

F7-10. Determine la fuerza cortante y el momento flexionante como funciones de x, después trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.



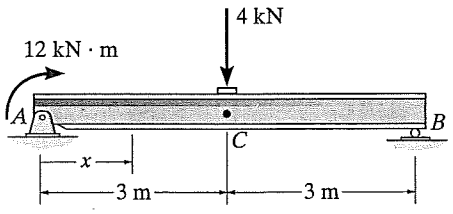
F7-10

F7-11. Determine la fuerza cortante y el momento flexionante como funciones de x, donde $0 \leq x < 3$ m y 3 m $< x \leq 6$ m, después trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.



F7-11

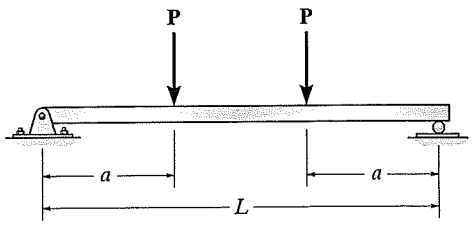
F7-12. Determine la fuerza cortante y el momento flexionante como funciones de x, donde $0 \leq x < 3$ m y 3 m $< x \leq 6$ m, después trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.



F7-12

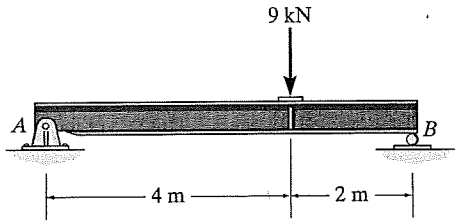
PROBLEMAS

*7-40. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga (*a*) en términos de los parámetros mostrados; (*b*) considere $P = 800$ lb, $a = 5$ pies, $L = 12$ pies.



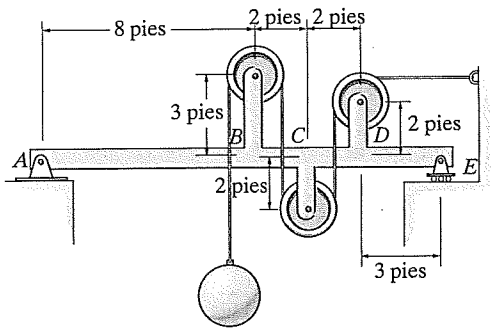
Prob. 7-40

•7-41. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga simplemente apoyada.



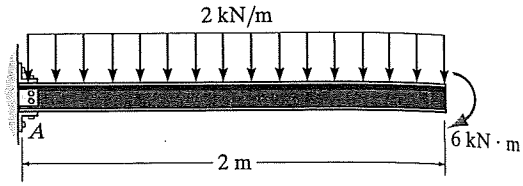
Prob. 7-41

7-42. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga *ABCDE*. Todas las poleas tienen radio de 1 pie. Ignore el peso de la viga y del arreglo de poleas. La carga pesa 500 lb.



Prob. 7-42

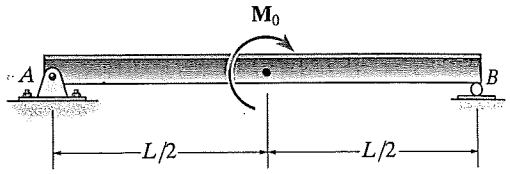
7-43. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga en voladizo.



Prob. 7-43

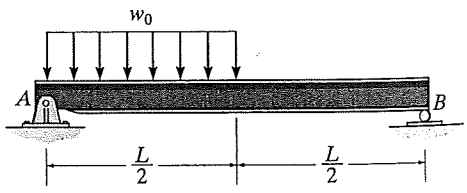
*7-44. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga (*a*) en términos de los parámetros mostrados; (*b*) considere $M_0 = 500$ N · m, $L = 8$ m.

•7-45. Si $L = 9$ m, la viga fallará cuando la máxima fuerza cortante sea $V_{máx} = 5$ kN o el máximo momento flexionante sea $M_{máx} = 22$ kN · m. Determine el momento de par M_0 más grande que soportará la viga.



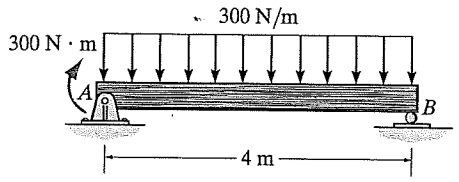
Probs. 7-44/45

7-46. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga simplemente apoyada.



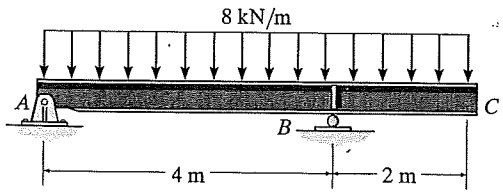
Prob. 7-46

7-47. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga simplemente apoyada.



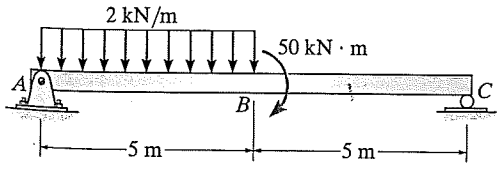
Prob. 7-47

*7-48. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga saliente.



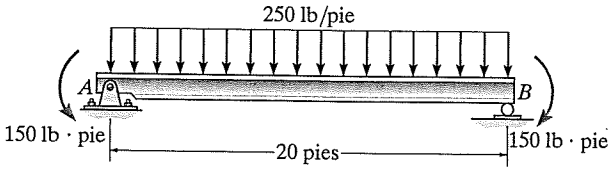
Prob. 7-48

•7-49. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



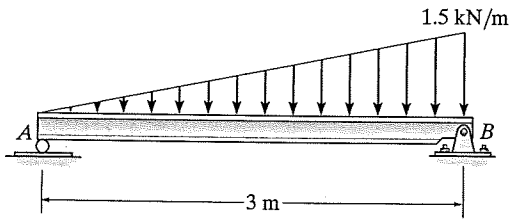
Prob. 7-49

7-50. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



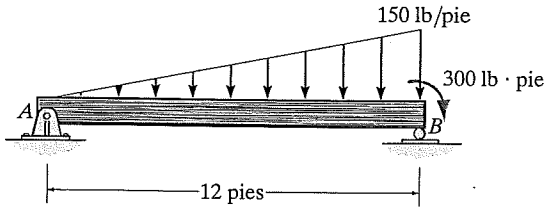
Prob. 7-50

7-51. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



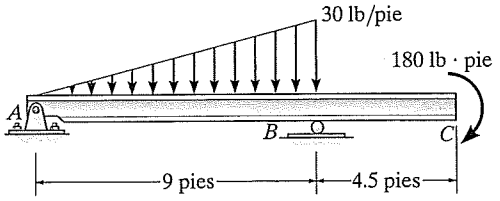
Prob. 7-51

*7-52. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga simplemente apoyada.



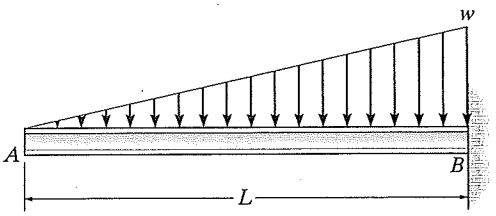
Prob. 7-52

•7-53. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



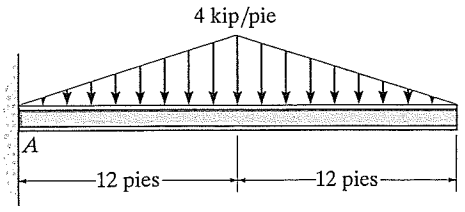
Prob. 7-53

7-54. Si $L = 18$ pies, la viga fallará cuando la máxima fuerza cortante sea $V_{máx} = 800$ lb o el máximo momento flexionante sea $M_{máx} = 1200$ lb · pie. Determine la intensidad w más grande de la carga distribuida que soportará la viga.



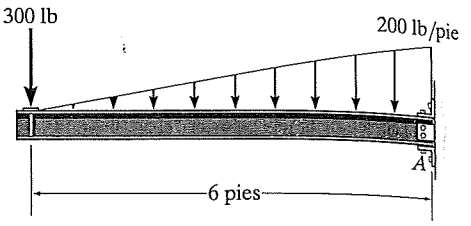
Prob. 7-54

7-55. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



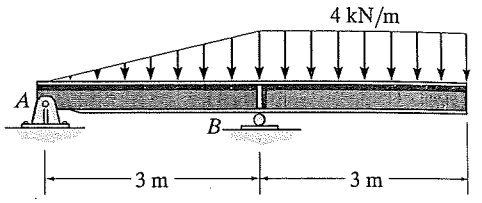
Prob. 7-55

***7-56.** Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga en voladizo.



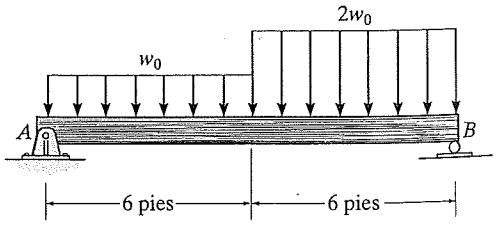
Prob. 7-56

•7-57. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga de voladizo.



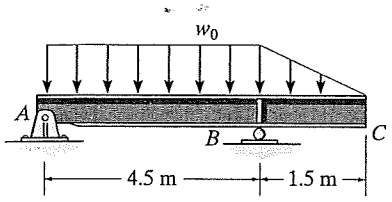
Prob. 7-57

7-58. Determine la intensidad w_0 más grande de la carga distribuida que puede soportar la viga si ésta puede aguantar una fuerza cortante máxima de $V_{máx} = 1200$ lb y un momento flexionante máximo de $M_{máx} = 600$ lb · pie.



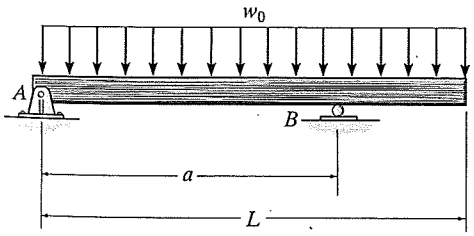
Prob. 7-58

7-59. Determine la intensidad w_0 más grande de la carga distribuida que puede soportar la viga si ésta puede aguantar un momento flexionante máximo de $M_{máx} = 20$ kN · m y una fuerza cortante máxima de $V_{máx} = 80$ kN.



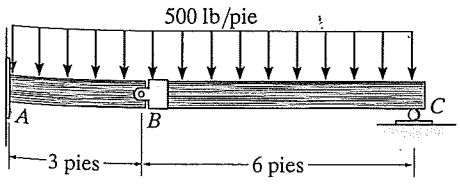
Prob. 7-59

*7-60. Determine la colocación a del soporte de rodillo B de modo que el momento máximo dentro del claro AB sea equivalente al momento en el soporte B.



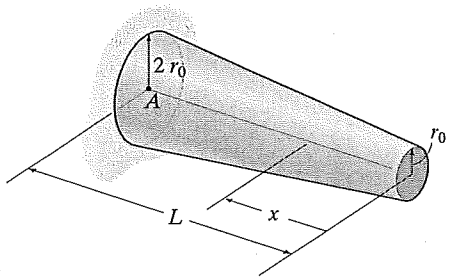
Prob. 7-60

•7-61. La viga compuesta tiene un soporte fijo en A, está conectada mediante un pasador en B y se sostiene por medio de un rodillo en C. Trace los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante para la viga.



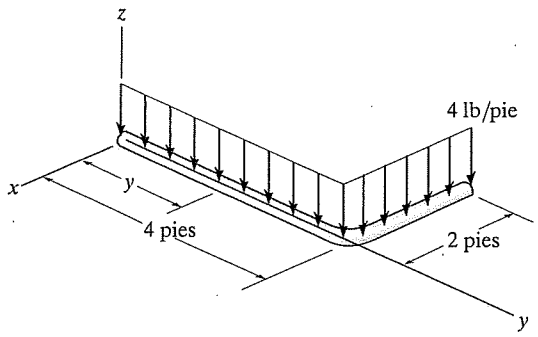
Prob. 7-61

7-62. El cono truncado se encuentra en voladizo desde el punto A. Si el cono está hecho de un material con un peso específico de γ, determine en el cono la fuerza cortante y el momento flexionante internos como funciones de x.



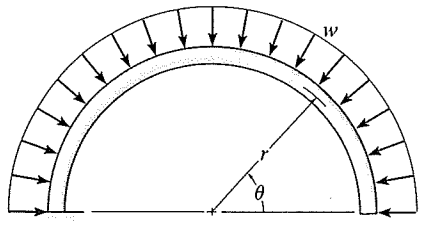
Prob. 7-62

7-63. Exprese las componentes de la fuerza cortante y del momento flexionante internos que actúan en la barra como una función de y, donde $0 \leq y \leq 4$ pies.

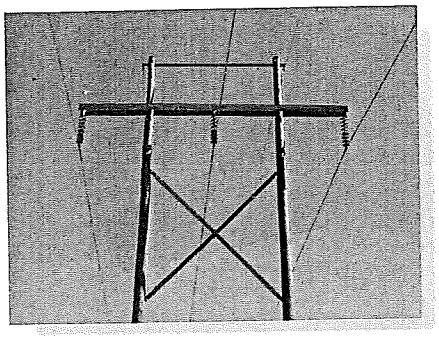


Prob. 7-63

*7-64. Determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento flexionante en la barra curva como una función de θ.



Prob. 7-64



A fin de poder diseñar la viga que se usa para soportar estas líneas eléctricas, es importante trazar primero los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.

*7.3 Relaciones entre carga distribuida, fuerza cortante y momento flexionante

Si una viga está sometida a varias cargas concentradas, momentos de par y cargas distribuidas, el método para construir diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante analizado en la sección 7.2 puede resultar muy tedioso. En esta sección veremos un método más simple para construir esos diagramas —un método que se basa en las relaciones diferenciales entre la carga, la fuerza cortante y el momento flexionante.

Carga distribuida. Considere la viga AD en la figura 7-13*a*, la cual está sometida a una carga arbitraria $w = w(x)$ y a una serie de fuerzas concentradas y momentos de par. En el siguiente análisis, la *carga distribuida* se considerará *positiva* cuando la *carga actúe hacia arriba* como se muestra. Un diagrama de cuerpo libre para un pequeño segmento de la viga de longitud Δx se elige en un punto x a lo largo de la viga que *no* esté sometida a una fuerza concentrada o momento de par, figura 7-13*b*. Por lo tanto, cualquier resultado que se obtenga no se aplica en puntos de carga concentrada. Se supone que la fuerza cortante y el momento flexionante internos mostrados en el diagrama de cuerpo libre actúan en *sentido positivo* de acuerdo con la convención de signos establecida. Observe que tanto la fuerza cortante como el momento flexionante que actúan sobre la cara derecha deben ser incrementados en una cantidad pequeña, finita, para mantener el segmento en equilibrio. La carga distribuida ha sido reemplazada por una fuerza resultante $\Delta F = w(x)\,\Delta x$ que actúa a una distancia fraccional $k(\Delta x)$ desde el extremo derecho, donde $0 < k < 1$ [por ejemplo, si $w(x)$ es *uniforme*, $k = \frac{1}{2}$].

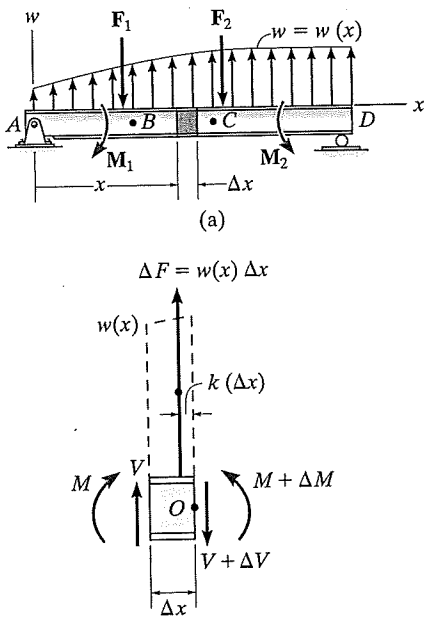


Fig. 7-13

Relación entre la carga distribuida y la fuerza cortante. Si se aplica la ecuación de equilibrio de fuerzas, tenemos

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad V + w(x)\Delta x - (V + \Delta V) = 0$$
$$\Delta V = w(x)\Delta x$$

Al dividir entre Δx y tomar $\Delta x \to 0$, obtenemos

$$\frac{dV}{dx} = w(x) \tag{7-1}$$

pendiente del diagrama de fuerza cortante = intensidad de la carga distribuida

Si volvemos a escribir la ecuación anterior en la forma $dV = w(x)dx$ y realizamos una integración entre dos puntos B y C sobre la viga, vemos que

$$\Delta V = \int w(x)\,dx \qquad \text{(7-2)}$$

Cambio en la fuerza cortante = Área bajo la curva de carga

Relación entre la fuerza cortante y el momento flexionante. Si aplicamos la ecuación de equilibrio de momento con respecto al punto O en el diagrama de cuerpo libre de la figura 7-13*b*, obtenemos

$$\zeta + \Sigma M_0 = 0; \quad (M + \Delta M) - [w(x)\Delta x]\, k\Delta x - V\Delta x - M = 0$$
$$\Delta M = V\Delta x + k\, w(x)\Delta x^2$$

Al dividir ambos lados de esta ecuación entre Δx, y se toma $\Delta x \longrightarrow 0$, resulta

$$\frac{dM}{dx} = V \qquad \text{(7-3)}$$

Pendiente del diagrama de momento flexionante = Fuerza cortante

En particular, observe que el momento flexionante máximo absoluto $|M|_{máx}$ ocurre en el punto donde la pendiente $dM/dx = 0$, ya que es ahí donde la fuerza cortante es igual a cero.

Si la ecuación 7-3 se reescribe en la forma $dM = \int V\,dx$ y se integra entre dos puntos B y C sobre la viga, tenemos

$$\Delta M = \int V\,dx \qquad \text{(7-4)}$$

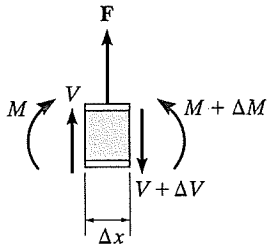
Cambio en el momento flexionante = Área bajo el diagrama fuerza cortante

Como se indicó antes, las ecuaciones anteriores no se aplican donde actúan una fuerza o un momento de par *concentrados*. Esos dos casos especiales crean *discontinuidades* en los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante y, en consecuencia, cada uno debe tratarse por separado.

Fuerza. En la figura 7-14*a* se muestra un diagrama de cuerpo libre de un pequeño segmento de la viga de la figura 7-13*a*, tomado debajo de una de las fuerzas. Aquí, el equilibrio de fuerzas requiere

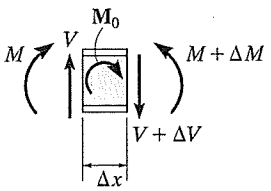
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad \Delta V = F \qquad \text{(7-5)}$$

Puesto que el *cambio en la fuerza cortante es positivo*, el diagrama de fuerza cortante "saltará" *hacia arriba cuando* **F** *actúe hacia arriba* sobre la viga. De la misma forma, el salto en la fuerza cortante (ΔV) es hacia abajo cuando **F** actúa hacia abajo.



(a)

Fig. 7-14



(b)

Fig. 7-14

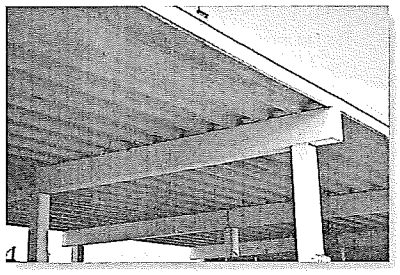
Momento de par. Si retiramos un segmento de la viga de la figura 7-13*a* que esté localizado en el momento de par $\mathbf{M}_0$, resultará el diagrama de cuerpo libre de la figura 7-14*b*. En este caso, sea $\Delta x \to 0$, el equilibrio de momento requiere

$$\zeta + \Sigma M = 0; \qquad \Delta M = M_0 \tag{7-6}$$

Así, el *cambio en momento es positivo*, o el diagrama de momento flexionante "saltará" *hacia arriba si* $\mathbf{M}_0$ *es en el sentido de las manecillas del reloj*. De la misma forma, el salto ΔM es hacia abajo cuando $\mathbf{M}_0$ es en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

Los siguientes ejemplos ilustran la aplicación de las ecuaciones anteriores para la construcción de los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante. Después de trabajar con estos ejemplos, se recomienda que los ejemplos 7.6 y 7.7 se resuelvan por este método.

7



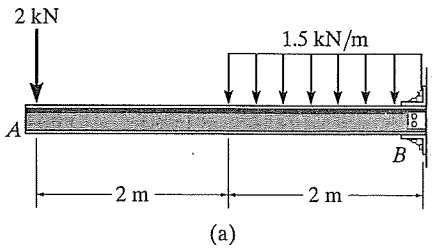
Esta viga de concreto se usa para soportar el techo. Su tamaño y la colocación del refuerzo de acero en su interior pueden determinarse después de establecer los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.

Puntos importantes

- La pendiente del diagrama de fuerza cortante en un punto es igual a la intensidad de la carga distribuida, donde la carga distribuida positiva es hacia arriba, esto es, $dV/dx = w(x)$.
- Si una fuerza concentrada actúa hacia arriba sobre la viga, la fuerza cortante saltará hacia arriba en la misma cantidad.
- El cambio en la fuerza cortante ΔV entre dos puntos es igual *al área* bajo la curva de carga distribuida entre los puntos.
- La pendiente del diagrama de momento flexionante es igual a la fuerza cortante, esto es, $dM/dx = V$.
- El cambio en el momento ΔM entre dos puntos es igual al *área* bajo el diagrama de fuerza cortante entre los dos puntos.
- Si un momento de par en *el sentido de las manecillas del reloj* actúa sobre la viga, la fuerza cortante no será afectada; sin embargo, el diagrama de momento flexionante saltará hacia *arriba* en la misma cantidad que el momento.
- Los puntos de *fuerza cortante cero* representan puntos de *momento flexionante máximo o mínimo* ya que $dM/dx = 0$.
- Como se requieren dos integraciones de $w = w(x)$, para determinar primero el cambio en la fuerza cortante, $\Delta V = \int w(x)\,dx$, después para determinar el cambio en el momento flexionante, $\Delta M = \int V\,dx$, luego si la curva de carga $w = w(x)$ es un polinomio de grado n, $V = V(x)$ será una curva de grado $n + 1$, y $M = M(x)$ será una curva de grado $n + 2$.

EJEMPLO 7.8

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga en voladizo de la figura 7-15*a*.



(a)

Fig. 7-15

SOLUCIÓN

En la figura 7-15*b* se muestran las reacciones en el soporte fijo B.

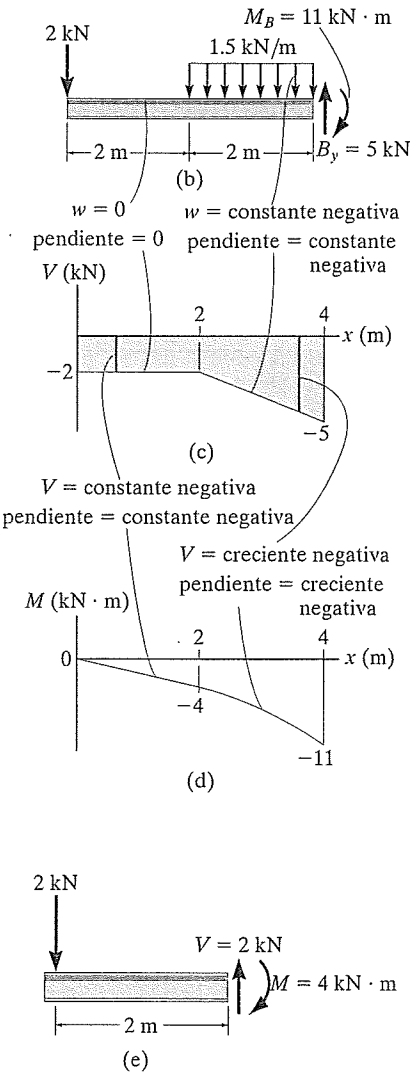
Diagrama cortante. La fuerza cortante en el extremo A es de -2 kN. Este valor se grafica en $x = 0$, figura 7-15*c*. Observe cómo se construye el diagrama de fuerza cortante al seguir las pendientes definidas por la carga w. La fuerza cortante en $x = 4$ m es -5 kN, la reacción en la viga. Este valor se puede verificar si se encuentra el área bajo la carga distribuida; es decir,

$$V|_{x=4\,\mathrm{m}} = V|_{x=2\,\mathrm{m}} + \Delta V = -2\,\mathrm{kN} - (1.5\,\mathrm{kN/m})(2\,\mathrm{m}) = -5\,\mathrm{kN}$$

Diagrama de momento flexionante. El momento de fuerza cero en $x = 0$ se grafica en la figura 7-15*d*. La construcción del diagrama de momento flexionante se basa en conocer su pendiente que es igual a la fuerza cortante en cada punto. El cambio de momento flexionante desde $x = 0$ hasta $x = 2$ m se determina a partir del área bajo el diagrama de fuerza cortante. Por consiguiente, el momento flexionante en $x = 2$ m es

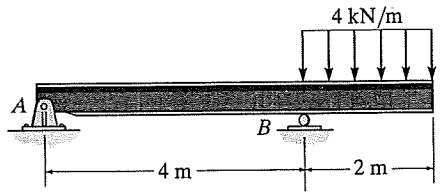
$$M|_{x=2\,\mathrm{m}} = M|_{x=0} + \Delta M = 0 + [-2\,\mathrm{kN}(2\,\mathrm{m})] = -4\,\mathrm{kN\cdot m}$$

Este mismo valor puede determinarse con el método de secciones, figura 7-15*e*.



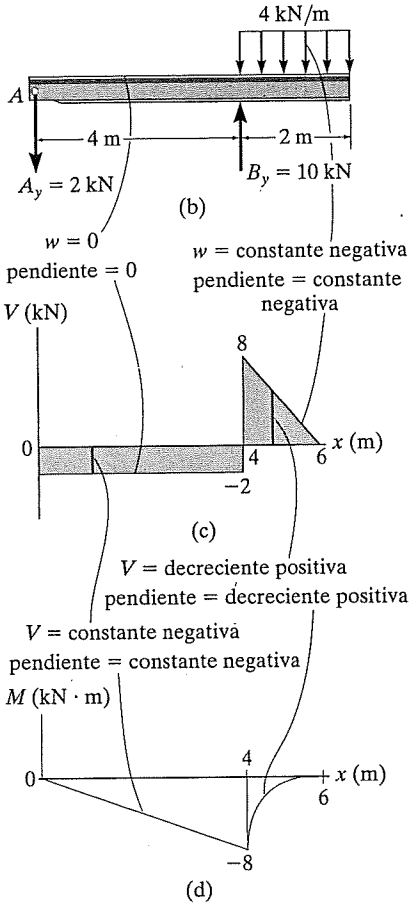
EJEMPLO 7.9

Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga con voladizo que se muestra en la figura 7-16*a*.



(a)

Fig. 7-16



SOLUCIÓN

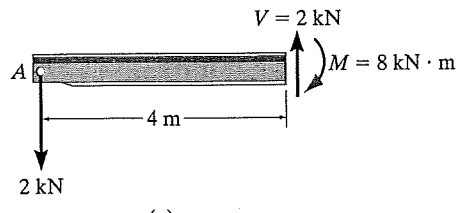
En la figura 7-16*b* se muestran las reacciones en los soportes.

Diagrama de fuerza cortante. La fuerza cortante de −2 kN en el extremo A de la viga se grafica en $x = 0$, figura 7-16*c*. Las pendientes se determinan a partir de la carga y con base en ésta se construye el diagrama de fuerza cortante, como se indica en la figura. En particular, observe el salto positivo de 10 kN en $x = 4$ m debido a la fuerza B_y como se indica en la figura.

Diagrama de momento flexionante. Se traza el momento de cero en $x = 0$, figura 7-16*d*; luego, al seguir el comportamiento de la pendiente determinada a partir del diagrama de fuerza cortante, se construye el diagrama de momento flexionante. Dicho momento en $x = 4$ m se determina a partir del área debajo del diagrama de fuerza de corte.

$$M|_{x=4\,\text{m}} = M|_{x=0} + \Delta M = 0 + [-2\,\text{kN}(4\,\text{m})] = -8\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

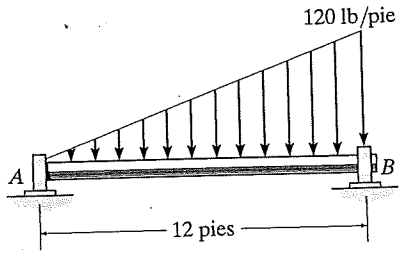
También podemos obtener este valor por el método de secciones, como se muestra en la figura 7-16*e*.



(e)

EJEMPLO 7.10

La flecha que se muestra en la figura 7-17*a* está sostenida por una chumacera de empuje en A y una chumacera lisa en B. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.



(a)

Fig. 7-17

SOLUCIÓN

En la figura 7-17*b* se muestran las reacciones en los soportes.

Diagrama de fuerza cortante. Como se muestra en la figura 7-17*c*, la fuerza cortante en $x = 0$ es $+240$. Con la pendiente definida por la carga se construye el diagrama de fuerza cortante, donde en B su valor es -480 lb. Como la fuerza cortante cambia de signo, debe localizarse el punto donde $V = 0$, para esto usaremos el método de secciones. El diagrama de cuerpo libre del segmento izquierdo del eje, seccionado en una posición arbitraria x dentro de la región $0 \leq x < 9$ pies, se muestra en la figura 7-17*e*. Observe que la intensidad de la carga distribuida en x es $w = 10x$, la cual se encontró por triángulos proporcionales, es decir, $120/12 = w/x$.

Así, para $V = 0$,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 240 \text{ lb} - \tfrac{1}{2}(10x)x = 0$$

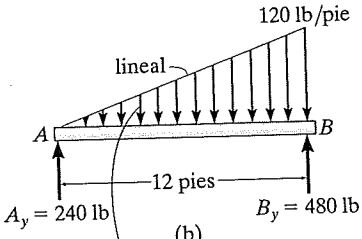
$$x = 6.93 \text{ pies}$$

Diagrama de momento flexionante. El diagrama de momento comienza en 0 ya que no hay momento en A, después se construye con base en la pendiente que se determinó en el diagrama de fuerza cortante. El momento flexionante máximo ocurre en $x = 6.93$ pies, donde la fuerza cortante es igual a cero, ya que $dM/dx = V = 0$, figura 7-17*e*,

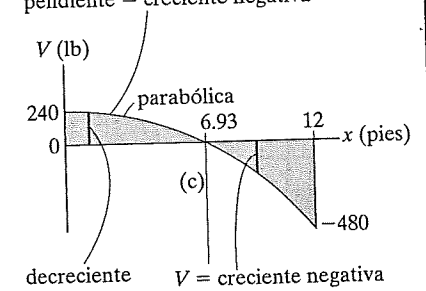
$$\zeta + \Sigma M = 0; \quad M_{\text{máx}} + \tfrac{1}{2}[(10)(6.93)]\, 6.93 \left(\tfrac{1}{3}(6.93)\right) - 240(6.93) = 0$$

$$M_{\text{máx}} = 1109 \text{ lb} \cdot \text{pie}$$

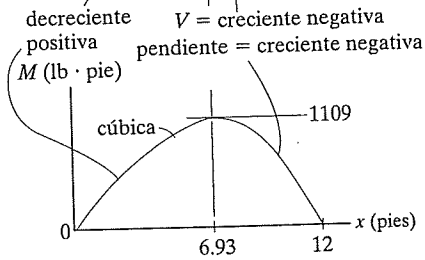
Por último, observe que la integración, primero de la carga w que es lineal, produce un diagrama de fuerza cortante que es parabólico, y después un diagrama de momento que es cúbico.



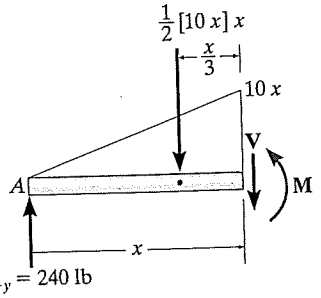
(b)



(c)



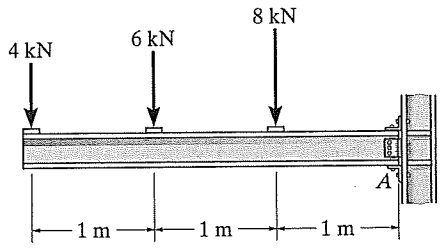
(d)



(e)

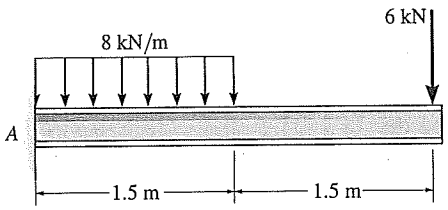
PROBLEMAS FUNDAMENTALES

F7-13. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



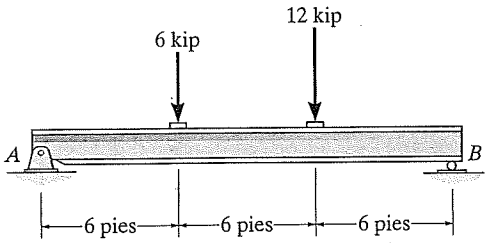
F7-13

F7-14. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



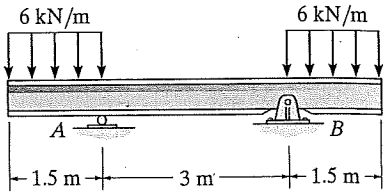
F7-14

F7-15. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



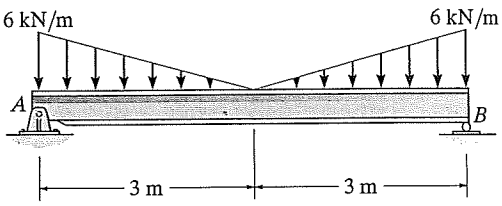
F7-15

F7-16. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



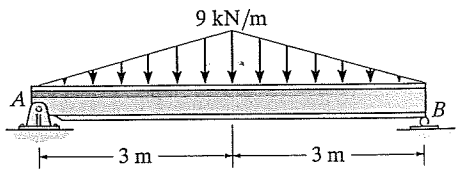
F7-16

F7-17. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



F7-17

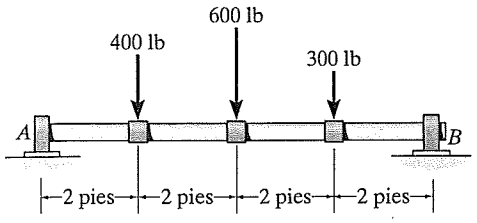
F7-18. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



F7-18

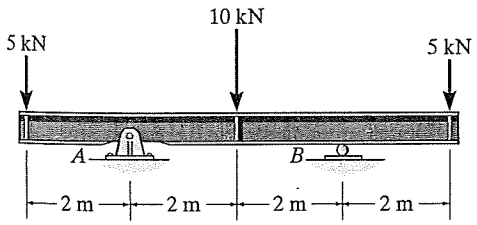
PROBLEMAS

•7-65. La flecha está soportada por una chumacera de empuje en A y una chumacera lisa en B. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha.



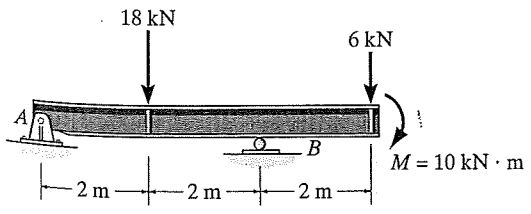
Prob. 7-65

7-66. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga con doble voladizo.



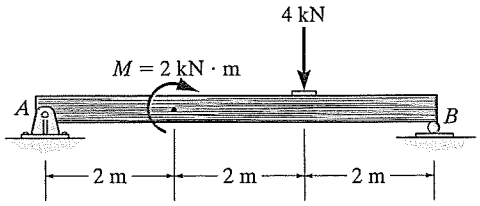
Prob. 7-66

7-67. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga con voladizo.



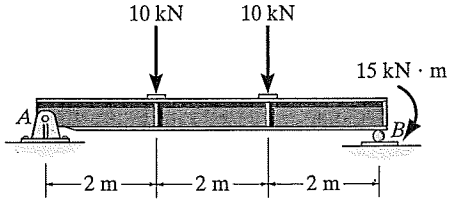
Prob. 7-67

*7-68. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga simplemente apoyada.



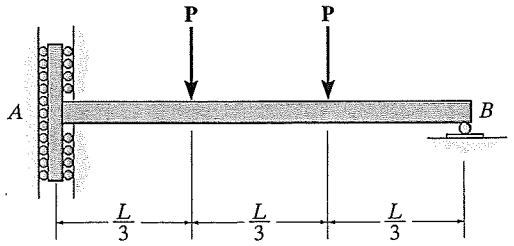
Prob. 7-68

•7-69. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga simplemente apoyada.



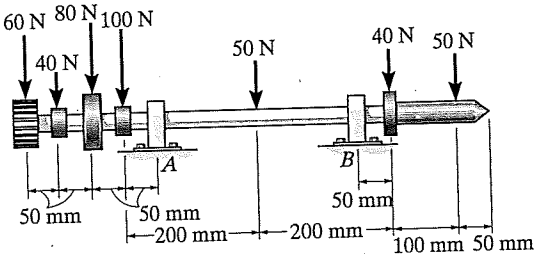
Prob. 7-69

7-70. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga. El soporte en A no ofrece resistencia a la carga vertical.



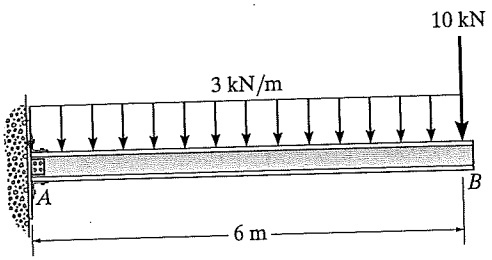
Prob. 7-70

7-71. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha de torno que está sometida a las cargas que se ilustran. La chumacera en A es una chumacera lisa y en B es una chumacera de empuje.



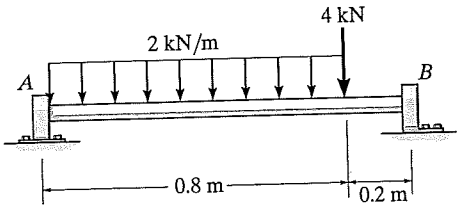
Prob. 7-71

***7-72.** Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



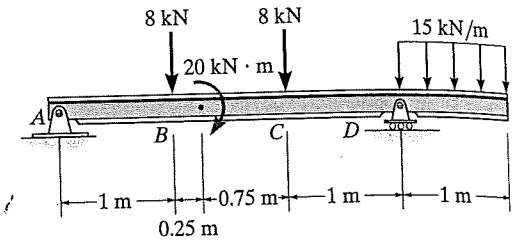
Prob. 7-72

•7-73. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha. El soporte en A es una chumacera de empuje y en B es una chumacera lisa.



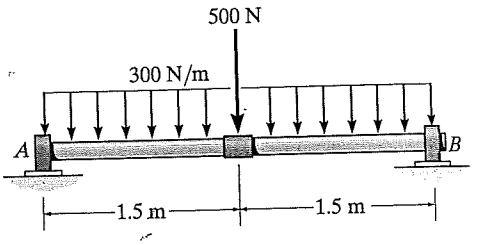
Prob. 7-73

7-74. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



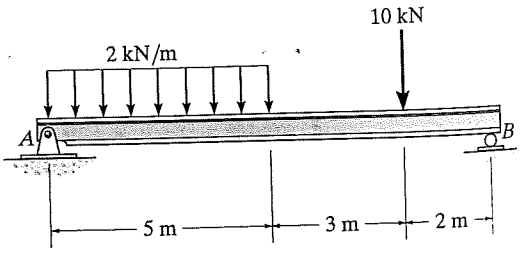
Prob. 7-74

7-75. La flecha está soportada por una chumacera de empuje en A y una chumacera lisa en B. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha.



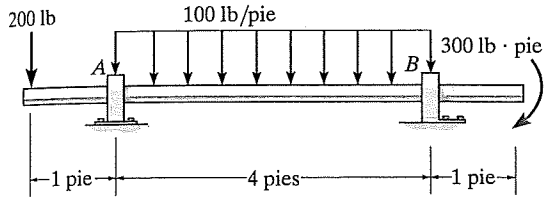
Prob. 7-75

***7-76.** Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



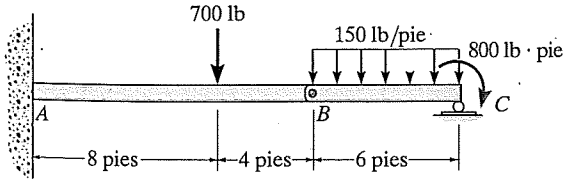
Prob. 7-76

•7-77. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha. El soporte en A es una chumacera lisa y en B es una chumacera de empuje.



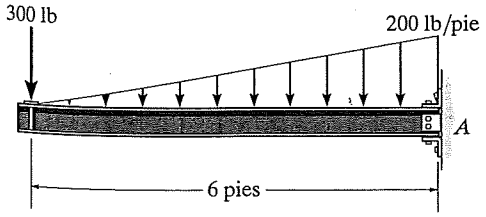
Prob. 7-77

7-78. La viga consta de dos segmentos conectados mediante un pasador en B. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



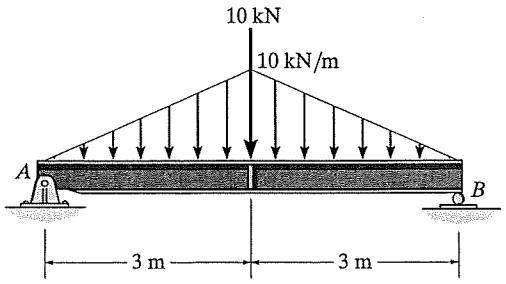
Prob. 7-78

7-79. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga en voladizo.



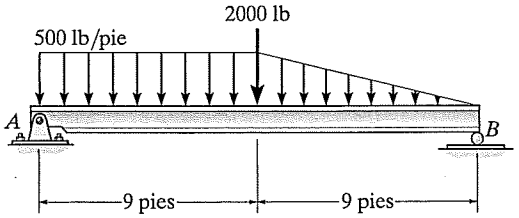
Prob. 7-79

*7-80. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga simplemente apoyada.



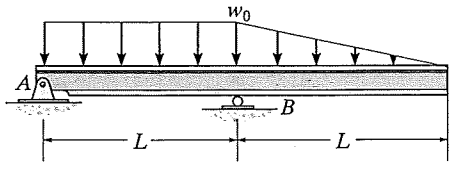
Prob. 7-80

•7-81. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



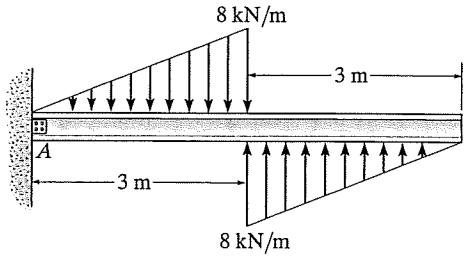
Prob. 7-81

7-82. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



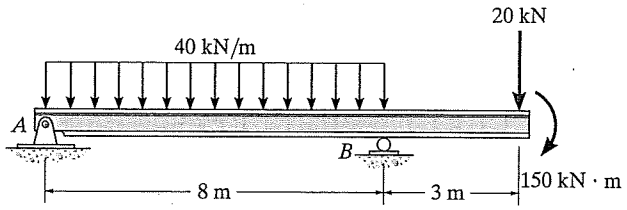
Prob. 7-82

7-83. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



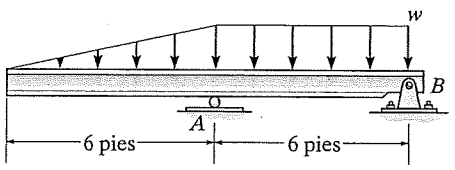
Prob. 7-83

*7-84. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



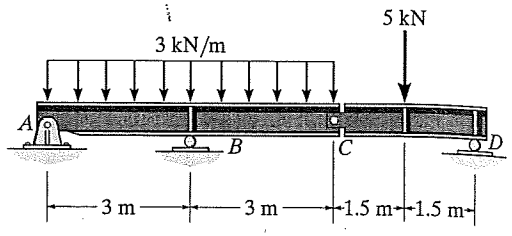
Prob. 7-84

•7-85. La viga fallará cuando el momento flexionante máximo sea $M_{máx} = 30$ kip · pie o la fuerza cortante máxima sea $V_{máx} = 8$ kip. Determine la intensidad w más grande de la carga distribuida que soportará la viga.



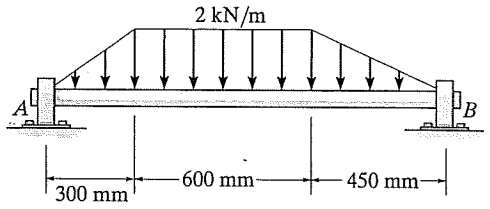
Prob. 7-85

7-86. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga compuesta.



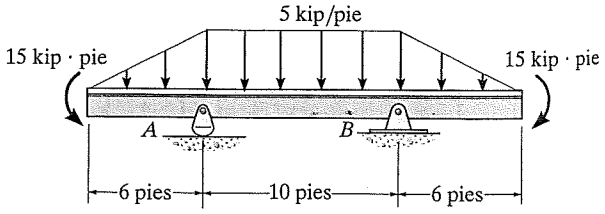
Prob. 7-86

7-87. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la flecha. Los soportes en A y B son chumaceras lisas.



Prob. 7-87

*7-88. Trace los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga.



Prob. 7-88

$\zeta + \Sigma M_G = 0;$

$26.25\ \text{kN}(4\ \text{m}) - 15\ \text{kN}(2\ \text{m}) - F_{CD}(3\ \text{m}) = 0$

$F_{CD} = 25\ \text{kN (T)}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_D = 0;$

$26.25\ \text{kN}(2\ \text{m}) - F_{GF}\cos 26.57°(2\ \text{m}) = 0$

$F_{GF} = 29.3\ \text{kN (C)}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_O = 0;\quad 15\ \text{kN}(4\ \text{m}) - 26.25\ \text{kN}(2\ \text{m}) - F_{GD}\,\text{sen}\,56.31°(4\ \text{m}) = 0$

$F_{GD} = 2.253\ \text{kN} = 2.25\ \text{kN (T)}$ ***Resp.***

F6-12. $\zeta + \Sigma M_H = 0;$

$F_{DC}(12\ \text{pies}) + 1200\ \text{lb}(9\ \text{pies}) - 1600\ \text{lb}(21\ \text{pies}) = 0$

$F_{DC} = 1900\ \text{lb (C)}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_D = 0;$

$1200\ \text{lb}(21\ \text{pies}) - 1600\ \text{lb}(9\ \text{pies}) - F_{HI}(12\ \text{pies}) = 0$

$F_{HI} = 900\ \text{lb (C)}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_C = 0;\ F_{JI}\cos 45°(12\ \text{pies}) + 1200\ \text{lb}(21\ \text{pies}) - 900\ \text{lb}(12\ \text{pies}) - 1600\ \text{lb}(9\ \text{pies}) = 0$

$F_{JI} = 0$ ***Resp.***

F6-13. $+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad 3P - 60 = 0$

$P = 20\ \text{lb}$ ***Resp.***

F6-14. $\zeta + \Sigma M_C = 0;$

$-\left(\frac{4}{5}\right)(F_{AB})(9) + 400(6) + 500(3) = 0$

$F_{AB} = 541.67\ \text{lb}$

$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\ -C_x + \frac{3}{5}(541.67) = 0$

$C_x = 325\ \text{lb}$ ***Resp.***

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ C_y + \frac{4}{5}(541.67) - 400 - 500 = 0$

$C_y = 467\ \text{lb}$ ***Resp.***

F6-15. $\zeta + \Sigma M_A = 0;\ 100\ \text{N}(250\ \text{mm}) - N_B(50\ \text{mm}) = 0$

$N_B = 500\ \text{N}$ ***Resp.***

$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\quad (500\ \text{N})\,\text{sen}\,45° - A_x = 0$

$A_x = 353.55\ \text{N}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ A_y - 100\ \text{N} - (500\ \text{N})\cos 45° = 0$

$A_y = 453.55\ \text{N}$

$F_A = \sqrt{(353.55\ \text{N})^2 + (453.55\ \text{N})^2} = 575\ \text{N}$ ***Resp.***

F6-16. $\zeta + \Sigma M_C = 0;$

$F_{AB}\cos 45°(1) - F_{AB}\,\text{sen}\,45°(3) + 800 + 400(2) = 0$

$F_{AB} = 1131.37\ \text{N}$

$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\ -C_x + 1131.37\cos 45° = 0$

$C_x = 800\ \text{N}$ ***Resp.***

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ -C_y + 1131.37\,\text{sen}\,45° - 400 = 0$

$C_y = 400\ \text{N}$ ***Resp.***

F6-17. Placa A:

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ 2T + N_{AB} - 100 = 0$

Placa B:

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ 2T - N_{AB} - 30 = 0$

$T = 32.5\ \text{lb},\ N_{AB} = 35\ \text{lb}$ ***Resp.***

F6-18. Polea C:

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ T - 2P = 0;\ T = 2P$

Viga:

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad 2P + P - 6 = 0$

$P = 2\ \text{kN}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_A = 0;\ 2(1) - 6(x) = 0$

$x = 0.333\ \text{m}$ ***Resp.***

Capítulo 7

F7-1. $\zeta + \Sigma M_A = 0;\quad B_y(6) - 10(1.5) - 15(4.5) = 0$

$B_y = 13.75\ \text{kN}$

$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\quad N_C = 0$ ***Resp.***

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad V_C + 13.75 - 15 = 0$

$V_C = 1.25\ \text{kN}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_C = 0;\quad 13.75(3) - 15(1.5) - M_C = 0$

$M_C = 18.75\ \text{kN}\cdot\text{m}$ ***Resp.***

F7-2. $\zeta + \Sigma M_B = 0;\quad 30 - 10(1.5) - A_y(3) = 0$

$A_y = 5\ \text{kN}$

$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\quad N_C = 0$ ***Resp.***

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad 5 - V_C = 0$

$V_C = 5\ \text{kN}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_C = 0;\quad M_C + 30 - 5(1.5) = 0$

$M_C = -22.5\ \text{kN}\cdot\text{m}$ ***Resp.***

F7-3. $\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad B_x = 0$

$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad 3(6)(3) - B_y(9) = 0$

$B_y = 6 \text{ kip}$

$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$ ***Resp.***

$\zeta + \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C - 6 = 0$

$V_C = 6 \text{ kip}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad -M_C - 6(4.5) = 0$

$M_C = -27 \text{ kip} \cdot \text{pie}$ ***Resp.***

F7-4. $\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - 12(1.5) - 9(3)(4.5) = 0$

$B_y = 23.25 \text{ kN}$

$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$ ***Resp.***

$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 23.25 - 9(1.5) = 0$

$V_C = -9.75 \text{ kN}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_C = 0;$

$23.25(1.5) - 9(1.5)(0.75) - M_C = 0$

$M_C = 24.75 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ***Resp.***

F7-5. $\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - \frac{1}{2}(9)(6)(3) = 0$

$B_y = 13.5 \text{ kN}$

$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$ ***Resp.***

$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 13.5 - \frac{1}{2}(9)(3) = 0$

$V_C = 0$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad 13.5(3) - \frac{1}{2}(9)(3)(1) - M_C = 0$

$M_C = 27 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ***Resp.***

F7-6. $\zeta + \Sigma M_A = 0;$

$B_y(6) - \frac{1}{2}(6)(3)(2) - 6(3)(4.5) = 0$

$B_y = 16.5 \text{ kN}$

$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$ ***Resp.***

$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 16.5 - 6(3) = 0$

$V_C = 1.50 \text{ kN}$ ***Resp.***

$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad 16.5(3) - 6(3)(1.5) - M_C = 0$

$M_C = 22.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ***Resp.***

F7-7. $+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 6 - V = 0 \quad V = 6 \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad M + 18 - 6x = 0$

$M = (6x - 18) \text{ kN} \cdot \text{m}$

F7-8. $+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -V - 2x = 0$

$V = (-2x) \text{ kip}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad M + 2x\left(\frac{x}{2}\right) - 15 = 0$

$M = \left(15 - x^2\right) \text{ kip} \cdot \text{pie}$

$V|_{x=9 \text{ pies}} = -2(9) = -18 \text{ kip}$

$M|_{x=9 \text{ pies}} = 15 - 9^2 = -66 \text{ kip} \cdot \text{pie}$

F7-9. $+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -V - \frac{1}{2}(2x)(x) = 0$

$V = -\left(x^2\right) \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad M + \frac{1}{2}(2x)(x)\left(\frac{x}{3}\right) = 0$

$M = -\left(\frac{1}{3}x^3\right) \text{ kN} \cdot \text{m}$

F7-10. $+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -V - 2 = 0$

$V = -2 \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad M + 2x = 0$

$M = (-2x) \text{ kN} \cdot \text{m}$

F7-11. Región $3 \leq x < 3 \text{ m}$

$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -V - 5 = 0 \quad V = -5 \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad M + 5x = 0$

$M = (-5x) \text{ kN} \cdot \text{m}$

Región $0 < x \leq 6 \text{ m}$

$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V + 5 = 0 \quad V = -5 \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad 5(6 - x) - M = 0$

$M = \left(5(6 - x)\right) \text{ kN} \cdot \text{m}$

F7-12. Región $0 \leq x < 3 \text{ m}$

$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V = 0$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad M - 12 = 0$

$M = 12 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Región $3 \text{ m} < x \leq 6 \text{ m}$

$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V + 4 = 0 \quad V = -4 \text{ kN}$

$\zeta + \Sigma M_O = 0; \quad 4(6 - x) - M = 0$

$M = \left(4(6 - x)\right) \text{ kN} \cdot \text{m}$

F7-13. $x = 0, \quad V = -4, \quad M = 0;$

$x = 1^+, \quad V = -10, \quad M = -4;$

$x = 2^+, \quad V = -18, \quad M = -14;$

$x = 3, \quad V = -18, \quad M = -32;$

F7-14. $x = 0, \quad V = 18, \quad M = -27;$
$x = 1.5, \quad V = 6, \quad M = -9;$
$x = 3, \quad V = 6, \quad M = 0;$

F7-15. $x = 0, \quad V = 8, \quad M = 0;$
$x = 6^+, \quad V = 2, \quad M = 48;$
$x = 12^+, \quad V = -10, \quad M = 60;$
$x = 18, \quad V = -10, \quad M = 0$

F7-16. $x = 0, \quad V = 0, \quad M = 0;$
$x = 1.5^+, \quad V = 0, \quad M = -6.75;$
$x = 4.5^+, \quad V = 9, \quad M = -6.75;$
$x = 6, \quad V = 0, \quad M = 0$

F7-17. $x = 0, \quad V = 9, \quad M = 0;$
$x = 3. \quad V = 0, \quad M = 9;$
$x = 6, \quad V = -9; \quad M = 0$

F7-18. $x = 0, \quad V = 13.5, \quad M = 0;$
$x = 3, \quad V = 0, \quad M = 27;$
$x = 6, \quad V = -13.5, \quad M = 0$

Capítulo 8

F8-1. $+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N - 50(9.81) - 200\left(\frac{3}{5}\right) = 0$

$N = 610.5\text{N}$

$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad F - 200\left(\frac{4}{5}\right) = 0$

$F = 160\text{ N}$

$F < F_{\text{máx}} = \mu_s N = 0.3(610.5) = 183.15\text{ N},$
por lo tanto $F = 160\text{ N}$ ***Resp.***

F8-2. $\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;$

$N_A(3) + 0.2N_A(4) - 30(9.81)(2) = 0$

$N_A = 154.89\text{ N}$

$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad P - 154.89 = 0$

$P = 154.89\text{ N} = 155\text{ N}$ ***Resp.***

F8-3. Embalaje A

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_A - 50(9.81) = 0$

$N_A = 490.5\text{ N}$

$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad T - 0.25(490.5) = 0$

$T = 122.62\text{ N}$

Embalaje B

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_B + P \operatorname{sen} 30° - 50(9.81) = 0$

$N_B = 490.5 - 0.5P$

$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$

$P \cos 30° - 0.25(490.5 - 0.5\,P) - 122.62 = 0$

$P = 247\text{ N}$ ***Resp.***

F8-4. $\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_A - 0.3N_B = 0$

$+\uparrow \Sigma Fy = 0;$

$N_B + 0.3N_A + P - 100(9.81) = 0$

$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0;$

$P(0.6) + N_B(0.9) - 0.3N_B(0.9)$

$- 0.3\,N_A(0.9) = 0$

$N_A = 175.70\text{ N} \qquad N_B = 585.67\text{ N}$

$P = 343\text{ N}$ ***Resp.***

F8-5. Si ocurre deslizamiento:

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_C - 250\text{ lb} = 0 \quad N_C = 250\text{ lb}$

$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad P - 0.4(250) = 0 \quad P = 100\text{ lb}$

Si ocurre volcadura:

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad -P(4.5) + 250(1.5) = 0$

$P = 83.3\text{ lb}$ ***Resp.***

Capítulo 9

F9-1. $\bar{x} = \dfrac{\int_A \bar{x}\,dA}{\int_A dA} = \dfrac{\frac{1}{2}\int_0^{1\text{ m}} y^{2/3}\,dy}{\int_0^{1\text{ m}} y^{1/3} dy} = 0.4\text{ m}$ ***Resp.***

$\bar{y} = \dfrac{\int_A \bar{y}\,dA}{\int_A dA} = \dfrac{\int_0^{1\text{ m}} y^{4/3}\,dy}{\int_0^{1\text{ m}} y^{1/3} dy} = 0.571\text{ m}$ ***Resp.***

F9-2. $\bar{x} = \dfrac{\int_A \bar{x}\,dA}{\int_A dA} = \dfrac{\int_0^{1\text{m}} x(x^3\,dx)}{\int_0^{1\text{ m}} x^3\,dx}$

$= 0.8\text{ m}$ ***Resp.***

$\bar{y} = \dfrac{\int_A \bar{y}\,dA}{\int_A dA} = \dfrac{\int_0^{1\text{ m}} \frac{1}{2} x^3\left(x^3\,dx\right)}{\int_0^{1\text{ m}} x^3\,dx}$

$= 0.286\text{ m}$ ***Resp.***

$M = 25x - 0.5556x^3$
$M_{máx} = 64.5$ lb · pie
9 pies $< x <$ 13.5 pies
$V = 0$
$M = -180$

7-54. $w = 22.2$ lb/pie

7-55. $V = \left\{48.0 - \frac{x^2}{6}\right\}$ kip
$M = \left\{48.0x - \frac{x^3}{18} - 576\right\}$ kip · pie
$V = \left\{\frac{1}{6}(24 - x)^2\right\}$ kip
$M = \left\{-\frac{1}{18}(24 - x)^3\right\}$ kip · pie

7-57. $0 \le x < 3$ m
$V = \left\{-\frac{2}{3}x^2 - 4\right\}$ kN
$M = \left\{-\frac{2}{9}x^3 - 4x\right\}$ kN · m
3 m $< x \le 6$ m
$V = \{24 - 4x\}$ kN
$M = \{-2(6 - x)^2\}$ kN · m
$V|_{x=3\,m-} = -10$ kN
$V|_{x=3\,m+} = 12$ kN
$M|_{x=3\,m} = -18$ kN · m

7-58. $w_0 = 21.8$ lb/pie

7-59. $w_0 = 8.52$ kN/m

7-61. $V = \{3000 - 500x\}$ lb
$M = \{3000x - 250x^2 - 6750\}$ lb · pie
$x = 6$ pies
$M|_{x=7.5\ pies} = 2250$ lb · pie

7-62. $V = \frac{\pi\gamma r_0^2}{3L^2}\left[(L + x)^3 - L^3\right]$
$M = -\frac{\pi\gamma r_0^2}{12L^2}\left[(L + x)^4 - L^3(4x + L)\right]$

7-63. $V_x = 0$
$V_z = \{24.0 - 4y\}$ lb
$M_x = \{2y^2 - 24y + 64.0\}$ lb · pie
$M_y = 8.00$ lb · pie
$M_z = 0$

7-65. $x = 2^-, V = 675, M = 1350$
$x = 4^-_+, V = 275, M = 1900$
$x = 6, V = -625, M = 1250$

7-66. $x = 2^+, V = 5, M = -10$
$x = 6^-, V = -5$, M $= -10$

7-67. $x = 2^+, V = -14.5, M = 7$
$x = 4^+, V = 6, M = -22$

7-69. $x = 2^-, V = 7.5, M = 15$
$x = 4^+, V = -12.5, M = 10$

7-70. $x = \left(\frac{L}{3}\right)^+, V = -P, M = PL$
$x = \left(2\frac{L}{3}\right)^+, V = -2P, M = \left(\frac{2}{3}\right)PL$

7-71. $x = 0.2^+, V = 96.7, M = -31$

7-73. $x = 0, V = 1.76, M = 0$
$x = 0.8^-, V = 0.16, M = 0.708$
$x = 1, V = -3.84, M = 0$

7-74. $x = 1^+, V = -9.17, M = -1.17$
$x = 3^+, V = 15, M = -7.50$

7-75. $x = 1.5^-, V = 250, M = 712.5$

7-77. $x = 1^+, V = 175, M = -200$
$x = 5^-, V = -225, M = -300$

7-78. $x = 8^-, V = 1017, M = -1267$
$x = 14.1, V = 0, M = 334$

7-79. $x = 6, V = -900, M = -3000$

7-81. $x = 0, V = 5.12, M = 0$
$x = 9^-, V = 0.625, M = 25.9$
$x = 9^+, V = -1.375, M = 25.9$
$x = 18, V = -3.625, M = 0$

7-82. $x = L^-, V = \frac{-2wL}{3}, M = -\frac{wL^2}{6}$

7-83. $x = 3, V = -12, M = 12$

7-85. $V_{máx} = 4w$
$w = 2$ kip/pie
$M_{máx} = -6w$
$w = 5$ kip/pie
Utilice $w = 2$ kip/pie
$x = 6^+, V = 4\,w, M = -120$ m

7-86. $x = 3^+, V = 11.5, M = -21$
$x = 6, V = 2.5, M = 0$

7-87. $x = 300, V = 722, M = 277$
$x = 900, V = -487, M = 350$

7-89. Todo el cable
$T_{BD} = 78.2$ lb
Nodo A: $T_{AC} = 74.7$ lb
Nodo D: $T_{CD} = 43.7$ lb
$L = 15.7$ pies

7-90. $P = 72.0$ lb

7-91. $x_B = 3.98$ pies

7-93. $y_B = 3.53$ m
$T_{AB} = 6.05$ kN
$T_{BC} = 4.53$ kN
$T_{CD} = 4.60$ kN
$T_{máx} = T_{DE} = 8.17$ kN

7-94. $y_B = 2.43$ m
$T_{máx} = 157$ N

7-95. $y_B = 8.67$ pies
$y_D = 7.04$ pies

7-97. Nodo B: $\dfrac{13x_B - 15}{\sqrt{(x_B - 3)^2 + 64}} T_{BC} = 200$

Nodo C: $\dfrac{30 - 2x_B}{\sqrt{(x_B - 3)^2 + 64}} T_{BC} = 102$

$x_B = 4.36$ pies

7-98. $P = 71.4$ lb

7-99. $w_0 = 0.846$ kN/m

7-101. $15 = \dfrac{w_0}{2\,F_H} x^2$

$10 = \dfrac{w_0}{2\,F_H} (25 - x)^2$

$w_0 = 264$ lb/pie

7-102. 4.42 kip

7-103. $h = 2.68$ pies

$L = 13.4$ pies

7-105. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{w_0}{2F_H} x$

$y = \dfrac{w_0}{4F_H} x^2$

$y = 75$ m en $x = x_0$

$y = 150$ m en $x = -(1000 - x_0)$

$w_0 = 77.8$ kN/m

7-106. $y = 46.0(10^{-6})x^3 + 0.176x$

$T_{máx} = 48.7$ kip

7-107. $T_{máx} = 5.36$ kN

$L = 51.3$ m

7-109. $y = \dfrac{F_H}{49.05}\left[\cosh\left(\dfrac{49.05}{F_H} x\right) - 1\right]$ m

$L = 45 = 2\left\{\dfrac{F_H}{49.05} \operatorname{senh}\left(\dfrac{49.05}{F_H}(20)\right)\right\}$

$F_H = 1153.41$ N

$y = 23.5[\cosh 0.0425x - 1]$ m

$T_{máx} = 1.60$ kN

7-111. $L = 15.5$ m

7-113. $\frac{dy}{dx} = \operatorname{senh} 7.3575(10^{-3})x$

$y = 135.92[\cosh 7.3575(10^{-3})x - 1]$

$h = 1.47$ m

7-114. Longitud total = 55.6 pies

$h = 10.6$ pies

7-115. $x = 2^-, V = 4.86, M = 9.71$

$x = 5^+, V = -1.14, M = 2.29$

7-117. $F_{BC} = 310.58$ N

Segmento CE

$N_E = 80.4$ N

$V_E = 0$

$M_E = 112.5$ N · m

Segmento CD

$N_D = -220$ N

$V_D = -220$ N

$M_D = -54.9$ N · m

7-118. $a = 0.366L$

7-119. $T_{máx} = 76.7$ lb

7-121. $F_{CD} = 6.364$ kN

$A_y = 1.50$ kN

$0 \le x < 3$ m

$V = 1.50$ kN

$M = \{1.50x\}$ kN · m

$3 \text{ m} < x \le 6$ m

$V = -4.50$ kN

$M = \{27.0 - 4.50x\}$ kN · m

7-122. $0 \le x < 2$ m

$V = \{5.29 - 0.196x\}$ kN

$M = \{5.29x - 0.0981x^2\}$ kN · m

$2 \text{ m} < x \le 5$ m

$V = \{-0.196x - 2.71\}$ kN

$M = \{16.0 - 2.71x - 0.0981x^2\}$ kN · m

7-123. $0° \le \theta \le 180°$

$V = 150 \operatorname{sen}\theta - 200 \cos\theta$

$N = 150 \cos\theta + 200 \operatorname{sen}\theta$

$M = 150 \cos\theta + 200 \operatorname{sen}\theta - 150$

$0 \le y \le 2$ pies

$V = 200$ lb

$N = -150$ lb

$M = -300 - 200y$

7-125. $F_{CD} = 86.6$ lb

$V_D = M_D = 0$

$N_D = F_{CD} = -86.6$ lb

$N_E = 0$

$V_E = 28.9$ lb

$M_E = 86.6$ lb · pie

7-126. $s = 18.2$ pies

7-127. $l = 238$ pies

$h = 93.75$ pies

Capítulo 8

8-1. $P \cos 30° + 0.25N - 50(9.81) \operatorname{sen} 30° = 0$

$P = 140$ N

$N = 494.94$ N

8-2. $P = 474$ N

8-3. $\mu_s = 0.256$

8-5. $180(10 \cos\theta) - 0.4(180)(10 \operatorname{sen}\theta) - 180(3) = 0$

$\theta = 52.0°$